

L. WITTGENSTEIN

TRACTATUS LOGICO-PHILOSOPHICUS

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Τὸ βιβλίο αὐτὸ θὰ τὸ καταλάβει ἴσως μόνο ὅποιος ἔχει κίόλας κάνει ὁ ἴδιος τὶς σκέψεις ποὺ ἐκφράζονται σὲ αὐτὸ – ἢ τουλάχιστο παρόμοιες σκέψεις. – Δὲν πρόκειται λοιπὸν γιὰ διδαχτικὸ βιβλίο. Ὁ σκοπὸς του θὰ ἔχει πετύχει, ἂν προσφέρει εὐχαρίστηση σὲ ὅποιον θὰ τὸ διαβάσει καὶ θὰ τὸ καταλάβει.

Τὸ βιβλίο πραγματεύεται τὰ προβλήματα τῆς φιλοσοφίας καὶ δείχνει – ὅπως πιστεύω – πὼς αὐτὰ τὰ προβλήματα δημιουργήθηκαν ἀπὸ τὴν παρανόηση τῆς λογικῆς τῆς γλώσσας μας. Ὅλο τὸ νόημα τοῦ βιβλίου θὰ μπορούσαμε νὰ τὸ συνοψίσουμε περίπου μὲ τὰ ἀκόλουθα λόγια : Ὅ,τι μπορεῖ γενικὰ νὰ εἰπωθεῖ, μπορεῖ νὰ εἰπωθεῖ μὲ σαφήνε'α καὶ γ.ὰ ὅσα δὲν μπορεῖ νὰ μιλάει κανεὶς, γ.ὰ αὐτὰ πρέπει νὰ σιωπᾶνε.

Τὸ βιβλίο θέλει λοιπὸν νὰ βάλει ἓνα ὄριο στὴ σκέψη, ἢ μᾶλλον – ὄχι στὴ σκέψη, ἀλλὰ στὴν ἐκφραση τῶν σκέψεων : Γιατὶ γ.ὰ νὰ βάλουμε στὴ σκέψη ἓνα ὄριο, θὰ ἔπρεπε νὰ μπορούμε νὰ σκεφτόμαστε καὶ τὶς δύο πλευρὲς αὐτοῦ τοῦ ὁρίου (θὰ ἔπρεπε δηλαδὴ νὰ μπορούμε νὰ σκεφτόμαστε αὐτὸ ποὺ δὲν μπορεῖ νὰ σκεφτεῖ κανεὶς).

Ἔτσι τὸ ὄριο δὲν θὰ μπορεῖ νὰ ἔμπεῖ παρὰ μόνο μέσα στὴ

γλώσσα και ὅ,τι βρίσκεται πέρα ἀπὸ τὸ ὄριο θὰ εἶναι ἀπλῶς ἀ-νοησία.

Δὲν θέλω νὰ κρίνω κατὰ πόσο οἱ προσπάθειές μου συνταυτίζονται μὲ τὶς προσπάθειες ἄλλων φιλόσοφων. Καὶ μάλιστα αὐτὸ ποὺ ἔχω γράψει ἐδῶ δὲν ἔχει, στὶς λεπτομέρειές του, ἀπαίτηση νὰ προσφέρει τίποτα νέο· γιὰ τοῦτο καὶ δὲν ἀναφέρω πηγές, ἐπειδὴ μοῦ εἶναι ἀδιάφορο ἂν αὐτὸ ποὺ ἔχω σκεφτεῖ τὸ ἔχει κιόλας σκεφτεῖ πρὶν ἀπὸ μένα κάποιος ἄλλος.

Θέλω μόνο νὰ ἀναφέρω πῶς τὴν παρακίνηση γιὰ τὶς σκέψεις μου τὴ χρωστάω κατὰ ἓνα μεγάλο μέρος στὰ περισπούδαστα ἔργα τοῦ *Frege* καὶ στὰ δημοσιεύματα τοῦ φίλου μου *Bertrand Russell*.

"Ἄν αὐτὴ ἡ ἐργασία ἔχει κάποια ἀξία, ἡ ἀξία τούτη εἶναι δυὸ λογιῶν. Πρῶτο – πῶς ἐκφράζει σκέψεις· καὶ θὰ εἶναι τόσο μεγαλύτερη ἡ ἀξία της, ὅσο καλύτερα οἱ σκέψεις ἔχουν ἐκφραστεῖ, ὅσο ἡ ἐργασία αὐτὴ πετυχαίνει ἀκριβέστερα τὸ στόχο.—"Ἐχω ἐπίγνωση ἐδῶ πῶς ἔχω μείνει πολὺ πίσω ἀπὸ ὅ,τι εἶναι δυνατὸ νὰ κατορθώσει κανεὶς. Οἱ δυνάμεις μου εἶναι ἀπλὰ καὶ μόνο πολὺ μικρὲς γιὰ τὸ τελείωμα τοῦ ἔργου. Μακάρι νὰ ἔρθουν ἄλλοι καὶ νὰ πράξουν καλύτερα.

Παρόλα αὐτὰ ἡ ἀλήθεια τῶν σκέψεων ποὺ ἐκφράζονται ἐδῶ μοῦ φαίνεται ἀπρόσβλητη καὶ ὀριστική. Εἶμαι δηλαδὴ τῆς γνώμης πῶς στὰ κύρια σημεῖα ἔχω λύσει ὀριστικὰ τὰ προβλήματα. Καὶ ἂν δὲ γελιέμαι σὲ αὐτό, τότε ἡ ἀξία αὐτῆς τῆς ἐργασίας συνίσταται – δεύτερο – στὸ πῶς δείχνει πόσο λίγα πετυχαίνουμε μὲ τὸ νὰ ἔχουμε λύσει αὐτὰ τὰ προβλήματα.

Βιέννη, 1918

L. W.

- 1* 'Ο κόσμος είναι όλα όσα συμβαίνουν κάθε φορά.
- 1.1 'Ο κόσμος είναι ή ολότητα τῶν γεγονότων, όχι τῶν πραγμάτων.
- 1.11 'Ο κόσμος καθορίζεται από τὰ γεγονότα και από τὸ πῶς όλα τους είναι γεγονότα.
- 1.12 Γιατί ή ολότητα τῶν γεγονότων καθορίζει όλα όσα συμβαίνουν καθώς και όλα όσα δὲ συμβαίνουν κάθε φορά.
- 1.13 Τὰ γεγονότα στὸ λογικὸ χῶρο είναι ὁ κόσμος.
- 1.2 'Ο κόσμος κομματιάζεται σὲ γεγονότα.
- 1.21 Κάτι μπορεῖ νὰ συμβαίνει ή νὰ μὴ συμβαίνει και όλα τὰ ἄλλα νὰ μένουν ἴδια.
- 2 Αὐτὸ ποὺ κάθε φορά συμβαίνει, τὸ γεγονός, είναι ή ὕπαρξη καταστάσεων πραγμάτων.
- 2.01 'Η κατάσταση πραγμάτων είναι μιὰ σύνδεση ἀντικείμενων (πραγμάτων).
- 2.011 Οὐσιαστικὸ γιὰ τὸ πράγμα είναι πῶς μπορεῖ νὰ είναι συστατικὸ στοιχεῖο μιᾶς κατάστασης πραγμάτων.
- 2.012 Στὴ λογικὴ δὲν είναι τίποτα τυχαῖο : *Αν τὸ πράγμα μπορεῖ νὰ ἐμφανίζεται στὴν κατάσταση πραγμάτων, τότε ή δυνατότητα τῆς κατάστασης πραγμάτων πρέπει νὰ προδικάζεται ἤδη μέσα στὸ πράγμα.
- 2.0121 Θὰ φαινόταν σὰ σύμπτωση, ἂν στὸ πράγμα ποὺ θὰ μπορούσε νὰ ὑπάρχει ἀπὸ μόνο του, ταίριαζε ἐκ τῶν ὑστέρων μιὰ κατάσταση.
*Αν τὰ πράγματα μποροῦν νὰ ἐμφανίζονται σὲ καταστάσεις πραγμάτων, αὐτὸ ἐνυπάρχει ἤδη σὲ αὐτά.

* Οἱ δεκαδικοὶ ἀριθμοὶ ὡς ἀριθμοὶ τῶν ξεχωριστῶν προτάσεων δείχνουν τὴ λογικὴ βαρύτητα τῶν προτάσεων, τὴν ἔμφαση ποὺ τοὺς ἀποδίνεται στὴν περιγραφή μου. Οἱ προτάσεις n.1, n.2, n.3 κλπ. είναι παρατηρήσεις στὴν πρόταση μὲ τὸν ἀριθμὸ n· οἱ προτάσεις n.m1, n.m2, κλπ. είναι παρατηρήσεις στὴν πρόταση μὲ τὸν ἀριθμὸ n.m· κ.ο.κ.

(Κάτι που είναι λογικό δεν μπορεί να είναι μόνο δυνατό. 'Η λογική ασχολείται με κάθε δυνατότητα και όλες οι δυνατότητες είναι τὰ γεγονότα της.)

"Όπως δεν μπορούμε να φανταστοῦμε χωροδιάστατα αντικείμενα γενικά έξω από τὸ χῶρο και χρονικά αντικείμενα έξω από τὸ χρόνο, ἔτσι δεν μπορούμε να φανταστοῦμε κανένα αντικείμενο έξω από τὴ δυνατότητα τῆς σύνδεσής του με ἄλλα.

"Αν μπορῶ να φανταστῶ τὸ αντικείμενο στὸ σύνδεσμο τῆς κατάστασης πραγμάτων, δεν μπορῶ να τὸ φανταστῶ έξω από τὴ δυνατότητα αὐτοῦ τοῦ σύνδεσμου.

- 2.0122 Τὸ πράγμα είναι ανεξάρτητο, ἐφόσον μπορεί να ἐμφανίζεται σὲ ὅλες τὶς δυνατὲς καταστάσεις, ἀλλὰ αὐτὴ ἡ μορφή τῆς ανεξαρτησίας είναι μιὰ μορφή τῆς συσχέτισης με τὴν κατάσταση πραγμάτων, μιὰ μορφή ἐξάρτησης. (Εἶναι ἀδύνατο οἱ λέξεις να ἐμφανίζονται με δυὸ διαφορετικούς τρόπους, μόνες τους και μέσα στὴν πρόταση).
- 2.0123 "Αν γνωρίζω τὸ αντικείμενο, γνωρίζω και ὅλες τὶς δυνατότητες τῆς ἐμφάνισής του σὲ καταστάσεις πραγμάτων. (Κάθε τέτοια δυνατότητα πρέπει να ἀνήκει στὴ φύση τοῦ αντικείμενου.)
- Δεν μπορεί να βρεθεῖ ἐκ τῶν ὑστέρων μιὰ νέα δυνατότητα.
- 2.01231 Γιὰ να γνωρίζω ἓνα αντικείμενο, δεν πρέπει βέβαια να γνωρίζω τὶς ἐξωτερικὲς του – ἀλλὰ πρέπει να γνωρίζω ὅλες τὶς ἐσωτερικὲς του ιδιότητες.
- 2.0124 "Όταν είναι δοσμένα ὅλα τὰ αντικείμενα, τότε είναι δοσμένες και ὅλες οἱ δυνατὲς καταστάσεις πραγμάτων.
- 2.013 Κάθε πράγμα βρίσκεται σὰν σὲ ἓνα χῶρο δυνατῶν καταστάσεων πραγμάτων. Αὐτὸν τὸ χῶρο μπορῶ να τὸν φανταστῶ κενό, ὄχι ὅμως τὸ πράγμα χωρὶς τὸ χῶρο.
- 2.0131 Τὸ χωροδιάστατο αντικείμενο ἀνάγκη να κεῖται στὸν ἀπει-

ρο χῶρο. (Τὸ σημεῖο τοῦ χῶρου εἶναι μιὰ θέση ὀρίσματος). Ἡ κηλίδα στὸ ὀπτικὸ πεδίο δὲν πρέπει νὰ εἶναι βέβαια κόκκινη, ἀλλὰ πρέπει νὰ ἔχει ἓνα χρῶμα : περιβάλλεται, θὰ λέγαμε, ἀπὸ ἓνα χῶρο - χρῶμα.

Ὁ τόνος πρέπει νὰ ἔχει μιὰ ὀξύτητα, τὸ ἀντικείμενο τῆς ἀφῆς μιὰ σκληρότητα, κλπ.

- 2.014 Στὰ ἀντικείμενα περιέχεται ἡ δυνατότητα ὄλων τῶν καταστάσεων.
- 2.0141 Ἡ μορφή τοῦ ἀντικείμενου εἶναι ἡ δυνατότητα τῆς ἐμφάνισής του σὲ καταστάσεις πραγμάτων.
- 2.02 Τὸ ἀντικείμενο εἶναι ἀπλό.
- 2.0201 Κάθε ἀποφαντικὴ πρόταση γιὰ πλέγματα μπορεῖ νὰ ἀναλυθεῖ σὲ μιὰ ἀποφαντικὴ πρόταση γιὰ τὰ συστατικὰ στοιχεῖα τους καὶ σὲ ἐκείνες τὶς προτάσεις ποὺ περιγράφουν πλήρως τὰ πλέγματα.
- 2.021 Τὰ ἀντικείμενα ἀποτελοῦν τὴν οὐσία τοῦ κόσμου. Γιὰ αὐτὸ δὲν μποροῦν νὰ εἶναι συνθεμένα.
- 2.0211 "Ἄν ὁ κόσμος δὲν εἶχε οὐσία, τότε τὸ ἄν μιὰ πρόταση ἔχει νόημα, θὰ ἐξαρτιόταν ἀπὸ τὸ ἄν μιὰ ἄλλη πρόταση εἶναι ἀληθής.
- 2.0212 Στὴν περίπτωση αὐτὴ θὰ ἦταν ἀδύνατο νὰ σχεδιάσουμε μιὰ εἰκόνα τοῦ κόσμου (ἀληθοῦς ἢ ψευδοῦς).
- 2.022 Εἶναι φανερὸ πὼς ἓνας φανταστικὸς κόσμος, ὅσο διαφορετικὸς καὶ ἄν εἶναι ἀπὸ τὸν πραγματικὸ, πρέπει νὰ ἔχει κάτι - μιὰ μορφή - ἀπὸ κοινοῦ μὲ τὸν πραγματικὸ.
- 2.023 Αὐτὴ ἡ σταθερὴ μορφή ἀποτελεῖται ἀκριβῶς ἀπὸ τὰ ἀντικείμενα.
- 2.0231 Ἡ οὐσία τοῦ κόσμου *μπορεῖ* νὰ καθορίζει μόνο μιὰ μορφή καὶ διόλου ὑλικές ἰδιότητες. Γιατὶ αὐτὲς μποροῦν νὰ παριστάνονται μόνο ἀπὸ τὶς προτάσεις - νὰ διαμορφώνονται μόνο ἀπὸ τὸ συσχηματισμὸ τῶν ἀντικείμενων.

- 2.0232 Παρεκβατικά θὰ λέγαμε : τὰ ἀντικείμενα εἶναι ἄχρωμα.
- 2.0233 Δυὸ ἀντικείμενα τῆς ἴδιας λογικῆς μορφῆς διακρίνονται μεταξὺ τους – ἐκτὸς ἀπὸ τὶς ἐξωτερικὲς τους ἰδιότητες – μόνο ἀπὸ τὸ πῶς εἶναι διαφορετικά.
- 2.02331 Ἦ ἓνα πράγμα ἔχει ἰδιότητες ποὺ δὲν τὶς ἔχει κανένα ἄλλο, ὅποτε μπορούμε ἄμεσα νὰ τὸ ξεχωρίσουμε ἀπὸ τὰ ἄλλα καὶ νὰ ἀναφερθοῦμε σὲ αὐτὸ μὲ μὴ περιγραφή, ἢ ὑπάρχουν περισσότερα πράγματα ποὺ ἔχουν κοινὲς ὅλες τους τὶς ἰδιότητες, ὅποτε εἶναι γενικὰ ἀδύνατο νὰ διακρίνουμε ἓνα ἀπὸ αὐτά. Γιατὶ ἂν δὲν ὑπάρχει τίποτα ποὺ νὰ ξεχωρίζει τὸ πράγμα, τότε δὲν μπορῶ νὰ τὸ ξεχωρίσω, γιατί διαφορετικά [ἂν τὸ ξεχώριζα] ξεχωρίζεται.
- 2.024 Ἡ οὐσία εἶναι αὐτὸ ποὺ ὑπάρχει ἀνεξάρτητα ἀπὸ ὅ,τι κάθε φορὰ συμβαίνει.
- 2.025 Ἡ οὐσία εἶναι μορφή καὶ περιεχόμενο.
- 2.0251 Χῶρος, χρόνος καὶ χρῶμα (χρωματισμός) εἶναι μορφὲς τῶν ἀντικείμενων.
- 2.026 Μόνο ὅταν ὑπάρχουν ἀντικείμενα, μπορεῖ νὰ ὑπάρχει μιὰ σταθερὴ μορφή τοῦ κόσμου.
- 2.027 Τὸ σταθερὸ, τὸ ὑπάρχον καὶ τὸ ἀντικείμενο εἶναι ἓνα.
- 2.0271 Τὸ ἀντικείμενο εἶναι τὸ σταθερὸ, τὸ ὑπάρχον· ὁ συσχηματισμὸς εἶναι τὸ μεταβλητό, τὸ ἀσταθές.
- 2.0272 Ὁ συσχηματισμὸς τῶν ἀντικείμενων διαμορφώνει τὴν κατάσταση πραγμάτων.
- 2.03 Στὴν κατάσταση πραγμάτων τὰ ἀντικείμενα συνδέονται μεταξὺ τους ὅπως οἱ κρίκοι μιᾶς ἀλυσίδας.
- 2.031 Στὴν κατάσταση πραγμάτων τὰ ἀντικείμενα συμπεριφέρονται τὸ ἓνα πρὸς τὸ ἄλλο κατὰ ἓνα ὀρισμένο τρόπο.
- 2.032 Ὁ τρόπος μὲ τὸν ὁποῖο συνδέονται τὰ ἀντικείμενα στὴν κατάσταση πραγμάτων εἶναι ἡ δομὴ τῆς κατάστασης πραγμάτων.

- 2.033 Ἡ μορφή εἶναι ἡ δυνατότητα τῆς δομῆς.
- 2.034 Ἡ δομή τοῦ γεγονότος ἀποτελεῖται ἀπὸ τὶς δομὲς τῶν καταστάσεων πραγμάτων.
- 2.04 Ἡ ὁλότητα τῶν ὑπαρχουσῶν καταστάσεων πραγμάτων εἶναι ὁ κόσμος.
- 2.05 Ἡ ὁλότητα τῶν ὑπαρχουσῶν καταστάσεων πραγμάτων καθορίζει ἀκόμα ποιῆς καταστάσεις πραγμάτων δὲν ὑπάρχουν.
- 2.06 Ἡ ὑπαρξη καὶ ἡ μὴ ὑπαρξη καταστάσεων πραγμάτων εἶναι ἡ πραγματικότητα.
(Τὴν ὑπαρξη καταστάσεων πραγμάτων ὀνομάζουμε ἀκόμα θετικό, τὴ μὴ ὑπαρξη, ἀρνητικό γεγονός).
- 2.061 Οἱ καταστάσεις πραγμάτων εἶναι ἀνεξάρτητες μεταξύ τους.
- 2.062 Ἀπὸ τὴν ὑπαρξη ἢ τὴ μὴ ὑπαρξη μιᾶς κατάστασης πραγμάτων δὲν μπορούμε νὰ συμπεράνουμε τὴν ὑπαρξη ἢ τὴ μὴ ὑπαρξη μιᾶς ἄλλης.
- 2.063 Ἡ σύνολη πραγματικότητα εἶναι ὁ κόσμος.
- 2.1 Γιὰ τὰ γεγονότα σχηματίζουμε εἰκόνες.
- 2.11 Ἡ εἰκόνα παρουσιάζει μιὰ κατάσταση στὸ λογικὸ χῶρο, δηλαδὴ τὴν ὑπαρξη καὶ τὴ μὴ ὑπαρξη καταστάσεων πραγμάτων.
- 2.12 Ἡ εἰκόνα εἶναι ἓνα ὑπόδειγμα τῆς πραγματικότητας.
- 2.13 Τὰ ἀντικείμενα ἔχουν μέσα στὴν εἰκόνα τὰ στοιχεῖα τῆς εἰκόνας ποὺ τοὺς ἀντιστοιχοῦν.
- 2.131 Τὰ στοιχεῖα τῆς εἰκόνας ὑποκαθιστοῦν στὴν εἰκόνα τὰ ἀντικείμενα.
- 2.14 Μιὰ εἰκόνα συνίσταται στὸ πῶς τὰ στοιχεῖα τῆς συσχετίζονται μεταξύ τους μὲ ἓναν ὀρισμένο τρόπο.
- 2.141 Ἡ εἰκόνα εἶναι ἓνα γεγονός.
- 2.15 Τὸ πῶς τὰ στοιχεῖα τῆς εἰκόνας συσχετίζονται μεταξύ

τους με όρισμένο τρόπο, φανερώνει πώς έτσι συσχετίζονται μεταξύ τους τὰ πράγματα.

Ἄς ὀνομάσουμε τὴ σχέση τῶν στοιχείων τῆς εἰκόνας δομῆ, καὶ τὴ δυνατότητα τῆς δομῆς, μορφή τῆς ἀπεικόνισης.

- 2.151 Ἡ μορφή τῆς ἀπεικόνισης εἶναι ἡ δυνατότητα νὰ συσχετίζονται τὰ πράγματα μεταξύ τους, ὅπως συσχετίζονται τὰ στοιχεία τῆς εἰκόνας.
- 2.1511 *Μὲ αὐτὸ τὸν τρόπο* ἡ εἰκόνα συνδέεται με τὴν πραγματικότητα· φτάνει ὡς αὐτή.
- 2.1512 Τοποθετεῖται σὰν ἓνας μετρικὸς κανόνας πάνω στὴν πραγματικότητα.
- 2.15121 Μόνο οἱ ἀκρότατες ὑποδιαίρεσεις τοῦ κανόνα ἀγγίζουν τὸ ἀντικείμενο ποὺ μετᾶμε.
- 2.1513 Σύμφωνα με αὐτὴ τὴν ἄποψη στὴν εἰκόνα ἀνήκει ἀκόμα καὶ ἡ ἀπεικονιστικὴ σχέση ποὺ τὴν κάνει νὰ εἶναι εἰκόνα.
- 2.1514 Ἡ ἀπεικονιστικὴ σχέση ἀποτελεῖται ἀπὸ τὸ συνταίριασμα τῶν στοιχείων τῆς εἰκόνας καὶ τῶν πραγμάτων.
- 2.1515 Τὰ συνταιριάσματα αὐτὰ εἶναι κάτι σὰν κεραεῖες τῶν στοιχείων τῆς εἰκόνας, με τὶς ὁποῖες ἡ εἰκόνα ἀγγίζει τὴν πραγματικότητα.
- 2.16 Τὸ γεγονός, γιὰ νὰ εἶναι εἰκόνα, πρέπει νὰ ἔχει κάτι κοινὸ με τὸ ἀπεικονιζόμενο.
- 2.161 Στὴν εἰκόνα καὶ στὸ ἀπεικονιζόμενο πρέπει νὰ ὑπάρχει κάτι ταυτόσημο, ὥστε γενικὰ τὸ ἓνα νὰ μπορεῖ νὰ εἶναι εἰκόνα τοῦ ἄλλου.
- 2.17 Αὐτὸ ποὺ ἡ εἰκόνα πρέπει νὰ ἔχει κοινὸ με τὴν πραγματικότητα, ὥστε νὰ μπορεῖ νὰ τὴν ἀπεικονίζει με τὸν τρόπο ποὺ τὴν ἀπεικονίζει – σωστὰ ἢ λαθεμένα – εἶναι ἡ ἀπεικονιστικὴ μορφή τῆς εἰκόνας.

- 2.171 Κάθε πραγματικότητα τῆς ὁποίας ἡ εἰκόνα ἔχει τὴ μορφή, μπορεῖ ἡ εἰκόνα νὰ τὴν ἀπεικονίζει.
- Ἡ χωροδιάστατη εἰκόνα μπορεῖ νὰ ἀπεικονίζει καθετὶ χωροδιάστατο, ἢ χρωματιστὴ καθετὶ χρωματιστό, κλπ.
- 2.172 Ἡ εἰκόνα ὅμως δὲν μπορεῖ νὰ ἀπεικονίζει τὴν ἀπεικονιστικὴ μορφή της· τὴ δείχνει.
- 2.173 Ἡ εἰκόνα παριστάνει τὸ θέμα της ἀπὸ μιὰ θέση ἔξω ἀπὸ αὐτὸ (ἢ θέση της εἶναι ἡ παραστατικὴ μορφή της), γιὰ αὐτὸ ἡ εἰκόνα παριστάνει τὸ θέμα της σωστὰ ἢ λαθεμένα.
- 2.174 Ἡ εἰκόνα δὲν μπορεῖ ὅμως νὰ τοποθετηθεῖ ἔξω ἀπὸ τὴν παραστατικὴ μορφή της.
- 2.18 Αὐτὸ ποὺ κάθε εἰκόνα, ἀδιάφορο ποιᾶς μορφῆς, πρέπει νὰ ἔχει κοινὸ μὲ τὴν πραγματικότητα γιὰ νὰ μπορεῖ γενικὰ νὰ τὴν ἀπεικονίζει – σωστὰ ἢ λαθεμένα – εἶναι ἡ λογικὴ μορφή, δηλαδὴ ἡ μορφή τῆς πραγματικότητος.
- 2.181 Ἄν ἡ μορφή τῆς ἀπεικόνισης εἶναι ἡ λογικὴ μορφή, τότε ἡ εἰκόνα ὀνομάζεται λογικὴ εἰκόνα.
- 2.182 Κάθε εἰκόνα εἶναι καὶ λογικὴ εἰκόνα. (Ἀντίθετα κάθε εἰκόνα δὲν εἶναι π.χ. χωροδιάστατη).
- 2.19 Ἡ λογικὴ εἰκόνα μπορεῖ νὰ ἀπεικονίζει τὸν κόσμον.
- 2.2 Ἡ εἰκόνα ἔχει μὲ τὸ ἀπεικονιζόμενον κοινὴ τὴ λογικὴ μορφή τῆς ἀπεικόνισης.
- 2.201 Ἡ εἰκόνα ἀπεικονίζει τὴν πραγματικότητα μὲ τὸ νὰ παριστάνει μιὰ δυνατότητα γιὰ τὴν ὕπαρξιν καὶ τὴ μὴ ὕπαρξιν καταστάσεων πραγμάτων.
- 2.202 Ἡ εἰκόνα παριστάνει μιὰ δυνατὴ κατάσταση στὸν λογικὸ χῶρον.
- 2.203 Ἡ εἰκόνα περιέχει τὴ δυνατότητα τῆς κατάστασης ποὺ παριστάνει.
- 2.21 Ἡ εἰκόνα συμφωνεῖ ἢ δὲ συμφωνεῖ μὲ τὴν πραγματικότητα· εἶναι σωστὴ ἢ ὄχι σωστὴ, ἀληθὴς ἢ ψευδής.

- 2.22 Ἡ εἰκόνα παριστάνει αὐτὸ ποὺ παριστάνει, ἀνεξάρτητα ἀπὸ τὴν ἀλήθεια ἢ τὴ μὴ ἀλήθεια του, μὲ τὴν ἀπεικονιστικὴ μορφή της.
- 2.221 Αὐτὸ ποὺ ἡ εἰκόνα παριστάνει εἶναι τὸ νόημά της.
- 2.222 Ἡ ἀλήθεια ἢ ἡ μὴ ἀλήθεια της ἔγκειται στὴ συμφωνία ἢ στὴ μὴ συμφωνία τοῦ νοήματός της μὲ τὴν πραγματικότητα.
- 2.223 Γιὰ νὰ γνωρίσουμε ἂν ἡ εἰκόνα εἶναι ἀληθὴς ἢ ψευδὴς πρέπει νὰ τὴ συγκρίνουμε μὲ τὴν πραγματικότητα.
- 2.224 Δὲν εἶναι δυνατὸ νὰ γνωρίσουμε ἂν ἡ εἰκόνα εἶναι ἀληθὴς ἢ ψευδὴς μόνο ἀπὸ τὴν εἰκόνα.
- 2.225 Δὲν ὑπάρχει μιὰ *a priori* ἀληθὴς εἰκόνα.
- 3 Κάθε σκέψη εἶναι λογικὴ εἰκόνα τῶν γεγονότων.
- 3.001 «Μιὰ κατάσταση πραγμάτων εἶναι νοητὴ», αὐτὸ θὰ πεῖ : μπορούμε νὰ σχηματίσουμε γιὰ αὐτὴ μιὰ εἰκόνα.
- 3.01 Ἡ ὁλότητα τῶν ἀληθῶν σκέψεων εἶναι μιὰ εἰκόνα τοῦ κόσμου.
- 3.02 Μιὰ σκέψη περιέχει τὴ δυνατότητα τῆς κατάστασης τὴν ὁποία σκέφτεται. Ὅ,τι εἶναι νοητὸ εἶναι καὶ δυνατό.
- 3.03 Δὲν μπορούμε νὰ σκεφτοῦμε τίποτα μὴ λογικὸ, γιὰτὶ τότε θὰ ἔπρεπε νὰ σκεφτόμαστε μὴ λογικά.
- 3.031 Εἰπώθηκε κάποτε πὼς ὁ Θεὸς μπορεῖ νὰ δημιουργεῖ τὰ πάντα, ἐκτὸς ἀπὸ αὐτὸ ποὺ θὰ ἦταν ἀντίθετο μὲ τοὺς νόμους τῆς λογικῆς. – Δὲ θὰ μπορούσαμε δηλαδὴ νὰ ποῦμε πὼς θὰ φαινόταν ἕνας «μὴ λογικὸς» κόσμος.
- 3.032 Δὲν μπορούμε στὴ γλώσσα νὰ παραστήσουμε κάτι ποὺ «ἀντιφάσκει στὴ λογικὴ», ὅπως δὲν μπορούμε νὰ παραστήσουμε στὴ γεωμετρία μὲ τὶς γεωμετρικὲς συντεταγμένες ἕνα σχῆμα ποὺ ἀντιφάσκει στοὺς νόμους τοῦ χώρου· ἢ νὰ δώσουμε τὶς συντεταγμένες ἑνὸς σημείου ποὺ δὲν ὑπάρχει.
- 3.0321 Μποροῦμε βέβαια νὰ παραστήσουμε στὸ χῶρο μιὰ κατάσταση πραγμάτων ποὺ νὰ ἀντιβαίνει στοὺς νόμους τῆς

φυσικῆς, ἀλλὰ ὄχι πού νά ἀντιβαίνει στούς νόμους τῆς γεωμετρίας.

- 3.04 Μιά *a priori* σωστή σκέψη θά ἦταν μιὰ σκέψη, ἀπό τή δυνατότητα τῆς ὁποίας, θά ἐξαρτιόταν ἡ ἀλήθεια της.
- 3.05 Μόνο ἔτσι θά μπορούσαμε νά ξέρουμε *a priori* πῶς μιὰ σκέψη εἶναι ἀληθής : ὅταν ἀπό τήν ἴδια τή σκέψη (χωρίς ἀντικείμενο σύγκρισης) θά μπορούσαμε νά γνωρίσουμε τήν ἀλήθεια της.
- 3.1 Στήν πρόταση ἡ ἔκφραση τῆς σκέψης γίνεται ἀντιληπτῆ ἀπό τίς αἰσθήσεις.
- 3.11 Τò σημεῖο τῆς πρότασης πού γίνεται ἀντιληπτὸ ἀπό τίς αἰσθήσεις (φθόγγος ἢ γράμμα κλπ.) τὸ χρησιμοποιοῦμε σάν προβολή τῆς δυνατῆς κατάστασης.
Ἡ μέθοδος τῆς προβολῆς εἶναι νά σκεφτόμαστε τὸ νόημα τῆς πρότασης.
- 3.12 Τò σημεῖο μὲ τὸ ὁποῖο ἐκφράζουμε μιὰ σκέψη τὸ ὀνομάζω προτασιακὸ σημεῖο. Καί ἡ πρόταση εἶναι τὸ προτασιακὸ σημεῖο στήν προβολικὴ του σχέση μὲ τὸν κόσμον.
- 3.13 Στήν πρόταση ἀνήκει ὅ,τι ἀνήκει στήν προβολή· ὄχι ὅμως τὸ προβαλλόμενον.
Δηλαδή ἡ δυνατότητα τοῦ προβαλλόμενου, ἀλλὰ ὄχι αὐτὸ τὸ ἴδιο.
Ἐτσι στήν πρόταση δὲν περιέχεται ἀκόμα τὸ νόημά της, ἀλλὰ περιέχεται ἡ δυνατότητα γιὰ τὴν ἔκφρασή του.
(«Τὸ περιεχόμενο τῆς πρότασης», θά πεῖ : τὸ περιεχόμενο τῆς πρότασης πού ἔχει νόημα).
Στήν πρόταση περιέχεται ἡ μορφή, ἀλλὰ ὄχι τὸ περιεχόμενο τοῦ νοήματος τῆς πρότασης.
- 3.14 Τὸ προτασιακὸ σημεῖο συνίσταται στὸ πῶς τὰ στοιχεῖα του, οἱ λέξεις, συσχετίζονται μεταξύ τους κατὰ ἓνα ὀρισμένο τρόπο.

- Τὸ προτασιακὸ σημεῖο εἶναι ἓνα γεγονός.
- 3.141 Ἡ πρόταση δὲν εἶναι συνονθύλευμα ἀπὸ λέξεις. ("Ὅπως τὸ μουσικὸ θέμα δὲν εἶναι συνονθύλευμα ἀπὸ τόνους).
Ἡ πρόταση εἶναι διαρθρωμένη.
- 3.142 Μόνο γεγονότα μποροῦν νὰ ἐκφράζουν ἓνα νόημα, μιὰ κλάση ἀπὸ ὀνόματα δὲν μπορεῖ.
- 3.143 Τὸ πὼς τὸ προτασιακὸ σημεῖο εἶναι ἓνα γεγονός, ἀποκρύβεται ἀπὸ τὴ συνηθισμένη μορφή ἐκφρασης τῆς γραφῆς ἢ τῆς τυπογραφίας. Στὴν τυπωμένη πρόταση π.χ. τὸ προτασιακὸ σημεῖο δὲ φαίνεται οὐσιαστικᾶ διαφορετικὸ ἀπὸ τὴ λέξη.
(Ἔτσι στάθηκε δυνατὸ στὸν *Frege* νὰ ὀνομάσει τὴν πρόταση : σύνθετο ὄνομα).
- 3.1431 Ἡ οὐσία τοῦ προτασιακοῦ σημείου γίνεται πολὺ σαφής, ἂν τὸ φανταστοῦμε συνθεμένο ὄχι ἀπὸ σημεῖα γραφῆς, ἀλλὰ ἀπὸ χωροδιάστατα ἀντικείμενα (ὅπως τραπέζια, καθίσματα, βιβλία). Ἡ διάταξη αὐτῶν τῶν πραγμάτων στὸ χῶρο ἐκφράζει τότε τὸ νόημα τῆς πρότασης.
- 3.1432 Ὅχι: «Τὸ σύνθετο σημεῖο « $aR\beta$ » λέει πὼς τὸ a βρίσκεται στὴ σχέση R ὡς πρὸς τὸ β », ἀλλὰ : πὼς τὸ « a » βρίσκεται σὲ μιὰ ὀρισμένη σχέση ὡς πρὸς τὸ « β » λέει πὼς $aR\beta$.
- 3.144 Τίς καταστάσεις μποροῦμε νὰ τίς περιγράψουμε, ὄχι νὰ τίς ὀνομάζουμε.
(Τὰ ὀνόματα μοιάζουν μὲ τελείες· οἱ προτάσεις μὲ βέλη, ἔχουν δηλαδὴ νόημα).
- 3 2 Στὴν πρόταση μιὰ σκέψη μπορεῖ νὰ ἐκφράζεται ἔτσι ὥστε, στὰ ἀντικείμενα τῆς σκέψης, νὰ ἀντιστοιχοῦν στοιχεῖα τοῦ προτασιακοῦ σημείου.
- 3.201 Αὐτὰ τὰ στοιχεῖα τὰ ὀνομάζω «ἀπλᾶ σημεῖα» καὶ τὴν πρόταση «πλήρως ἀναλυμένη».
- 3.202 Ὄνόματα λέγονται τὰ ἀπλᾶ σημεῖα ποὺ χρησιμοποιοῦνται στὴν πρόταση.

- 3.203 Τὸ ὄνομα σημαίνει τὸ ἀντικείμενο. Τὸ ἀντικείμενο εἶναι ἢ σημασία του («Α» εἶναι τὸ ἴδιο σημεῖο ὅπως «Α»).
- 3.21 Ὁ συσχηματισμὸς τῶν ἀντικείμενων μέσα σὲ μιὰ κατά-
σταση ἀντιστοιχεῖ στὸ συσχηματισμὸ τῶν ἀπλῶν ση-
μείων μέσα στὸ προτασιακὸ σημεῖο.
- 3.22 Τὸ ὄνομα ὑποκαθιστᾶ στὴν πρόταση τὸ ἀντικείμενο.
- 3.221 Τὰ ἀντικείμενα μπορῶ μόνο νὰ τὰ ὀνομάζω. Τὰ ὑποκα-
θιστοῦν σημεῖα. Μπορῶ μόνο νὰ μιλάω γιὰ αὐτά· τὰ
ἴδια ὅμως δὲν μπορῶ νὰ τὰ μιλήσω. Μιὰ πρόταση μπορεῖ
μόνο νὰ πεῖ πῶς εἶναι, ὄχι τί εἶναι ἓνα πράγμα.
- 3.23 Τὸ αἶτημα γιὰ τὴ δυνατότητα τῶν ἀπλῶν σημείων εἶναι
τὸ αἶτημα γιὰ τὸ καθορισμένο νόημα.
- 3.24 Ἡ πρόταση ποὺ ἀναφέρεται στὸ πλέγμα βρίσκεται σὲ
ἔσωτερικὴ σχέση μὲ τὴν πρόταση ποὺ ἀναφέρεται σὲ κά-
ποιο συστατικὸ στοιχεῖο τοῦ πλέγματος.
Τὸ πλέγμα μπορεῖ νὰ δοθεῖ μόνο μὲ τὴν περιγραφή του,
ποὺ εἶναι σωστὴ ἢ δὲν εἶναι σωστὴ. Ἡ πρόταση, στὴν
ὁποία γίνεται λόγος γιὰ πλέγμα, δὲν εἶναι χωρὶς νόημα
ἂν τὸ πλέγμα δὲν ὑπάρχει, ἀλλὰ ἀπλῶς εἶναι ἐσφαλμένη.
Τὸ πῶς ἓνα προτασιακὸ στοιχεῖο ὑποσημαίνει ἓνα πλέγμα,
μποροῦμε νὰ τὸ δοῦμε ἀπὸ μιὰ ἀπροσδιοριστὴ στίς προ-
τάσεις στίς ὁποῖες ἐμφανίζεται.
Στὴν τέτοια πρόταση γνωρίζουμε πῶς ἀκόμα δὲν ἔχουν
ἄλλα καθοριστεῖ. (Πραγματικὰ ἡ ὑποσημάμανση τῆς γενικό-
τητας περιέχει μιὰ πρωτοεικόνα).
Ἡ σύνοψη τοῦ σύμβολου ἑνὸς πλέγματος σὲ ἓνα ἀπλὸ
σύμβολο μπορεῖ νὰ ἐκφραστεῖ μὲ ἓναν ὀρισμὸ.
- 3.25 Μιὰ μόνο πλήρης ἀνάλυση τῆς πρότασης ὑπάρχει καὶ
μόνο μιὰ.
- 3.251 Ἡ πρόταση ἐκφράζει αὐτὸ ποὺ ἐκφράζει μὲ ἓνα καθορι-
σμένο καὶ μὲ σαφήνεια δοσμένο τρόπο : Ἡ πρόταση εἶναι
διαρθρωμένη.

- 3.26 Τὸ ὄνομα δὲν μπορεῖ νὰ ἀναλυθεῖ περισσότερο μὲ ἓνα ὄρισμό : εἶναι ἓνα πρωτοσημεῖο.
- 3.261 Τὰ ὀριζόμενα σημεῖα ὑποσημαίνουν διαμέσου τῶν σημείων ποὺ τὰ ὀρίζουν· καὶ οἱ ὀρισμοὶ δείχνουν τὸν δρόμο. Δυὸ σημεῖα, δηλαδὴ ἓνα πρωτοσημεῖο καὶ ἓνα σημεῖο ποὺ ἔχει ὀριστεῖ ἀπὸ πρωτοσημεῖα, δὲν μποροῦν νὰ ὑποσημαίνουν μὲ τὸν ἴδιο τρόπο. Τὰ ὀνόματα δὲν μπορεῖ κανεὶς νὰ τὰ κατατέμνει μὲ ὀρισμούς. (Δὲν ὑπάρχει κανένα σημεῖο ποὺ μόνο του, ἀνεξάρτητο, νὰ ἔχει σημασία.)
- 3.262 Ἐκεῖνο ποὺ δὲν ἐκφράζεται μέσα στὰ σημεῖα τὸ δείχνει ἢ χρῆση τους. Ἐκεῖνο ποὺ τὰ σημεῖα ἀποσιωποῦν τὸ λέει ἢ χρῆση τους.
- 3.263 Οἱ σημασίες τῶν πρωτοσημείων μποροῦν νὰ ἐξηγηθοῦν μὲ διασαφήσεις. Οἱ διασαφήσεις εἶναι προτάσεις οἱ ὁποῖες περιέχουν τὰ πρωτοσημεῖα. Μποροῦμε λοιπὸν νὰ τις καταλάβουμε μόνο ὅταν οἱ σημασίες αὐτῶν τῶν σημείων εἶναι κιόλας γνωστές.
- 3.3 Μόνο ἢ πρόταση ἔχει νόημα· μόνο στὸ συναπαρτισμὸ τῆς πρότασης ἓνα ὄνομα ἔχει σημασία.
- 3.31 Ὀνομάζω ἔκφραση (σύμβολο) κάθε μέρος τῆς πρότασης ποὺ χαρακτηρίζει τὸ νόημά της.
(Ἡ ἴδια ἢ πρόταση εἶναι μιὰ ἔκφραση.)
Ἐκφραση εἶναι ὅ,τι οὐσιαστικὸ γιὰ τὸ νόημα τῆς πρότασης μποροῦν νὰ ἔχουν οἱ προτάσεις κοινὸ μεταξύ τους.
Ἡ ἔκφραση χαρακτηρίζει τὴ μορφή καὶ τὸ περιεχόμενο.
- 3.311 Ἡ ἔκφραση προϋποθέτει τὶς μορφὲς ὅλων τῶν προτάσεων στὶς ὁποῖες μπορεῖ νὰ παρουσιάζεται. Εἶναι τὸ κοινὸ χαρακτηριστικὸ γνῶρισμα μιᾶς κλάσης ἀπὸ προτάσεις.
- 3.312 Ἐτσι ἢ ἔκφραση παριστάνεται μὲ τὴ γενικὴ μορφή τῶν προτάσεων τὶς ὁποῖες χαρακτηρίζει.
Καὶ μάλιστα στὴ μορφή αὐτὴ θὰ εἶναι σταθερὴ ἢ ἔκφραση καὶ ὅλα τὰ ἄλλα μεταβλητά.

- 3.313 Ἐτσι ἡ ἔκφραση παριστάνεται μὲ μιὰ μεταβλητὴ, ποὺ τιμὲς τῆς εἶναι οἱ προτάσεις ποὺ περιέχουν τὴν ἔκφραση. (Στὴν ὀριακὴ περίπτωση ἡ μεταβλητὴ γίνεται μιὰ σταθερὰ καὶ ἡ ἔκφραση μιὰ πρόταση.)
Μιὰ τέτοια μεταβλητὴ τὴν ὀνομάζω «προτασιακὴ μεταβλητὴ».
- 3.314 Ἡ ἔκφραση ἔχει σημασία μόνο στὴν πρόταση. Κάθε μεταβλητὴ μπορεῖ νὰ θεωρηθεῖ ὡς προτασιακὴ μεταβλητὴ. (Τὸ ἴδιο καὶ τὸ μεταβλητὸ ὄνομα.)
- 3.315 Ἄν μετατρέψουμε ἓνα συστατικὸ στοιχεῖο μιᾶς πρότασης σὲ μιὰ μεταβλητὴ, τότε ὑπάρχει μιὰ κλάση ἀπὸ προτάσεις, ποὺ ὅλες εἶναι τιμὲς αὐτῆς τῆς μεταβλητῆς πρότασης. Καὶ ἡ κλάση αὐτὴ ἐξαρτᾶται γενικὰ ἀκόμα ἀπὸ αὐτὸ πού, μὲ μιὰ ἀυθαίρετη σύμβαση, ἐννοοῦμε λέγοντας μέρη αὐτῆς τῆς πρότασης. Ἀλλὰ ἂν μετατρέψουμε ὅλα ἐκεῖνα τὰ σημεῖα, ποὺ ἡ σημασία τους καθορίστηκε ἀυθαίρετα, σὲ μεταβλητὲς, τότε ἐξακολουθοῦμε νὰ ἔχουμε πάντα μιὰ παρόμοια κλάση. Αὐτὴ ὅμως δὲν ἐξαρτᾶται πιά ἀπὸ καμιὰ σύμβαση, ἀλλὰ μονάχα ἀπὸ τὴ φύση τῆς πρότασης. Ἀντιστοιχεῖ σὲ μιὰ λογικὴ μορφή – σὲ μιὰ λογικὴ πρωτοεικόνα.
- 3.316 Ποιὲς τιμὲς θὰ λάβει ἡ προτασιακὴ μεταβλητὴ : αὐτὸ καθορίζεται.
Ἐο καθορισμὸς τῶν τιμῶν εἶναι ἡ μεταβλητὴ.
- 3.317 Ἐο καθορισμὸς τῶν τιμῶν τῶν προτασιακῶν μεταβλητῶν εἶναι νὰ δώσουμε τίς προτάσεις ποὺ κοινὸ γνῶρισμά τους εἶναι ἡ μεταβλητὴ.
Ἐο καθορισμὸς εἶναι μιὰ περιγραφὴ τῶν προτάσεων αὐτῶν. Ἐτσι ὁ καθορισμὸς θὰ ἀφορᾷ μόνο τὰ σύμβολα, ὄχι τὴ σημασία τους.
Καὶ τὸ μόνο οὐσιαστικὸ γιὰ τὸν καθορισμὸ εἶναι πὼς εἶναι

μόνο μιὰ περιγραφή συμβόλων καὶ δὲν ἀποφαίνεται καθόλου γιὰ τὸ σημαινόμενο.

Τὸ πῶς γίνεται ἡ περιγραφή τῶν προτάσεων εἶναι ἀσήμαντο.

- 3.318 Τὴν πρόταση – ὅπως ὁ *Frege* καὶ ὁ *Russell* – τὴν ἀντιλαμβάνομαι ὡς συνάρτηση τῶν ἐκφράσεων ποὺ περιέχονται σὲ αὐτή.
- 3.32 Τὸ αἰσθητὰ ἀντιληπτὸ γιὰ μᾶς ἀπὸ τὸ σύμβολο εἶναι τὸ σημεῖο.
- 3.321 Δυὸ διαφορετικὰ σύμβολα μποροῦν, λοιπόν, νὰ ἔχουν κοινὸ μεταξύ τους τὸ σημεῖο (γραφτὸ ἢ προφορικὸ κλπ.) – καὶ τότε ὑποσημαίνουν μὲ διαφορετικοὺς τρόπους.
- 3.322 Τὸ κοινὸ γνώρισμα δυὸ ἀντικείμενων δὲν μπορεῖ νὰ δείχνει ποτὲ πῶς αὐτὰ ὑποσημαίνονται μὲ τὸ ἴδιο σημεῖο, ἀλλὰ μὲ δυὸ διαφορετικοὺς τρόπους ὑποσήμανσης. Γιατὶ τὸ σημεῖο βέβαια εἶναι αὐθαίρετο. Ἔτσι θὰ μπορούσαμε νὰ διαλέξουμε καὶ δυὸ διαφορετικὰ σημεῖα, ἀλλὰ τί θὰ ἦταν τότε τὸ κοινὸ στὴν ὑποσήμανση ;
- 3.323 Στὴν κοινὴ γλώσσα συμβαίνει πολὺ συχνὰ ἡ ἴδια λέξη νὰ σημαίνει διαφορετικὰ πράγματα – δηλαδή νὰ ἀνήκει σὲ διαφορετικὰ σύμβολα – ἢ δυὸ λέξεις, ποὺ σημαίνουν διαφορετικὰ πράγματα, νὰ χρησιμοποιοῦνται ἐπιτόλεια μὲ τὸν ἴδιο τρόπο στὴν πρόταση.
- Ἔτσι ἡ λέξη «εἶναι» ἐμφανίζεται ὡς συνδετικό, ὡς σημεῖο ἰσότητος, καὶ ὡς ἔκφραση τοῦ ὑπάρχειν· ἡ λέξη «ὑπάρχω» ὡς ἀμετάβατο ρῆμα ὅπως τὸ «πηγαίνω»· ἡ λέξη «ταυτόσημος» ὡς ἐπίθετο· μιλάμε γιὰ *Κάτι*, ἀλλὰ καὶ πῶς *κάτι* συμβαίνει.
- (Στὴν πρόταση : «Ὁ Πράσινος εἶναι πράσινος» – ὅπου ἡ πρώτη λέξη εἶναι ὄνομα ἑνὸς προσώπου, καὶ ἡ τελευταία ἐπίθετο – αὐτὲς οἱ λέξεις δὲν ἔχουν ἀπλῶς διαφορετικὲς σημασίες, ἀλλὰ εἶναι διαφορετικὰ σύμβολα.)

- 3.324 Ἔτσι δημιουργοῦνται εὐκόλα οἱ πιό θεμελιώδεις συγχύσεις (ἀπό τίς ὁποῖες εἶναι γεμάτη ἡ φιλοσοφία).
- 3.325 Για νά ἀποφύγουμε αὐτά τά λάθη, πρέπει νά χρησιμοποιήσουμε μιᾶ γλώσσα σημείων πού νά τά ἀποκλείει, μέ τὸ νά μὴ χρησιμοποιεῖ τὸ ἴδιο σημεῖο σέ διαφορετικά σύμβολα, καί νά μὴ χρησιμοποιεῖ ἐπιτόλαια μέ τὸν ἴδιο τρόπο σημεία πού ὑποσημαίνουν μέ διαφορετικὸ τρόπο. Δηλαδή μιᾶ γλώσσα σημείων πού ὑπακούει στὴ *λογικὴ γραμματική* – στὴ *λογικὴ σύνταξη*.
(Ἡ συμβολικὴ γραφὴ τῶν ἐννοιῶν, τὴν ὁποία χρησιμοποιοῦν ὁ *Frege* καί ὁ *Russell*, εἶναι μιᾶ παρόμοια γλώσσα, ἂν καί δὲν ἀποκλείει ἀκόμα ὅλα τά σφάλματα.)
- 3.326 Για νά ἀναγνωρίσουμε τὸ σύμβολο ἀπὸ τὸ σημεῖο, πρέπει νά δώσουμε προσοχὴ στὸ πῶς χρησιμοποιεῖται τὸ σημεῖο μέ νόημα.
- 3.327 Τὸ σημεῖο καθορίζει μιᾶ λογικὴ μορφή μόνο ὕστερα ἀπὸ τὴν *λογικο-συνταχτικὴν* χρησιμοποίησή του.
- 3.328 Ὅταν ἓνα σημεῖο δὲν *χρησιμοποιεῖται*, τότε ἡ σημασία του δὲν ὑπάρχει. Αὐτὸ εἶναι τὸ νόημα τῆς ἀρχῆς τοῦ *Occam*. (Ἄν ὅλα συμπεριφέρονται ἔτσι σὰ νά εἶχε ἓνα σημεῖο μιᾶ σημασία, τότε τὸ σημεῖο αὐτὸ ἔχει σημασία).
- 3.33 Στὴ *λογικὴ σύνταξη* ἡ σημασία ἐνὸς σημείου δὲν ἐπιτρέπεται ποτὲ νά παίζει ἓνα ρόλο· ἡ *λογικὴ σύνταξη* πρέπει νά γίνεται χωρὶς νά μιλάμε γιὰ τὴν *σημασία* ἐνὸς σημείου· καί μπορεῖ νά προϋποθέτει *μόνο* τὴν περιγραφὴ τῶν ἐκφράσεων.
- 3.331 Ἀπὸ αὐτὴ τὴν παρατήρηση περνᾶμε στὴν «*Theory of Types*» τοῦ *Russell*. Ἡ πλάνη τοῦ *Russell* φαίνεται στὸ πῶς, κατὰ τὴν διατύπωση τῶν κανόνων γιὰ τὰ σημεία, ἀναγκάστηκε νά μιλήσει γιὰ τὴν σημασία τους.
- 3.332 Καμιᾶ πρόταση δὲν μπορεῖ νά ἀποφανθεῖ κάτι γιὰ λογα-

ριασμό της, γιατί τὸ προτασιακὸ σημεῖο δὲν μπορεῖ νὰ περιέχεται σὲ αὐτὸ τὸ ἴδιο (αὐτὸ εἶναι ὀλόκληρη ἢ «*Theory of Types*»).

- 3.333 Μιὰ συνάρτηση δὲν μπορεῖ νὰ εἶναι ἡ ἴδια τὸ ὄρισμά της, γιατί τὸ συναρτησιακὸ σημεῖο περιέχει ἤδη τὴν πρωτοεικόνα τοῦ ὀρίσματός του καὶ δὲν μπορεῖ νὰ αὐτοπεριέχεται. Ἄς ὑποθέσουμε δηλαδή πὼς ἡ συνάρτηση $Ff(x)$ θὰ μπορούσε νὰ εἶναι ἡ ἴδια τὸ ὄρισμά της· ἔτσι θὰ εἶχαμε μιὰ πρόταση : « $F(F(fx))$ » καὶ σὲ αὐτὴν ἡ ἐξωτερικὴ συνάρτηση F καὶ ἡ ἐσωτερικὴ συνάρτηση F πρέπει νὰ ἔχουν διαφορετικὲς σημασίες, γιατί ἡ ἐσωτερικὴ ἔχει τὴ μορφή $\varphi(fx)$ καὶ ἡ ἐξωτερικὴ τὴ μορφή $\psi(\varphi(fx))$. Κοινὸ στὶς δυὸ συναρτήσεις εἶναι μόνο τὸ γράμμα « F », ποὺ μόνο του ὅμως δὲν σημαίνει τίποτα.

Αὐτὸ γίνεται ἀμέσως φανερό, ἂν ἀντὶ « $F(F(u))$ » γράψουμε « $(\exists \varphi) : F(\varphi u). \varphi u = F'u$ ».

Μὲ τὸν τρόπο αὐτὸ αἴρεται τὸ παράδοξο τοῦ *Russell*.

- 3.334 Οἱ κανόνες τῆς λογικῆς σύνταξης πρέπει νὰ εἶναι αὐτόνοητοι, ἀρκεῖ νὰ ξέρουμε μὲ ποιὸ τρόπο κάθε ἓνα σημεῖο ὑποσημαίνει.
- 3.34 Ἡ πρόταση ἔχει οὐσιαστικὰ καὶ συμπτωματικὰ γνωρίσματα. Συμπτωματικὰ εἶναι τὰ γνωρίσματα ποὺ προέρχονται ἀπὸ τὸν ἰδιαίτερο τρόπο τῆς παραγωγῆς τοῦ προτασιακοῦ σημείου. Οὐσιαστικὰ εἶναι ἐκεῖνα ποὺ μόνο αὐτὰ δίνουν στὴν πρόταση τὴ δυνατότητα νὰ ἐκφράζει τὸ νόημα της.
- 3.341 Ἔτσι τὸ οὐσιαστικὸ στὴν πρόταση εἶναι αὐτὸ ποὺ εἶναι κοινὸ σὲ ὅλες τὶς προτάσεις ποὺμποροῦν νὰ ἐκφράζουν τὸ ἴδιο νόημα.
- Ἀκόμα τὸ οὐσιαστικὸ στὸ σύμβολο εἶναι γενικὰ αὐτὸ ποὺ ἔχουν κοινὸ ὅλα τὰ σύμβολα ποὺμποροῦν νὰ ἐκπληρῶνουν τὸν ἴδιο σκοπὸ.

- 3.3411 Θὰ μπορούσαμε λοιπὸν νὰ ποῦμε πὼς : τὸ πραγματικὸ ὄνομα ἑνὸς ἀντικείμενου εἶναι αὐτὸ ποὺ ἔχουν κοινὸ ὅλα τὰ σύμβολα ποὺ ὑποσημαίνουν τὸ ἀντικείμενο.
Ἔτσι θὰ ἀποδειχνόταν διαδοχικὰ πὼς, γιὰ τὸ ὄνομα, κανὸς εἶδους σύνθεσις δὲν εἶναι οὐσιαστική.
- 3.342 Στοὺς συμβολισμοὺς μας ὑπάρχει βέβαια κάτι αὐθαίρετο, ἀλλὰ δὲν εἶναι αὐθαίρετο *τοῦτο* : πὼς, ἂν ἔχουμε ὀρίσει κάτι αὐθαίρετα, τότε πρέπει νὰ συμβαίνει κάτι ἄλλο. (Αὐτὸ ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴν οὐσία τοῦ συμβολισμοῦ.)
- 3.3421 Ἕνας ἰδιαιτέρος τρόπος ὑποσημάνσεως μπορεῖ νὰ μὴν ἔχει σπουδαιότητα, ἀλλὰ ἔχει πάντα σπουδαιότητα πὼς αὐτὸς εἶναι ἕνας δυνατὸς τρόπος ὑποσημάνσεως. Καὶ ἔτσι συμβαίνει γενικὰ στὴ φιλοσοφία : Τὸ ἐπιμέρους ἐμφανίζεται κάθε φορὰ χωρὶς σπουδαιότητα, ἀλλὰ ἡ δυνατότητα κάθε ἐπιμέρους πράγματος μᾶς ἀποκαλύπτει κάτι γιὰ τὴν οὐσία τοῦ κόσμου.
- 3.343 Οἱ ὀρισμοὶ εἶναι κανόνες τῆς μεταφορᾶς ἀπὸ μιὰ γλῶσσα σὲ μιὰ ἄλλη. Κάθε ὀρθὴ γλῶσσα σημείων πρέπει νὰ μπορεῖ νὰ μεταφέρεται σὲ κάθε ἄλλη σύμφωνα μὲ κανόνες τέτοιας λογῆς : Αὐτὸ εἶναι ποὺ ἔχουν κοινὸ μεταξύ τους οἱ γλῶσσες αὐτές.
- 3.344 Ἐπὶ τὸ σύμβολο, αὐτὸ ποὺ ὑποσημαίνει, εἶναι τὸ κοινὸ ὅλων ἐκείνων τῶν συμβόλων, μὲ τὰ ὁποῖα, σύμφωνα μὲ τοὺς κανόνες τῆς λογικῆς σύνταξης, μπορεῖ νὰ ἀντικατασταθεῖ.
- 3.3441 Μποροῦμε, π.χ., νὰ ἐκφράσουμε μὲ τὸν ἀκόλουθο τρόπο τὸ κοινὸ ὅλων τῶν συμβολισμῶν γιὰ τὴν συναρτήσεως ἀλήθειας : Ἔχουν ὅλες κοινὸ μεταξύ τους τὸ πὼς *μποροῦν νὰ ἀντικατασταθοῦν*, π.χ., μὲ τὸν συμβολισμό « $\sim p$ » («ὄχι p ») καὶ « $p \vee q$ » (« p ἢ q »).
- (Ἔτσι χαρακτηρίζεται ὁ τρόπος μὲ τὸν ὁποῖο ἕνας ἐνδεχό-

μενος ειδικός συμβολισμός μπορεί να μάς προσπορίσει γενικές απόψεις.)

- 3.3442 Το σημείο του πλέγματος ούτε κατά την ανάλυση επιλύεται αυθαίρετα έτσι που η επίλυσή του να ήταν κατά κάποιο τρόπο διαφορετική σε κάθε σχηματιζόμενη πρόταση.
- 3.4 'Η πρόταση καθορίζει έναν τόπο στο λογικό χώρο. 'Η ύπαρξη αυτού του λογικού τόπου εξασφαλίζεται με μόνη την ύπαρξη των συστατικών στοιχείων, με την ύπαρξη της πρότασης με νόημα.
- 3.41 Λογικός τόπος είναι : το προτασιακό σημείο και οι λογικές συντεταγμένες.
- 3.411 'Ο γεωμετρικός και ο λογικός τόπος συμπίπτουν στο πώς και οι δυο αποτελούν τη δυνατότητα να υπάρχει κάτι.
- 3.42 "Αν και η πρόταση μπορεί να καθορίζει μόνο έναν τόπο στο λογικό χώρο, ολόκληρος ο λογικός χώρος πρέπει να είναι κιόλας δοσμένος διαμέσου της.
(Διαφορετικά, με την αποφατικότητα, με το λογικό ἄθροισμα, με το λογικό γινόμενο κλπ. θα εισάγονταν – κατά συντεταγμένες – διαρκώς νέα στοιχεία.)
('Ο λογικός σκελετός γύρω από την εικόνα καθορίζει το λογικό χώρο. 'Η πρόταση διέπει ολόκληρο το λογικό χώρο.)
- 3.5 Μιά σκέψη είναι ένα προτασιακό σημείο που εφαρμόζουμε και σκεφτόμαστε.
- 4 Μιά σκέψη είναι μια πρόταση με νόημα.
- 4.001 'Η γλώσσα είναι η ολότητα των προτάσεων.
- 4.002 'Ο άνθρωπος έχει την ικανότητα να κατασκευάζει γλώσσες με τις οποίες είναι δυνατό να εκφράζεται κάθε νόημα, χωρίς να έχει ιδέα πώς και τι σημαίνει κάθε λέξη. – 'Ακριβώς όπως μιλάμε χωρίς να ξέρουμε πώς παράγονται οι ξεχωριστοί φθόγγοι.

Ἡ κοινή γλῶσσα εἶναι ἓνα μέρος τοῦ ἀνθρώπινου ὀργανισμοῦ καὶ ὄχι λιγότερο πολύπλοκη ἀπὸ αὐτόν.

Εἶναι ἀδύνατο γιὰ τὸν ἄνθρωπο νὰ ἀντλήσει τὴ λογικὴ τῆς γλῶσσας ἄμεσα ἀπὸ τὴ γλῶσσα.

Ἡ γλῶσσα μεταμφιέζει τὴ σκέψη. Καὶ μάλιστα ἔτσι ὥστε ἀπὸ τὴν ἐξωτερικὴ μορφή τοῦ ντυσίματος νὰ εἶναι ἀδύνατο νὰ συμπεράνουμε τὴ μορφή τῆς ντυμένης σκέψης, γιατί ἡ ἐξωτερικὴ μορφή τοῦ ντυσίματος εἶναι φτιαγμένη γιὰ ἐντελῶς ἄλλους σκοποὺς ἀπὸ τὸ νὰ ἀφήνει νὰ διακρίνεται ἡ μορφή τοῦ σώματος.

Οἱ σιωπηρὲς συμβάσεις γιὰ τὴν κατανόηση τῆς κοινῆς γλῶσσας εἶναι φοβερὰ πολύπλοκες.

- 4.003 Οἱ περισσότερες προτάσεις καὶ τὰ ρωτήματα ποὺ ἔχουν διατυπωθεῖ γιὰ φιλοσοφικὰ ζητήματα δὲν εἶναι ἐσφαλμένα, ἀλλὰ ἀ-νόητα. Γιὰ αὐτὸ δὲν μπορούμε καθόλου νὰ ἀπαντοῦμε σὲ τέτοιου εἴδους ρωτήματα, ἀλλὰ μόνο νὰ πιστοποιοῦμε πῶς εἶναι ἀ-νόητα. Τὰ περισσότερα ρωτήματα καὶ οἱ προτάσεις τῶν φιλόσοφων στηρίζονται στὸ πῶς δὲν καταλαβαίνουμε τὴ λογικὴ τῆς γλῶσσας μας. (Ἀνήκουν στὸ εἶδος τοῦ ρωτήματος, ἂν τὸ ἀγαθὸ εἶναι περισσότερο ἢ λιγότερο ταυτόσημο ἀπὸ τὸ ὠραῖο.) Καὶ δὲν εἶναι νὰ ἀπορεῖ κανεὶς πῶς πραγματικὰ τὰ βαθύτερα προβλήματα δὲν εἶναι προβλήματα.

- 4.0031 Ὁλη ἡ φιλοσοφία εἶναι «κριτικὴ τῆς γλῶσσας». (Ὁχι βέβαια στὴν ἔννοια τοῦ *Mauthner*.) Στὸν *Russell* ὀφείλουμε πῶς ἔδειξε πῶς ἡ φανερὴ λογικὴ μορφή τῆς πρότασης δὲ χρειάζεται νὰ εἶναι καὶ ἡ πραγματικὴ μορφή της.

- 4.01 Ἡ πρόταση εἶναι μιὰ εἰκόνα τῆς πραγματικότητος.
Ἡ πρόταση εἶναι ἓνα πρότυπο τῆς πραγματικότητος ὅπως τὴ φανταζόμαστε.

- 4.011 Μὲ τὴν πρώτη ματιὰ μιὰ πρόταση – ὅπως εἶναι π.χ. τυπωμένη πάνω στὸ χαρτί – φαίνεται νὰ μὴν εἶναι εἰκόνα τῆς

πραγματικότητας στην οποία αναφέρεται. Ἄλλὰ καὶ ἡ μουσικὴ γραφὴ φαίνεται μὲ τὴν πρώτη ματιὰ νὰ μὴν εἶναι εἰκόνα τῆς μουσικῆς, ὅπως καὶ ἡ φθογγικὴ σημειογραφία μας (τὸ ἀλφάβητο) φαίνεται νὰ μὴν εἶναι εἰκόνα τῶν φθόγγων τῆς γλώσσας μας.

Καὶ ὅμως αὐτὲς οἱ σημειογραφικὲς γλώσσες ἀποδείχνονται καὶ μὲ τὴν κοινὴ ἔννοια εἰκόνες αὐτοῦ ποὺ παριστάνουν.

- 4.012 Εἶναι φανερὸ πὼς μιὰ πρόταση τῆς μορφῆς « $aR\beta$ » τὴ νοιώθουμε σὰν εἰκόνα. Ἐδῶ τὸ σημεῖο εἶναι φανερὰ ἓνα ὁμοίωμα τοῦ ὑποσημαινόμενου.
- 4.013 Καὶ ἂν εἰσδύσουμε σὲ ἐκεῖνο ποὺ ἔχει οὐσιαστικὸ αὐτὴ ἢ εἰκονικότητα, βλέπουμε πὼς αὐτὴ ἢ ἴδια δὲν διαταράσσεται ἀπὸ φαινομενικὲς ἀντικανονικότητες (ὅπως εἶναι ἡ χρησιμοποίησις τοῦ \sharp καὶ τοῦ \flat στὴ μουσικὴ γραφὴ). Γιατὶ καὶ αὐτὲς οἱ ἀντικανονικότητες ἀπεικονίζουν αὐτὸ ποὺ χρειάζεται νὰ ἐκφράσουν· μόνο ποὺ τὸ ἐκφράζουν μὲ διαφορετικὸ τρόπο.
- 4.014 Ὁ δίσκος τοῦ γραμμόφωνου, ἡ μουσικὴ σκέψις, ἡ μουσικὴ γραφὴ, τὰ ἠχητικὰ κύματα, ὅλα αὐτὰ βρίσκονται μεταξὺ τους στὴν ἀπεικονιστικὴ ἐκείνη ἐσωτερικὴ σχέση, ποὺ ὑπάρχει ἀνάμεσα στὴ γλώσσα καὶ στὸν κόσμον.
 "Ὅλα αὐτὰ ἔχουν ἀπὸ κοινοῦ τὴ λογικὴ κατασκευὴ. ("Ὅπως στὸ παραμῦθι τὰ δυὸ παληκάρια, τὰ δυὸ ἄλογά τους καὶ τὰ κρίνα τους. Μὲ μιὰ ὀρισμένη ἔννοια ὅλα εἶναι ἓνα.)
- 4.0141 Τὸ πὼς ὑπάρχει ἓνας γενικὸς κανόνας, μὲ τὸν ὅποιο μπορεῖ ὁ μουσικὸς νὰ ἀντλεῖ ἀπὸ τὴ μουσικὴ σελίδα τὴ συμφωνία, μὲ τὸν ὅποιο μπορεῖ κανεὶς νὰ ἀναπαράγει ἀπὸ τὰ αὐλάκια τοῦ δίσκου τοῦ γραμμόφωνου τὴ συμφωνία καὶ σύμφωνα μὲ τὸν πρῶτον κανόνα πάλι τὴ μουσικὴ σελίδα, σὲ αὐτὸ ἔγκειται ἀκριβῶς ἡ ἐσωτερικὴ ὁμοιότητα αὐτῶν τῶν φαινομενικῶν τόσο πολὺ διαφορετικῶν κατασκευασμά-

- των. Καί ὁ νόμος τῆς προβολῆς εἶναι ἐκεῖνος ὁ κανόνας ποῦ προβάλλει τὴ συμφωνία στὴ γλώσσα τῆς μουσικῆς γραφῆς. Εἶναι ὁ κανόνας γιὰ τὴ μεταφορὰ τῆς γλώσσας τῆς μουσικῆς γραφῆς στὴ γλώσσα τοῦ δίσκου τοῦ γραμμόφωνου.
- 4.015 Ἡ δυνατότητα ὄλων τῶν ὁμοιωμάτων, ὁλόκληρης τῆς εἰκονικότητας τοῦ τρόπου τῆς ἔκφρασής μας, στηρίζεται στὴ λογικὴ τῆς ἀπεικόνισης.
- 4.016 Γιὰ νὰ καταλάβουμε τὴν οὐσία τῆς πρότασης, ἄς σκεφτοῦμε τὰ ἱερογλυφικά, ποῦ ἀπεικονίζουν τὰ γεγονότα ποῦ περιγράφουν.
Καί ἀπὸ αὐτὰ προῆλθε τὸ ἀλφάβητο, χωρὶς ἡ ἀπεικόνιση νὰ χάσει ἐκεῖνο ποῦ ἔχει οὐσιαστικό.
- 4.02 Αὐτὸ τὸ βλέπουμε ἀπὸ τὸ πὼς καταλαβαίνουμε τὸ νόημα τοῦ προτασιακοῦ σημείου χωρὶς αὐτὸ νὰ μᾶς τὸ ἔχουν ἐξηγήσει.
- 4.021 Ἡ πρόταση εἶναι μιὰ εἰκόνα τῆς πραγματικότητας : Ἐπειδὴ ἂν καταλαβαίνω τὴν πρόταση, γνωρίζω τὴν κατάσταση ποῦ παριστάνει. Καί τὴν πρόταση τὴν καταλαβαίνω χωρὶς νὰ μοῦ ἔχουν ἐξηγήσει τὸ νόημά της.
- 4.022 Ἡ πρόταση *δείχνει* τὸ νόημά της.
Ἡ πρόταση, *ὅταν* εἶναι ἀληθής, *δείχνει* πὼς ἔχουν τὰ πράγματα. Καί *λέει* πὼς ἔχουν ἔτσι.
- 4.023 Ἡ πραγματικότητα πρέπει τελεσίδικα νὰ προσδιορίζεται ἀπὸ τὴν πρόταση μὲ ἓνα ναι ἢ ἓνα ὄχι.
Γιὰ νὰ γίνει αὐτὸ πρέπει ἡ πρόταση νὰ δίνει μιὰ πλήρη περιγραφή τῆς πραγματικότητας.
Ἡ πρόταση εἶναι ἡ περιγραφή μιᾶς κατάστασης πραγμάτων.
Ὅπως ἡ περιγραφή περιγράφει ἓνα ἀντικείμενο σύμφωνα μὲ τὶς ἐξωτερικὲς του ἰδιότητες, ἔτσι ἡ πρόταση περιγράφει τὴν πραγματικότητα σύμφωνα μὲ τὶς ἐσωτερικὲς της ἰδιότητες.

Ἡ πρόταση κατασκευάζει ἕναν κόσμο με τὴ βοήθεια ἑνὸς λογικοῦ σκελετοῦ καὶ γιὰ αὐτὸ μπορούμε νὰ δοῦμε ἀπὸ τὴν πρόταση πῶς συμπεριφέρεται καθετὶ λογικό, *ὅταν* ἡ πρόταση εἶναι ἀληθής. Μπορούμε νὰ βγάλουμε συμπεράσματα ἀπὸ μιὰ ψευδῆ πρόταση.

4.024 Τὸ νὰ καταλαβαίνουμε μιὰ πρόταση θὰ πεῖ πῶς ξέρουμε τί συμβαίνει ὅταν ἡ πρόταση εἶναι ἀληθής.

(Μπορούμε λοιπὸν νὰ τὴν καταλαβαίνουμε χωρὶς νὰ ξέρουμε καὶ ἂν εἶναι ἀληθής.)

Καταλαβαίνουμε τὴν πρόταση ὅταν καταλαβαίνουμε τὰ συστατικὰ στοιχεῖα τῆς.

4.025 Ἡ μεταφορὰ μιᾶς γλώσσας σὲ μιὰ ἄλλη δὲ γίνεται με τὴ μεταφορὰ κάθε πρότασης τῆς μιᾶς γλώσσας σὲ μιὰ πρόταση τῆς ἄλλης· δὲν μεταφέρονται παρὰ μόνο τὰ συστατικὰ στοιχεῖα τῆς πρότασης.

(Καὶ τὸ λεξικὸ δὲν μεταφέρει μόνο οὐσιαστικά, παρὰ καὶ ρήματα, ἐπίθετα, συνδέσμους κλπ.· καὶ τὰ πραγματεύεται ὅλα με τὸν ἴδιο τρόπο.)

4.026 Τὶς σημασίες τῶν ἀπλῶν σημείων (τῶν λέξεων) πρέπει νὰ μᾶς τὶς ἐξηγήσουν γιὰ νὰ τὶς καταλάβουμε.

Μὲ τὶς προτάσεις ὅμως συνεννοοῦμαστε.

4.027 Στὴν οὐσία τῆς πρότασης ἀνήκει πῶς μπορεῖ νὰ μᾶς μεταδίνει ἕνα *νέο* νόημα.

4.03 Μιὰ πρόταση πρέπει, με παλιές ἐκφράσεις, νὰ μεταδίνει ἕνα *νέο* νόημα.

Ἡ πρόταση μᾶς μεταδίνει μιὰ κατάσταση· πρέπει λοιπὸν νὰ σχετίζεται οὐσιαστικά με τὴν κατάσταση.

Καὶ ἡ συσχέτιση εἶναι ἀκριβῶς πῶς ἡ πρόταση εἶναι ἡ λογικὴ εἰκόνα τῆς κατάστασης. Ἡ πρόταση λέει κάτι μόνο καθόσο εἶναι εἰκόνα.

4.031 Μὲ τὴν πρόταση εἶναι σὰ νὰ συναρμολογεῖται δοκιμαστικά μιὰ κατάσταση.

Μπορούμε πράγματι νά ποῦμε – ἀντί : αὐτή ἢ πρόταση ἔχει αὐτὸ καὶ αὐτὸ τὸ νόημα – : αὐτή ἢ πρόταση παριστάνει αὐτή καὶ αὐτή τὴν κατάσταση.

- 4.0311 Ἐνα ὄνομα παίρνει τὴ θέση ἑνὸς πράγματος, ἕνα ἄλλο τὴ θέση ἑνὸς ἄλλου πράγματος, καὶ μεταξύ τους εἶναι συνδεμένα, καὶ μὲ αὐτὸ τὸν τρόπο τὸ σύνολο παρουσιάζει – σὰ μιὰ ζωντανὴ εἰκόνα – τὴν κατάσταση τῶν πραγμάτων.
- 4.0312 Ἡ δυνατότητα τῆς πρότασης βασίζεται στὴν ἀρχὴ τῆς ὑποκατάστασης ἀντικείμενων μὲ σημεῖα.
Ἡ βασικὴ σκέψη μου εἶναι πὼς οἱ «λογικὲς σταθερές» δὲν ὑποκαθιστοῦν. Πὼς ἡ λογικὴ τῶν γεγονότων ὑποκαθίσταται.
- 4.032 Ἡ πρόταση εἶναι εἰκόνα μιᾶς κατάστασης μόνο καθόσο εἶναι λογικὰ διαρθρωμένη.
(Ἀκόμα καὶ ἡ πρόταση «*Ambulo*» εἶναι σύνθετη· γιὰ τὸ θέμα τῆς μὲ μιὰ ἄλλη κατάληξη καὶ ἡ κατάληξί τῆς μὲ ἕνα ἄλλο θέμα παρέχουν διαφορετικὸ νόημα.)
- 4.04 Μέσα στὴν πρόταση πρέπει νὰ ξεχωρίζουν τόσα ἀκριβῶς ὅσα καὶ στὴν κατάσταση ποὺ ἡ πρόταση παριστάνει.
Καὶ οἱ δύο πρέπει νὰ διαθέτουν τὴν ἴδια λογικὴ (μαθηματικὴ) πολλαπλότητα. (Παράβαλε τὴ «Μηχανικὴ» τοῦ *Hertz*, τὸ μέρος γιὰ τὰ Δυναμικὰ Πρότυπα.)
- 4.041 Αὐτὴ τὴν ἴδια τὴ μαθηματικὴ πολλαπλότητα δὲν μποροῦμε φυσικὰ νὰ τὴν ἀπεικονίσουμε. Μὲ τὴν ἀπεικόνιση δὲν μποροῦμε νὰ βγοῦμε ἔξω ἀπὸ αὐτή.
- 4.0411 Ἄν θέλαμε π.χ. αὐτὸ ποὺ ἐκφράζουμε μὲ « $(x)f(x)$ » νὰ τὸ ἐκφράσουμε μὲ τὸ πρόσθεμα ἑνὸς δείχτη πρὶν ἀπὸ τὸ « $f(x)$ » – π.χ. ἔτσι : «Γεν. $f(x)$ » – αὐτὸ δὲ θὰ ἐπαρκοῦσε – δὲ θὰ γνωρίζαμε τί γενικεύεται. Ἄν θέλαμε νὰ τὸ δηλώσουμε μὲ ἕνα δείχτη « γ » – π.χ. ἔτσι : « $f(x\gamma)$ » – πάλι δὲ θὰ ἐπαρκοῦσε – δὲ θὰ γνωρίζαμε τὴν περιοχὴ τὴν ὁποία ὀρίζει τὸ σημεῖο τῆς γενικότητος.

- ”Αν δοκιμάζαμε να το κάνουμε αυτό με την εισαγωγή ενός σημαδιού στις θέσεις του όρισματος – π.χ. έτσι : «(Γ,Γ). $F'(Γ,Γ)$ » – δε θα έπαρκοῦσε – δε θα μπορούσαμε να διαπιστώσουμε την ταυτότητα τῶν μεταβλητῶν. Κ.ο.κ. ”Όλοι αὐτοὶ οἱ τρόποι ὑποσήμανσης δὲν ἐπαρκοῦν, γιατί δὲν ἔχουν τὴν ἀναγκαία μαθηματικὴ πολλαπλότητα.
- 4.0412 Για τὸν ἴδιο λόγο δὲν φτάνει ἡ ἰδεαλιστικὴ ἐξήγηση πῶς βλέπουμε τὶς χωροδιάστατες σχέσεις με τὴ «χωροδιόπτρα», γιατί δὲν μπορεῖ νὰ ἐξηγεῖ τὴν πολλαπλότητα αὐτῶν τῶν σχέσεων.
- 4.05 Ἡ πραγματικότητα ἐρχεται σὲ σύγκριση με τὴν πρόταση.
- 4.06 Ἡ πρόταση μπορεῖ νὰ εἶναι ἀληθὴς ἢ ψευδὴς μόνο με τὸ νὰ εἶναι εἰκόνα τῆς πραγματικότητας.
- 4.061 ”Αν παραβλέψουμε πῶς ἡ πρόταση ἔχει ἓνα νόημα ἀνεξάρτητο ἀπὸ τὰ γεγονότα, μπορούμε εὐκολὰ νὰ πιστέψουμε πῶς τὸ ἀληθὲς καὶ τὸ ψευδὲς εἶναι ἰσοδύναμες σχέσεις ἀνάμεσα στὸ σημεῖο καὶ στὸ σημαινόμενο.
Τότε θα μπορούσαμε νὰ ποῦμε π.χ. πῶς τὸ « p » σημαίνει με τὸν ἀληθῆ τρόπο αὐτὸ ποὺ τὸ « $\sim p$ » σημαίνει με τὸν ψευδῆ τρόπο, κλπ.
- 4.062 Δὲν μπορούμε τάχα νὰ συνεινοοῦμαστε με ψευδεῖς προτάσεις ὅπως μέχρι τώρα με ἀληθεῖς; Μόνο ἐνόσο γνωρίζουμε πῶς τὶς ἐννοοῦμε ὡς ψευδεῖς. ”Όχι ! Γιατί μιὰ πρόταση εἶναι ἀληθὴς, ὅταν τὰ πράγματα ἔχουν ἔτσι ὅπως λέμε στὴν πρότασή· καὶ ὅταν με τὸ « p » ἐννοοῦμε « $\sim p$ », καὶ τὰ πράγματα ἔχουν ἔτσι ὅπως τὸ ἐννοοῦμε, τότε τὸ « p » εἶναι γιὰ τὴ νέα ἀντίληψη ἀληθὲς καὶ ὄχι ψευδὲς.
- 4.0621 Ἐχει ὅμως σπουδαιότητα πῶς τὰ σημεῖα « p » καὶ « $\sim p$ » μποροῦν νὰ λένε τὸ ἴδιο. Γιατί αὐτὸ δείχνει πῶς μέσα στὴν πραγματικότητα τίποτα δὲν ἀντιστοιχεῖ στὸ σημεῖο « \sim ». Ἡ ἐμφάνιση τῆς ἀποφατικότητας σὲ μιὰ πρόταση δὲν

είναι ακόμα χαρακτηριστικό γνώρισμα του νοήματος της πρότασης ($\sim \sim p = p$).

Οι προτάσεις « p » και « $\sim p$ » έχουν αντίθετο νόημα, αλλά αντιστοιχεί σε αυτές μια και η αυτή πραγματικότητα.

- 4.063 Μια εικόνα για την εξήγηση της έννοιας της αλήθειας : μια μελανή κηλίδα σε λευκό χαρτί· τη μορφή της κηλίδας μπορούμε να την περιγράψουμε αναφέροντας για κάθε σημείο της επιφάνειας, αν είναι λευκό ή μελανό. Στο γεγονός πως ένα σημείο είναι μελανό αντιστοιχεί ένα θετικό γεγονός, και στο γεγονός πως ένα σημείο είναι λευκό (όχι μελανό) αντιστοιχεί ένα αρνητικό γεγονός. Αν προσδιορίσω ένα σημείο της επιφάνειας (μια τιμή αλήθειας κατά τον *Frege*), τότε αυτό αντιστοιχεί στην υπόθεση που έχουμε να κρίνουμε κλπ. κλπ.

Για να μπορώ όμως να πω πως ένα σημείο είναι μελανό ή λευκό, πρέπει πρώτα να ξέρω ποτέ ονομάζει κανείς ένα σημείο μελανό και ποτέ λευκό· για να μπορώ να πω : το « p » είναι αληθές (ή ψευδές), πρέπει να έχω καθορίσει κάτω από ποιές συνθήκες ονομάζω το « p » αληθές και με αυτό τον τρόπο καθορίζω το νόημα της πρότασης.

Το σημείο όπου η παρομοίωση χωλαίνει είναι τούτο : Μπορούμε να δείξουμε ένα μέρος του χαρτιού ακόμα και χωρίς να ξέρουμε τι είναι λευκό και τι μελανό· σε μια πρόταση όμως χωρίς νόημα δεν αντιστοιχεί απολύτως τίποτα, γιατί δεν υποσημαίνει κανένα πράγμα (τιμή αλήθειας) που οι ιδιότητές του θα μπορούσαν κατά κάποιον τρόπο να ονομαστούν «ψευδείς» ή «αληθείς»· το ρήμα μιας πρότασης δεν είναι «είναι αληθές» ή «είναι ψευδές» – όπως πίστευε ο *Frege* –, αλλά αυτό που «είναι αληθές» πρέπει να περιέχει ήδη το ρήμα.

- 4.064 Κάθε πρόταση πρέπει να έχει ήδη ένα νόημα· η κατάφαση δεν μπορεί να της το δώσει, γιατί αυτή ακριβώς βεβαιώνει

τὸ νόημα. Τὸ ἴδιο ἰσχύει γιὰ τὴν ἀποφατικότητα, κλπ.

- 4.0641 Θὰ μπορούσαμε νὰ ποῦμε : Ἡ ἀποφατικότητα ἀναφέρεται ἤδη στὸ λογικὸ τόπο, ποὺ καθορίζει ἡ ἀποφατικὴ πρόταση.
 Ἡ ἀποφάσκουσα πρόταση καθορίζει ἓνα διαφορετικὸ λογικὸ τόπο ἀπὸ ὅ,τι ἡ ἀποφατικὴ πρόταση.
 Ἡ ἀποφάσκουσα πρόταση καθορίζει ἓνα λογικὸ τόπο μὲ τὴ βοήθεια τοῦ λογικοῦ τόπου τῆς ἀποφατικῆς πρότασης, περιγράφοντας τὸν πρῶτο τόπο ὡς κείμενο ἔξω ἀπὸ τὸν δεύτερο. Τὸ πὼς μιὰ ἀποφατικὴ πρόταση μπορεῖ νὰ εἶναι ἀποφατικὴ μιὰ δεύτερη φορά, δείχνει πὼς αὐτὸ ποὺ ἀποφάσκουμε εἶναι κιόλας μιὰ πρόταση καὶ ὄχι ἡ προπαρασκευὴ γιὰ μιὰ πρόταση.
- 4.1 Ἡ πρόταση παριστάνει τὴν ὕπαρξη καὶ τὴν μὴ ὕπαρξη τῶν καταστάσεων πραγμάτων.
- 4.11 Ἡ ὁλότητα τῶν ἀληθῶν προτάσεων εἶναι ὅλη ἡ φυσικὴ ἐπιστήμη (ἢ ἡ ὁλότητα τῶν φυσικῶν ἐπιστημῶν).
- 4.111 Ἡ φιλοσοφία δὲν εἶναι μιὰ ἀπὸ τίς φυσικὲς ἐπιστῆμες. (Ἡ λέξη «φιλοσοφία» πρέπει νὰ σημαίνει κάτι ποὺ νὰ στέκει πάνω ἢ κάτω, ἀλλὰ ὄχι δίπλα ἀπὸ τίς φυσικὲς ἐπιστῆμες.)
- 4.112 Σκοπὸς τῆς φιλοσοφίας εἶναι ἡ λογικὴ διασάφηση τῶν σκέψεων.
 Ἡ φιλοσοφία δὲν εἶναι θεωρία, ἀλλὰ δραστηριότητα.
 Ἐνα φιλοσοφικὸ ἔργο οὐσιαστικὰ ἀποτελεῖται ἀπὸ διευκρινίσεις.
 Τὸ ἀποτέλεσμα τῆς φιλοσοφίας δὲν εἶναι «φιλοσοφικὲς προτάσεις», ἀλλὰ ἡ διασάφηση προτάσεων.
 Ἡ φιλοσοφία πρέπει νὰ ἀποσαφηνίζει καὶ νὰ ὀροθετεῖ αὐστηρὰ τίς σκέψεις ποὺ συνήθως εἶναι, θὰ λέγαμε, θολές καὶ συγκεχυμένες.

- 4.1121 'Η ψυχολογία δέν ἔχει στενότερη συγγένεια μέ τή φιλοσοφία ἀπό ὅποιαδήποτε ἄλλη φυσική ἐπιστήμη.
'Η γνωσιοθεωρία εἶναι ἡ φιλοσοφία τῆς ψυχολογίας.
Μήπως ἡ μελέτη μου γιά τή γλώσσα τῶν σημείων δέν ἀντιστοιχεῖ στή μελέτη γιά τίς διαδικασίες τῆς σκέψης, πού οἱ φιλόσοφοι τή θεωροῦσαν τόσο οὐσιαστική γιά τή φιλοσοφία τῆς λογικῆς ; Μόνο πού ἐκεῖνοι μπλέκονταν τίς περισσότερες φορές σέ ἐπουσιώδεις ψυχολογικές ἔρευνες, καί ἕνας ἀνάλογος κίνδυνος ὑπάρχει καί στή δική μου μέθοδο.
- 4.1122 'Η θεωρία τοῦ Δαρβίνου δέν ἔχει νά κάνει μέ τή φιλοσοφία περισσότερο ἀπό ὅποιαδήποτε ἄλλη ὑπόθεση τῆς φυσικῆς ἐπιστήμης.
- 4.113 'Η φιλοσοφία βάζει ὅρια στή διαφιλονικούμενη περιοχή τῆς φυσικῆς ἐπιστήμης.
- 4.114 Πρέπει νά ὀροθετεῖ τὸ νοητὸ καί συνακόλουθα τὸ μὴ νοητό. Πρέπει ἀπό μέσα νά βάζει ὅρια στό μὴ νοητὸ διαμέσου τοῦ νοητοῦ.
- 4.115 Σημαίνει αὐτὸ πού δέν μπορούμε νά ποῦμε, παριστάνοντας καθαρά αὐτὸ πού μπορούμε νά ποῦμε.
- 4.116 "Όλα ὅσα μπορούμε γενικά νά σκεφτοῦμε, μπορούμε νά τὰ σκεφτοῦμε καθαρά. "Όλα ὅσα μπορούν νά εἰπωθοῦν, μπορούν νά εἰπωθοῦν καθαρά.
- 4.12 'Η πρόταση μπορεῖ νά παριστάνει ὅλη τήν πραγματικότητα, ἀλλά δέν μπορεῖ νά παριστάνει αὐτὸ πού πρέπει νά ἔχει κοινὸ μέ τήν πραγματικότητα, γιά νά μπορεῖ νά τήν παριστάνει – τή λογική μορφή.
Γιά νά μπορούμε νά παριστάνουμε τή λογική μορφή, θά ἔπρεπε νά μπορούμε νά σταθοῦμε μαζί μέ τήν πρόταση ἔξω ἀπό τή λογική, δηλαδή ἔξω ἀπό τὸν κόσμο.
- 4.121 'Η πρόταση δέν μπορεῖ νά παριστάνει τή λογική μορφή, τούτη καθρεφτίζεται μέσα της.

Αυτό που καθρεφτίζεται στη γλώσσα, ή γλώσσα δεν μπορεί να το παριστάνει.

Ἐκεῖνο που ἐκφράζεται μέσα στη γλώσσα, δεν μπορούμε ἐμεῖς να το ἐκφράσουμε με τὴ γλώσσα.

Ἡ πρόταση δείχνει τὴ λογικὴ μορφή τῆς πραγματικότητας. Τὴν παρουσιάζει.

- 4.1211 Ἔτσι μιὰ πρόταση «*fa*» δείχνει πὼς στὸ νόημά της ἐμφανίζεται τὸ ἀντικείμενο *a*, δυὸ προτάσεις «*fa*» καὶ «*ga*», δείχνουν πὼς καὶ στὶς δυὸ γίνεται λόγος γιὰ τὸ ἴδιο ἀντικείμενο.

Ἄν δυὸ προτάσεις ἀντιφάσκουν ἢ μιὰ με τὴν ἄλλη, αὐτὸ τὸ δείχνει ἡ δομὴ τους· τὸ ἴδιο ἂν ἢ μιὰ συνάγεται ἀπὸ τὴν ἄλλη. Κλπ.

- 4.1212 Αὐτὸ που *μπορεῖ* νὰ δείχνηται, δὲν *μπορεῖ* νὰ λέγεται.

- 4.1213 Τώρα καταλαβαίνουμε καὶ τὸ αἶσθημα που εἶχαμε : πὼς ἀπὸ τὴ στιγμή που ὅλα εἶναι σωστὰ στη γλώσσα τῶν σημείων, τότε ἔχουμε μιὰ σωστὴ λογικὴ ἀντίληψη.

- 4.122 Κατὰ μιὰ ὀρισμένη ἔννοια μπορούμε νὰ μιᾶμε γιὰ τυπικὲς ἰδιότητες τῶν ἀντικείμενων καὶ τῶν καταστάσεων πραγμάτων καὶ πάλι γιὰ ἰδιότητες τῆς δομῆς τῶν γεγονότων, καὶ με τὴν ἴδια ἔννοια γιὰ τυπικὲς σχέσεις καὶ σχέσεις δομῶν.

(Ἐντὶ γιὰ ἰδιότητα τῆς δομῆς λέω καὶ «ἐσωτερικὴ ἰδιότητα» καὶ ἐντὶ γιὰ σχέση τῶν δομῶν λέω «ἐσωτερικὴ σχέση».) Εἰσάγω αὐτὲς τὶς ἐκφράσεις γιὰ νὰ δείξω τὴν ἀφορμὴ τῶν πολὺ διαδομένων στοὺς φιλόσοφους συγχύσεων ἀνάμεσα στὶς ἐσωτερικὲς σχέσεις καὶ στὶς κύριες (ἐξωτερικὲς) σχέσεις.) Τὴν ὕπαρξη τέτοιων ἐσωτερικῶν ἰδιοτήτων καὶ σχέσεων δὲν μπορούμε νὰ τὴν ὑποστηρίξουμε με προτάσεις, παρουσιάζεται ὅμως στὶς προτάσεις που παριστάνουν τὶς ἀντίστοιχες καταστάσεις πραγμάτων καὶ ἀναφέρονται στὰ ἀντίστοιχα ἀντικείμενα.

- 4.1221 Μιά έσωτερική ιδιότητα ενός γεγονότος μπορούμε ακόμα νά τήν όνομάσουμε χαρακτηριστικό αὐτοῦ τοῦ γεγονότος. (Μέ τήν έννοια πού μιλάμε π.χ. γιά τά χαρακτηριστικά τοῦ προσώπου.)
- 4.123 Μιά ιδιότητα εἶναι έσωτερική, ὅταν εἶναι άδιανόητο νά μήν τήν κατέχει τὸ άντικείμενο.
(Τοῦτο καί ἐκεῖνο τὸ γαλάζιο χρῶμα βρίσκονται, *eo ipso*, σέ έσωτερική σχέση άνοιχτότερου καί σκουρότερου χρώματος. Εἶναι άδιανόητο τοῦτα τά δυὸ άντικείμενα νά μή βρίσκονταν σέ αὐτή τή σχέση.)
(Έδῶ άντιστοιχεῖ, στή μή σταθερή χρήση τῶν λέξεων «ιδιότητα» καί «σχέση», ἢ μή σταθερή χρήση τῆς λέξης «άντικείμενο».)
- 4.124 Ἡ ὕπαρξη μιᾶς έσωτερικῆς ιδιότητας σέ μιᾶ κατάσταση δυνατή δέν εκφράζεται μέ μιᾶ πρόταση, αλλά εκφράζεται μέσα στήν πρόταση πού παριστάνει τή δυνατή αὐτή κατάσταση μέ μιᾶ έσωτερική ιδιότητα αὐτῆς τῆς πρότασης· Θά ἦταν τὸ ἴδιο ά-νόητο νά προσδώσουμε στήν πρόταση μιᾶ τυπική ιδιότητα ἢ νά άποστερήσουμε τήν πρόταση άπό τήν ιδιότητα αὐτή.
- 4.1241 Τίς μορφές δέν μπορούμε νά τίς διακρίνουμε μεταξύ τους λέγοντας πῶς ἢ μιᾶ ἔχει τούτη, ἢ ἄλλη ἐκείνη τήν ιδιότητα· γιατί αὐτὸ προϋποθέτει πῶς ἔχει νόημα νά λέμε πῶς καί οἱ δυὸ μορφές ἔχουν τίς δυὸ ιδιότητες.
- 4.125 Ἡ ὕπαρξη μιᾶς έσωτερικῆς σχέσης άνάμεσα σέ καταστάσεις δυνατές εκφράζεται γλωσσικά μέ μιᾶ έσωτερική σχέση άνάμεσα στίς προτάσεις πού τίς παριστάνουν.
- 4.1251 Έδῶ παίρνει άπάντηση τὸ επίμαχο ρώτημα, «άν ὅλες οἱ σχέσεις εἶναι έσωτερικές ἢ έξωτερικές».
- 4.1252 Ὀνομάζω σειρές μορφῶν τίς σειρές πού εἶναι διαταγμένες σύμφωνα μέ έσωτερικές σχέσεις.
Ἡ άριθμητική σειρά δέν εἶναι διαταγμένη σύμφωνα μέ

μιά έξωτερική, αλλά σύμφωνα με μια έσωτερική σχέση.

Τò ίδιο ή σειρά τῶν προτάσεων « $aR\beta$ »,

« $(\exists x) : aRx.xR\beta$ »

« $(\exists x, y) : aRx . xRy . yR\beta$ », κ.ο.κ.

(“Αν τὸ β βρίσκεται σὲ μιὰ ἀπὸ αὐτὲς τὶς σχέσεις ὡς πρὸς τὸ a , τότε ὀνομάζω τὸ β ἀκόλουθο τοῦ a .)

4.126 Μὲ τὴν ἔννοια ποὺ μιλάμε γιὰ τυπικὲς ιδιότητες, μπορούμε τώρα νὰ μιλάμε καὶ γιὰ τυπικὲς ἔννοιες.

(Εἰσάγω αὐτὴ τὴν ἔκφραση γιὰ νὰ διαλευκάνω τὴν ἀφορμὴ τῆς σύγχυσης ἀνάμεσα στὶς τυπικὲς ἔννοιες καὶ στὶς κύριες ἔννοιες, ποὺ διέπει ὅλη τὴν παλιὰ λογική.)

Τὸ πὼς κάτι ὑπάγεται σὲ μιὰ τυπικὴ ἔννοια ὡς ἀντικείμενό της, αὐτὸ δὲν μπορεῖ νὰ ἐκφραστεῖ μὲ μιὰ πρόταση. Ἄλλὰ αὐτὸ φαίνεται μὲ τὸ σημεῖο τοῦ ἴδιου τοῦ ἀντικείμενου. (Τὸ ὄνομα δείχνει πὼς ὑποσημαίνει ἓνα ἀντικείμενο, τὸ ἀριθμητικὸ σημεῖο δείχνει πὼς ὑποσημαίνει ἓνα ἀριθμὸ, κλπ.)

Οἱ τυπικὲς ἔννοιες δὲν μπορούν βέβαια νὰ παρασταθοῦν μὲ μιὰ συνάρτηση, ὅπως οἱ κύριες ἔννοιες.

Γιατὶ τὰ χαρακτηριστικὰ γνωρίσματά τους, οἱ τυπικὲς ιδιότητες, δὲν ἐκφράζονται μὲ συναρτήσεις.

Ἡ ἔκφραση τῆς τυπικῆς ιδιότητος εἶναι χαρακτηριστικὸ ὀρισμένων συμβόλων.

Ἔτσι τὸ σημεῖο τῶν χαρακτηριστικῶν γνωρισμάτων μιᾶς τυπικῆς ἔννοιας, εἶναι χαρακτηριστικὸ ὅλων τῶν συμβόλων ποὺ οἱ σημασίες τους ὑπάγονται στὴν ἔννοια. Εἶναι δηλαδὴ ἔκφραση τῆς τυπικῆς ἔννοιας, προτασιακὴ μεταβλητὴ, στὴν ὁποία μόνο αὐτὸ τὸ χαρακτηριστικὸ εἶναι σταθερό.

4.127 Ἡ προτασιακὴ μεταβλητὴ ὑποσημαίνει τὴν τυπικὴ ἔννοια καὶ οἱ τιμές της τὰ ἀντικείμενα ποὺ ὑπάγονται στὴν ἔννοια αὐτή.

- 4.1271 Κάθε μεταβλητή είναι τὸ σημεῖο μιᾶς τυπικῆς ἔννοιας. Γιατὶ κάθε μεταβλητὴ παριστάνει μιὰ σταθερὴ μορφή, τὴν ὁποία κατέχουν ὅλες οἱ τιμές της, καὶ ἡ ὁποία μπορεῖ νὰ θεωρηθεῖ ὡς τυπικὴ ιδιότητα αὐτῶν τῶν τιμῶν.
- 4.1272 Ἔτσι τὸ μεταβλητὸ ὄνομα « x » εἶναι τὸ κύριο σημεῖο τῆς ψευτοέννοιας *ἀντικείμενο*.
 Ὅπουδήποτε ἡ λέξη «ἀντικείμενο» («πράγμα», κλπ.) χρησιμοποιεῖται σωστά, ἐκφράζεται στὸν ἐννοιολογικὸ συμβολισμό μὲ τὸ μεταβλητὸ ὄνομα.
 Π. χ. στὴν πρόταση : «Ἐπάρχουν 2 ἀντικείμενα, τὰ ὁποία», ἡ λέξη «ἀντικείμενο» ἐκφράζεται μὲ «($\exists x, y$) . . .». Ὅπουδήποτε χρησιμοποιεῖται διαφορετικὰ, δηλαδὴ ὡς κύρια λεκτικὴ ἔννοια, γεννιοῦνται ἀ-νόητες ψευτοπροτάσεις.
 Ἔτσι δὲν μπορούμε νὰ ποῦμε π.χ. : «Ἐπάρχουν ἀντικείμενα», ὅπως λέμε : «Ἐπάρχουν βιβλία». Καὶ τὸ ἴδιο δὲν μπορούμε νὰ ποῦμε : «Ἐπάρχουν 100 ἀντικείμενα», ἢ : «Ἐπάρχουν x ἀντικείμενα». Καὶ εἶναι ἀ-νόητο νὰ μιᾶμε γιὰ συνολικὸ ἀριθμὸ τῶν *ἀντικείμενων*.
 Τὸ ἴδιο ἰσχύει γιὰ τὶς λέξεις «πλέγμα», «γεγονός», «συννάρτηση», «ἀριθμός», κλπ.
 Ὅλες αὐτὲς οἱ λέξεις ὑποσημαίνουν τυπικὲς ἔννοιες καὶ παριστάνονται στὸν ἐννοιολογικὸ συμβολισμό μὲ μεταβλητὲς, ὄχι μὲ συναρτήσεις ἢ κλάσεις. (Ὅπως πίστευαν ὁ Frege καὶ ὁ Russell.)
 Ἐκφράσεις ὅπως : «Τὸ 1 εἶναι ἀριθμός», «μόνο ἓνα μηδὲν ὑπάρχει» καὶ ὅλες οἱ παρόμοιες εἶναι ἀ-νόητες. (Εἶναι τὸ ἴδιο ἀ-νόητο νὰ ποῦμε : «Μόνο ἓνα 1 ὑπάρχει», ὅπως ἀ-νόητο θὰ ἦταν νὰ λέγαμε : « $2+2$ εἶναι στὶς 3 ἢ ὦρα ἴσον 4».)
- 4.12721 Ἡ τυπικὴ ἔννοια δίνεται μόλις δοθεῖ ἓνα ἀντικείμενο ποῦ

υπάγεται σὲ αὐτή. Γιὰ αὐτὸ δὲν μπορεῖ νὰ εἰσάγει κανεὶς τὰ ἀντικείμενα μιᾶς τυπικῆς ἔννοιας καὶ τὴν ἴδια τὴν τυπικὴ ἔννοια ὡς βασικὲς ἔννοιες. Τὸ ἴδιο δὲν μπορεῖ κανεὶς π.χ. νὰ εἰσάγει τὴν ἔννοια τῆς συνάρτησης, οὔτε εἰδικὲς συναρτήσεις (ὅπως ὁ *Russell*), ὡς βασικὲς ἔννοιες· ἢ τὴν ἔννοια τοῦ ἀριθμοῦ καὶ ὀρισμένους ἀριθμούς.

- 4.1273 Ἐάν θέλουμε νὰ ἐκφράσουμε τὴ γενικὴ πρόταση : «Ὁ β εἶναι ἀκόλουθος τοῦ a » στὸν ἐννοιολογικὸ συμβολισμό, τότε χρειαζόμαστε μιὰ ἔκφραση γιὰ τὸν γενικὸ ὄρο τῆς σειρᾶς μορφῶν :

$$\begin{aligned} & aR\beta, \\ (\exists x) : aRx.xR\beta, \\ (\exists x, y) : aRx.xRy.yR\beta, \\ & \dots \end{aligned}$$

Τὸν γενικὸ ὄρο μιᾶς σειρᾶς μορφῶν μπορούμε νὰ τὸν ἐκφράσουμε μόνο μὲ μιὰ μεταβλητὴ, γιατί ἡ ἔννοια : ὄρος αὐτῆς τῆς σειρᾶς μορφῶν, εἶναι μιὰ τυπικὴ ἔννοια. (Αὐτὸ τὸ παράβλεψαν ὁ *Frege* καὶ ὁ *Russell*· γιὰ αὐτὸ ὁ τρόπος μὲ τὸν ὁποῖο θέλουν νὰ ἐκφράσουν γενικὲς προτάσεις, ὅπως τὴν παραπάνω, εἶναι ἐσφαλμένος· περιέχει ἓνα φαῦλο κύκλο.)

Μποροῦμε νὰ καθορίσουμε τὸν γενικὸ ὄρο μιᾶς σειρᾶς μορφῶν δίνοντας τὸν πρῶτο ὄρο τῆς καὶ τὴ γενικὴ μορφή τῆς πράξης πού, ἀπὸ τὴν προηγούμενη πρόταση, παράγει τὸν ἐπόμενο ὄρο.

- 4.1274 Ἡ ἐρώτηση ἂν ὑπάρχει μιὰ τυπικὴ ἔννοια εἶναι ἀ-νόητη. Γιὰτι καμιά πρόταση δὲν μπορεῖ νὰ ἀπαντήσῃ σὲ μιὰ τέτοια ἐρώτηση.

(Ἔτσι δὲν μπορούμε π.χ. νὰ ρωτήσουμε : «Ὑπάρχουν μὴ ἀναλύσιμες ὑποκειμενικὲς-κατηγορηματικὲς προτάσεις ;»)

- 4.128 Οἱ λογικὲς μορφὲς εἶναι ἀνάριθμες. Γιὰ αὐτὸ δὲν ὑπάρχουν στὴ λογικὴ προνομιοῦχοι ἀριθμοὶ καὶ γιὰ αὐτὸ δὲν ὑπάρχει φιλοσοφικὸς μονισμὸς ἢ δυϊσμὸς, κλπ.

- 4.2 Τὸ νόημα τῆς πρότασης εἶναι ἡ συμφωνία της καὶ ἡ ἀσυμφωνία της μετὰ τὴς δυνατότητες τῆς ὑπαρξης καὶ τῆς μὴ ὑπαρξης τῶν καταστάσεων πραγμάτων.
- 4.21 Ἡ ἀπλούστατη πρόταση, ἡ στοιχειώδης πρόταση, βεβαιώνει τὴν ὑπαρξη μιᾶς κατάστασης πραγμάτων.
- 4.211 Τὸ σημάδι τῆς στοιχειώδους πρότασης εἶναι πῶς καμιά στοιχειώδης πρόταση δὲν μπορεῖ νὰ βρῖσκεται σὲ ἀντίφραση μετὰ αὐτή.
- 4.22 Ἡ στοιχειώδης πρόταση ἀποτελεῖται ἀπὸ ὀνόματα. Εἶναι ἓνας συσχετισμός, ἓνα ἀλύσωμα, ὀνομάτων.
- 4.221 Εἶναι φανερό πῶς ἡ ἀνάλυση τῶν προτάσεων πρέπει νὰ μᾶς ὀδηγήσει σὲ στοιχειώδεις προτάσεις, ποὺ ἀποτελοῦνται ἀπὸ ὀνόματα συνδεμένα ἄμεσα.
Ἐδῶ μπαίνει τὸ ρῶτημα, πῶς γίνεται ἡ σύνδεση τῶν προτάσεων.
- 4.2211 Ἀκόμα καὶ ἂν ὁ κόσμος εἶναι ἄπειρα πολύπλοκος, ὥστε κάθε γεγονός νὰ ἀποτελεῖται ἀπὸ ἄπειρες καταστάσεις πραγμάτων καὶ κάθε κατάσταση πραγμάτων νὰ τῆ συνθέτουν ἄπειρα ἀντικείμενα, ἀκόμα καὶ τότε θὰ ἔπρεπε νὰ ὑπάρχουν ἀντικείμενα καὶ καταστάσεις πραγμάτων.
- 4.23 Τὸ ὄνομα ἐμφανίζεται στὴν πρόταση μόνο μέσα στὸ συσχετισμὸ τῆς στοιχειώδους πρότασης.
- 4.24 Τὰ ὀνόματα εἶναι τὰ ἀπλὰ σύμβολα καὶ τὰ σημειῶνω μετὰ ξεχωριστὰ γράμματα (« x », « y », « z »).
- Τὴ στοιχειώδη πρόταση τῆ γράφω ὡς συνάρτηση τῶν ὀνομάτων στὴ μορφή : « $f(x)$ », « $\varphi(x, y)$ », κλπ.
Ἡ τῆ σημειῶνω μετὰ τὰ γράμματα p, q, r .
- 4.241 Ἄν χρησιμοποιῶ δυὸ σημεία μετὰ μιὰ καὶ τὴν αὐτὴ σημασία, τότε αὐτὸ τὸ ἐκφράζω μετὰ τὸ νὰ τοποθετῶ ἀνάμεσά τους τὸ σημεῖο « $=$ ».
- Τὸ « $a = \beta$ » σημαίνει λοιπὸν πῶς τὸ σημεῖο « a » μπορεῖ νὰ ἀντικατασταθεῖ ἀπὸ τὸ σημεῖο « β ».

(Ἐάν με μιὰ ἐξίσωση εἰσάγω ἓνα νέο σημεῖο «β» καθορίζοντας πῶς πρέπει νὰ ἀντικαταστήσει ἓνα ἤδη γνωστὸ σημεῖο «α», τότε γράφω τὴν ἐξίσωση – ὄρισμὸ – (ὅπως ὁ *Russell*) στὴ μορφή « $a = \beta$ Def.»). Ὁ ὄρισμὸς εἶναι ἓνας κανόνας σημείων.

- 4.242 Ἐκφράσεις τῆς μορφῆς « $a = \beta$ » εἶναι λοιπὸν μόνο βοηθήματα γιὰ τὴν ἀναπαράσταση· δὲ λένε τίποτα γιὰ τὴ σημασία τῶν σημείων «α», «β».
- 4.243 Μποροῦμε νὰ καταλάβουμε δυὸ ὀνόματα, χωρὶς νὰ γνωρίζουμε ἂν σημαίνουν τὸ ἴδιο πράγμα ἢ δυὸ διαφορετικὰ πράγματα ; – Μποροῦμε νὰ καταλάβουμε μιὰ πρόταση, στὴν ὁποία ἐμφανίζονται δυὸ ὀνόματα, χωρὶς νὰ γνωρίζουμε ἂν ἡ σημασία τους εἶναι ἴδια ἢ διαφορετικὴ ;
Ἐάν π.χ. γνωρίζω τὴ σημασία μιᾶς ἀγγλικῆς καὶ μιᾶς γερμανικῆς λέξης, ποὺ σημαίνουν τὸ ἴδιο πράγμα, εἶναι ἀδύνατο νὰ μὴ γνωρίζω πῶς οἱ λέξεις σημαίνουν τὸ ἴδιο πράγμα· εἶναι ἀδύνατο νὰ μὴ μπορῶ νὰ μεταφράσω τὴ μιὰ με τὴν ἄλλη. Ἐκφράσεις ὅπως « $a = a$ » ἢ παράγωγές τους, δὲν εἶναι οὔτε στοιχειώδεις προτάσεις οὔτε κατὰ κάποιον ἄλλο τρόπο σημεῖα με νόημα. (Αὐτὸ θὰ τὸ δείξουμε ἀργότερα.)
- 4.25 Ἐάν ἡ στοιχειώδης πρόταση εἶναι ἀληθὴς, τότε ὑπάρχει ἡ κατάσταση πραγμάτων· ἂν ἡ στοιχειώδης πρόταση εἶναι ψευδής, τότε δὲν ὑπάρχει ἡ κατάσταση πραγμάτων.
- 4.26 Ἐάν δοθοῦν ὅλες οἱ ἀληθεῖς στοιχειώδεις προτάσεις, ὁ κόσμος περιγράφεται ὁλότελα· ὁ κόσμος περιγράφεται ὁλότελα, ἂν δοθοῦν ὅλες οἱ στοιχειώδεις προτάσεις καὶ ἂν ἐπιπρόσθετα δοθεῖ ποιὲς ἀπὸ αὐτὲς εἶναι ἀληθεῖς καὶ ποιὲς ψευδεῖς.
- 4.27 Ἀναφορικὰ με τὴν ὑπαρξὴ ἢ τὴ μὴ ὑπαρξὴ n καταστάσεων πραγμάτων ὑπάρχουν $K_n = \sum_{v=0}^n \binom{n}{v}$ δυνατότητες.
Ἄλλοι οἱ συνδυασμοὶ τῶν καταστάσεων πραγμάτων με-

ροῦν νὰ ὑπάρχουν, οἱ ὑπόλοιπες καταστάσεις πραγμάτων μποροῦν νὰ μὴν ὑπάρχουν.

- 4.28 Σὲ αὐτοὺς τοὺς συνδυασμοὺς ἀντιστοιχοῦν ὅμοια πολλές δυνατότητες ἀλήθειας – ἢ μὴ ἀλήθειας – n στοιχειωδῶν προτάσεων.
- 4.3 Οἱ δυνατότητες ἀλήθειας τῶν στοιχειωδῶν προτάσεων σημαίνουν τὶς δυνατότητες τῆς ὑπαρξης καὶ τῆς μὴ ὑπαρξης τῶν καταστάσεων πραγμάτων.
- 4.31 Τὶς δυνατότητες ἀλήθειας μποροῦμε νὰ τὶς παραστήσουμε μὲ σχήματα τοῦ ἀκόλουθου εἴδους :
(«A» σημαίνει «ἀληθές», «Ψ» «ψευδές»: οἱ σειρὲς τῶν «A» καὶ τῶν «Ψ» κάτω ἀπὸ τὴ σειρὰ τῶν στοιχειωδῶν προτάσεων σημαίνουν μὲ εὐκολονόητο συμβολισμὸ τὶς δυνατότητες ἀλήθειας τους) :

p	q	r
A	A	A
Ψ	A	A
A	Ψ	A
A	A	Ψ
Ψ	Ψ	A
Ψ	A	Ψ
A	Ψ	Ψ
Ψ	Ψ	Ψ

p	q
A	A
Ψ	A
A	Ψ
Ψ	Ψ

p
A
Ψ

- 4.4 Ἡ πρόταση εἶναι ἡ ἔκφραση τῆς συμφωνίας καὶ τῆς ἀσυμφωνίας μὲ τὶς δυνατότητες ἀλήθειας τῶν στοιχειωδῶν προτάσεων.
- 4.41 Οἱ δυνατότητες ἀλήθειας τῶν στοιχειωδῶν προτάσεων εἶναι οἱ συνθῆκες τῆς ἀλήθειας καὶ τοῦ ψεύδους τῶν προτάσεων.
- 4.411 Εἶναι ἀπὸ τὰ πρὶν πιθανὸ πὼς ἡ εἰσαγωγή τῶν στοιχειωδῶν προτάσεων εἶναι βασικὴ γιὰ νὰ κατανοήσουμε ὅλα τὰ ἄλλα εἶδη τῶν προτάσεων. Καὶ μάλιστα, ἡ κατανόηση

τῶν γενικῶν προτάσεων *αισθητὰ* ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴν κατανόηση τῶν στοιχειωδῶν προτάσεων.

4.42 Ἀναφορικὰ μὲ τὴ συμφωνία καὶ τὴν ἀσυμφωνία μιᾶς πρότασης μὲ τὶς δυνατότητες ἀλήθειας n στοιχειωδῶν προτάσεων ὑπάρχουν $\sum_{k=0}^{k_n} \binom{k_n}{k} = L_n$ δυνατότητες.

4.43 Στὸ σχῆμα, τὴ συμφωνία μὲ τὶς δυνατότητες ἀλήθειας μπορούμε νὰ τὴν ἐκφράζουμε προσαρτώντας σὲ αὐτὲς τὸ σημάδι «A» (ἀληθές).

Ἐλλειψη αὐτοῦ τοῦ σημαδιοῦ σημαίνει ἀσυμφωνία.

4.431 Ἡ ἐκφραση τῆς συμφωνίας καὶ τῆς ἀσυμφωνίας μὲ τὶς δυνατότητες ἀλήθειας τῶν στοιχειωδῶν προτάσεων ἐκφράζει τὶς συνθηκὲς ἀλήθειας τῆς πρότασης.

Ἡ πρόταση εἶναι ἡ ἐκφραση τῶν συνθηκῶν ἀλήθειας τῆς. (Γιὰ αὐτὸ ὁ *Frege* εἶχε ὀλότελα δίκιο πού τὶς χρησιμοποίησε ὡς ἀφετηρία γιὰ τὴν ἐξήγηση τῶν σημείων τοῦ ἐννοιολογικοῦ συμβολισμοῦ του. Μόνο πού ἡ ἐξήγηση τῆς ἐννοίας τῆς ἀλήθειας στὸν *Frege* εἶναι ἐσφαλμένη: "Ἄν «τὸ ἀληθές» καὶ «τὸ ψευδές» ἦταν πράγματι ἀντικείμενα καὶ τὰ ὀρίσματα στὸ $\sim p$ κλπ., τότε σύμφωνα μὲ τὸν καθορισμὸ τοῦ *Frege* τὸ νόημα τοῦ « $\sim p$ » δὲ θὰ ἦταν καθόλου καθορισμένο.)

4.44 Τὸ σημεῖο πού δημιουργεῖται μὲ τὴν προσάρτηση τῶν σημαδιῶν «A» καὶ τῶν δυνατοτήτων ἀλήθειας εἶναι ἓνα προτασιακὸ σημεῖο.

4.441 Εἶναι φανερὸ πὼς στὸ πλέγμα τῶν σημείων «Ψ» καὶ «A» δὲν ἀντιστοιχεῖ κανένα ἀντικείμενο (ἢ πλέγμα ἀντικείμενων), ὅπως ἀκριβῶς δὲν ἀντιστοιχεῖ στὶς ὀριζόντιες καὶ κάθετες γραμμὲς ἢ στὶς παρενθέσεις.—«Λογικὰ ἀντικείμενα» δὲν ὑπάρχουν.

Τὸ ἴδιο ἰσχύει φυσικὰ γιὰ ὅλα τὰ σημεῖα πού ἐκφράζουν τὸ ἴδιο μὲ τὰ σχήματα τῶν «A» καὶ «Ψ».

4.442 "Ένα προτασιακό σημείο λόγου χάρη είναι το ακόλουθο ;

	p		q		
	A		A		A
«	Ψ		A		A
	A		Ψ		
	Ψ		Ψ		A

(‘Η «γραμμή τῆς κρίσης» «|—» τοῦ *Frege* εἶναι λογικά ὀλό-
τελα χωρὶς νόημα· δείχνει μόνο πῶς ὁ *Frege* (καὶ ὁ *Rus-*
sell) θεωροῦν τὶς προτάσεις ποὺ ὑποσημαίνονται μὲ αὐτὸ
τὸν τρόπο ἀληθεῖς. Ἄρα τὸ «|—» ἀνήκει τόσο λίγο στὴ
δομὴ τῆς πρότασης ὅσο, ἄς ποῦμε, ὁ ἀριθμὸς τῆς πρότασης.
Εἶναι ἀδύνατο μιὰ πρόταση νὰ δηλώνει ἀπὸ μόνη τῆς πῶς
εἶναι ἀληθής.)

Ἄν ἡ σειρά ἀκολουθίας τῶν δυνατοτήτων ἀλήθειας ἔχει
καθοριστεῖ στὸ σχῆμα μιὰ γιὰ πάντα μὲ ἕναν κανόνα συν-
δυσμῶν, τότε ἡ τελευταία στήλη εἶναι μόνη τῆς κιάλας
μιὰ ἔκφραση τῶν συνθηκῶν ἀλήθειας. Ἄν γράψουμε αὐτὴ
τὴ στήλη ὡς σειρά, τὸ προτασιακὸ σημεῖο γίνεται τότε
«(AA—A) (p, q)» ἢ σαφέστερα «(AAΨA) (p, q)».

(Ὁ ἀριθμὸς τῶν θέσεων στὴν ἀριστερὴ παρένθεση καθο-
ρίζεται ἀπὸ τὸν ἀριθμὸ τῶν ὄρων στὴ δεξιὰ παρένθεση.)

4.45 Γιὰ n στοιχειώδεις προτάσεις ὑπάρχουν L_n δυνατὲς ὁμά-
δες συνθηκῶν ἀλήθειας.

Οἱ ὁμάδες τῶν συνθηκῶν ἀλήθειας, ποὺ ἀνήκουν στὶς δυ-
νατότητες ἀλήθειας ἑνὸς ἀριθμοῦ στοιχειωδῶν προτάσεων,
μποροῦν νὰ καταταχθοῦν σὲ μιὰ σειρά.

4.46 Ἄνάμεσα στὶς δυνατὲς ὁμάδες τῶν συνθηκῶν ἀλήθειας ὑ-
πάρχουν δυὸ ἀκράϊες περιπτώσεις.

Στὴ μιὰ περίπτωση ἡ πρόταση εἶναι ἀληθής γιὰ ὅλες τὶς
δυνατότητες ἀλήθειας τῶν στοιχειωδῶν προτάσεων. Τότε
λέμε πῶς οἱ συνθηκῆς ἀλήθειας εἶναι ταυτολογικῆς.

Στὴ δεύτερη περίπτωση ἡ πρόταση εἶναι ψευδής γιὰ

όλες τις δυνατότητες αλήθειας : Οί συνθήκες αλήθειας είναι τότε *αντιφατικές*.

Στήν πρώτη περίπτωση ονομάζουμε τήν πρόταση ταυτολογία, στή δεύτερη περίπτωση αντίφαση.

4.461 'Η πρόταση δείχνει αυτό που λέει, ή ταυτολογία και ή αντίφαση δείχνουν πώς δέ λένε τίποτα.

Γιά τήν ταυτολογία δέν υπάρχουν συνθήκες αλήθειας, γιατί είναι όπωσδήποτε αληθής· και ή αντίφαση δέν είναι αληθής κάτω από καμιά συνθήκη.

'Η ταυτολογία και ή αντίφαση είναι δίχως νόημα.

(“Όπως τὸ σημεῖο ἀπὸ τὸ ὁποῖο ξεκινοῦν δυὸ βέλη μὲ ἀντίθετη κατεύθυνση.)

(Π.χ. δέν ξέρω τίποτα γιά τὸν καιρό, ἂν ξέρω πὼς βρέχει ἢ πὼς δέ βρέχει.)

4.4611 'Η ταυτολογία και ή αντίφαση δέν είναι ὅμως μὴ νοητές· ἀνήκουν στοῦ συμβολισμό, και μάλιστα ὅμοια ὅπως τὸ «0» στοῦ συμβολισμό τῆς ἀριθμητικῆς.

4.462 'Η ταυτολογία και ή αντίφαση δέν είναι εἰκόνες τῆς πραγματικότητας. Δέν παριστάνουν μιὰ δυνατὴ κατάσταση. Γιατί ή πρώτη ἐπιτρέπει *κάθε* δυνατὴ κατάσταση, ή δεύτερη *καμιά*.

Στήν ταυτολογία οί συνθήκες συμφωνίας μὲ τὸν κόσμο – οί παραστατικές σχέσεις – ἀναιροῦν ή μιὰ τήν ἄλλη, ἔτσι πὸς αὐτὴ [ή ταυτολογία] δέ βρίσκεται σὲ παραστατικὴ σχέση μὲ τήν πραγματικότητα.

4.463 Οί συνθήκες αλήθειας καθορίζουν τὰ περιθώρια πὸς ή πρόταση ἀφήνει στὰ γεγονότα.

('Η πρόταση, ή εἰκόνα, τὸ πρότυπο είναι, μὲ τήν ἀρνητικὴ ἔννοια, ὅπως ἓνα στερεὸ σῶμα πὸς περιορίζει τήν ἐλευθερία τῆς κίνησης τῶν ἄλλων· μὲ τὴ θετικὴ ἔννοια είναι, ὅπως ὁ καθορισμένος ἀπὸ μιὰ στερεὴ οὐσία χῶρος, στοῦν ὁποῖο ὑπάρχει θέση γιά ἓνα σῶμα.)

Ἡ ταυτολογία ἀφήνει ὀλόκληρο τὸ λογικὸ χῶρο – τὸν ἄπειρο – στὴν πραγματικότητα· ἡ ἀντίφαση γεμίζει ὀλόκληρο τὸ λογικὸ χῶρο καὶ δὲν ἀφήνει στὴν πραγματικότητα οὔτε μιὰ κουκίδα. Γιὰ αὐτὸ καμιὰ ἀπὸ τὶς δύο τους δὲν μπορεῖ νὰ καθορίσει κατὰ κάποιον τρόπο τὴν πραγματικότητα.

- 4.464 Ἡ ἀλήθεια τῆς ταυτολογίας εἶναι βέβαιη, τῆς πρότασης δυνατὴ, τῆς ἀντίφασης ἀδύνατη.
(Βέβαιη, δυνατὴ, ἀδύνατη : Ἐδῶ ἔχουμε τὴν ἔνδειξη ἐκείνης τῆς διαβάθμισης ποὺ χρησιμοποιοῦμε στὴ θεωρία τῶν πιθανοτήτων.)
- 4.465 Τὸ λογικὸ γινόμενο μιᾶς ταυτολογίας καὶ μιᾶς πρότασης, λέει τὸ ἴδιο μὲ τὴν πρόταση. Τὸ γινόμενο αὐτὸ λοιπὸν ταυτίζεται μὲ τὴν πρόταση. Γιατὶ δὲν μποροῦμε νὰ ἀλλάξουμε αὐτὸ ποὺ στὸ σύμβολο εἶναι οὐσιαστικὸ, χωρὶς νὰ ἀλλάξουμε τὸ νόημά του.
- 4.466 Σὲ ἕναν ὀρισμένο λογικὸ συνδυασμὸ σημείων ἀντιστοιχεῖ ἕνας ὀρισμένος λογικὸς συνδυασμὸς τῶν νοημάτων τους· μόνο στὰ ἀσυνδύαστα σημεῖα ἀντιστοιχεῖ ὀλότελα *ὅποιοσδήποτε* συνδυασμὸς.
Αὐτὸ σημαίνει πὼς προτάσεις, ποὺ εἶναι ἀληθεῖς γιὰ κάθε κατάσταση, δὲν μποροῦν κατὰ κανένα τρόπο νὰ εἶναι συνδυασμοὶ ἀπὸ σημεῖα, γιατί διαφορετικὰ θὰ μπορούσαν νὰ ἀντιστοιχοῦν σὲ αὐτὲς μόνο ὀρισμένοι συνδυασμοὶ ἀπὸ ἀντικείμενα.
(Καὶ σὲ ὅ,τι δὲν εἶναι λογικὸς συνδυασμὸς, δὲν ἀντιστοιχεῖ κανένας συνδυασμὸς ἀντικείμενων.)
Ἡ ταυτολογία καὶ ἡ ἀντίφαση εἶναι οἱ ὀριακὲς περιπτώσεις τοῦ συνδυασμοῦ σημείων, δηλαδὴ ἡ διάλυσή του.
- 4.4661 Καὶ στὴν ταυτολογία καὶ στὴν ἀντίφαση τὰ σημεῖα συνδέονται βέβαια ἀκόμα μεταξύ τους, δηλαδὴ βρίσκονται σὲ σχέση τὸ ἕνα μὲ τὸ ἄλλο, ἀλλὰ αὐτὲς οἱ σχέσεις δὲν

σημαίνουν τίποτα, είναι χωρίς ουσία για το σύμβολο.

- 4.5 Τώρα φαίνεται πώς είναι δυνατό να δώσουμε τη γενικότερη προτασιακή μορφή : δηλαδή, να δώσουμε μια περιγραφή των προτάσεων *όποιασδήποτε* γλώσσας σημείων, ώστε κάθε δυνατό νόημα να μπορεί να εκφράζεται με ένα σύμβολο, στο οποίο ταιριάζει ή περιγραφή, και κάθε σύμβολο, στο οποίο ταιριάζει ή περιγραφή, να μπορεί να εκφράζει ένα νόημα, όταν οι σημασίες των ονομάτων επιλέγονται κατάλληλα. Είναι φανερό πώς, κατά την περιγραφή της γενικότερης προτασιακής μορφής, πρέπει να περιγραφεί *μόνο* ό,τι είναι ουσιαστικό σε αυτή – διαφορετικά δε θα ήταν ή γενικότερη. Το ότι υπάρχει μια γενική προτασιακή μορφή αποδειχνεται με το ότι δεν πρέπει να υπάρχει καμιά πρόταση, που τη μορφή της να μη μπορούσε κανείς να την προβλέψει (δηλ. να την κατασκευάσει). Η γενική μορφή της πρότασης είναι : "Έτσι έχουν τα πράγματα.
- 4.51 "Ας υποθέσουμε πώς μου ήταν δοσμένες *όλες* οι στοιχειώδεις προτάσεις : Τότε μπορώ απλά να ρωτήσω : Ποιές προτάσεις μπορώ να σχηματίσω από αυτές ; Και αυτές είναι *όλες* οι προτάσεις, και *έτσι* είναι καθορισμένα τα όριά τους.
- 4.52 Οι προτάσεις είναι όλα όσα προκύπτουν από το σύνολο όλων των στοιχειωδών προτάσεων (και φυσικά από το ότι είναι το *σύνολο* όλων.)
(Έτσι θα μπορούσαμε, σύμφωνα με μια όρισμένη έννοια, να πούμε πώς *όλες* οι προτάσεις είναι γενικεύσεις των στοιχειωδών προτάσεων.)
- 4.53 Η γενική προτασιακή μορφή είναι μια μεταβλητή.
- 5 Η πρόταση είναι μια συνάρτηση αλήθειας των στοιχειωδών προτάσεων.

(Ἡ στοιχειώδης πρόταση εἶναι μιὰ συνάρτηση ἀλήθειας τοῦ ἴδιου τοῦ ἑαυτοῦ της.)

5.01 Οἱ στοιχειώδεις προτάσεις εἶναι τὰ ὅρισματα ἀλήθειας τῆς πρότασης.

5.02 Εἶναι εὐκόλο νὰ συγχέουμε τὰ ὅρισματα τῶν συναρτήσεων μὲ τοὺς δείχτες τῶν ὀνομάτων.

Γιατὶ τόσο ἀπὸ τὸ ὄρισμα ὅσο καὶ ἀπὸ τὸν δείκτη ἀναγνωρίζω τὴ σημασία τοῦ σημείου ποὺ τὰ περιέχει.

Στὸ « $+_c$ » τοῦ *Russell* τὸ « c » π.χ. εἶναι ἓνας δείκτης ποὺ δείχνει πῶς ὀλόκληρο τὸ σημεῖο εἶναι τὸ σημεῖο τῆς πρόσθεσης γιὰ ἀπόλυτους ἀριθμούς.

Ἄλλὰ αὐτὴ ἡ ὑποσήμεανση στηρίζεται σὲ αὐθαίρετη συμφωνία καὶ θὰ μπορούσε κανεὶς νὰ διαλέξει ἀντὶ « $+_c$ » καὶ ἓνα ἀπλὸ σημεῖο· στὸ « $\sim p$ » ὅμως τὸ « p » δὲν εἶναι δείκτης, ἀλλὰ ὄρισμα : τὸ νόημα τοῦ « $\sim p$ » δὲν μπορούμε νὰ τὸ καταλάβουμε, ἂν πρωτύτερα δὲν ἔχουμε καταλάβει τὸ νόημα τοῦ « p ». (Στὸ ὄνομα Ἰούλιος Καῖσαρ τὸ «Ἰούλιος» εἶναι δείκτης. Ὁ δείκτης εἶναι πάντα μέρος μιᾶς περιγραφῆς τοῦ ἀντικείμενου, στὸ ὄνομα τοῦ ὁποίου τὸν προσαρτοῦμε. Π.χ. ὁ Καῖσαρ ἀπὸ τὸ Ἰουλιανὸν γένος.)

Ἡ θεωρία τοῦ *Frege* γιὰ τὴ σημασία τῶν προτάσεων καὶ τῶν συναρτήσεων βασίζεται, ἂν δὲν κάνω λάθος, στὴ σύγχυση ἀνάμεσα στὸ ὄρισμα καὶ στὸν δείκτη. Γιὰ τὸν *Frege* οἱ προτάσεις τῆς λογικῆς ἦταν ὀνόματα καὶ τὰ ὅρισματά τους οἱ δείχτες αὐτῶν τῶν ὀνομάτων.

5.1 Οἱ συναρτήσεις ἀλήθειας μπορούν νὰ καταταχθοῦν σὲ σειρές. Αὐτὴ εἶναι ἡ βάση τῆς θεωρίας τῶν πιθανοτήτων.

5.101 Οἱ συναρτήσεις ἀλήθειας κάθε ἀριθμοῦ στοιχειωδῶν προτάσεων, μπορούν νὰ γραφτοῦν σὲ ἓνα σχῆμα τοῦ ἀκόλουθου εἴδους :

(ΑΑΑΑ) (p, q) Ταυτολογία ("Ἄν p , τότε p · καὶ ἂν q , τότε q). $(p \supset p, q \supset q)$

(ΨΑΑΑ)	»	μέ	λόγια :	»Οχι και τὰ δυὸ p και q . ($\sim (p \cdot q)$)
(ΑΨΑΑ)	»	»	» :	»Αν q , τότε p . ($q \supset p$)
(ΑΑΨΑ)	»	»	» :	»Αν p , τότε q . ($p \supset q$)
(ΑΑΑΨ)	»	»	» :	p ἢ q . ($p \vee q$)
(ΨΨΑΑ)	»	»	» :	»Οχι q . ($\sim q$)
(ΨΑΨΑ)	»	»	» :	»Οχι p . ($\sim p$)
(ΨΑΑΨ)	»	»	» :	p , ἢ, q , ἀλλὰ ὄχι και τὰ δυό. ($p \cdot \sim q : \vee : q \cdot \sim p$)
(ΑΨΨΑ)	»	»	» :	»Αν p , τότε q και ἂν q , τότε p . ($p \equiv q$)
(ΑΨΑΨ)	»	»	» :	p
(ΑΑΨΨ)	»	»	» :	q
(ΨΨΨΑ)	»	»	» :	Οὔτε p , οὔτε q . ($\sim p \cdot \sim q$) ἢ (p / q)
(ΨΨΑΨ)	»	»	» :	p και ὄχι q . ($p \cdot \sim q$)
(ΨΑΨΨ)	»	»	» :	q και ὄχι p . ($q \cdot \sim p$)
(ΑΨΨΨ)	»	»	» :	q και p . ($q \cdot p$)
(ΨΨΨΨ)	»	Ἀντίφραση		(p και ὄχι p και q και ὄχι q .) ($p \cdot \sim p \cdot q \cdot \sim q$)

Θέλω νὰ ὀνομάσω βάσεις ἀλήθειας τῆς πρότασης, ἐκεῖνες τῆς δυνατότητες ἀλήθειας τῶν ὀρισμάτων ἀλήθειας, ποὺ ἐπαληθεύουν τὴν πρόταση.

- 5.11 Ἐάν οἱ βάσεις ἀλήθειας, ποὺ εἶναι κοινὲς σὲ ἕνα ἀριθμὸ προτάσεων, εἶναι ὅλες και βάσεις ἀλήθειας μιᾶς ὀρισμένης πρότασης, τότε λέμε πὼς ἡ ἀλήθεια αὐτῆς τῆς πρότασης προκύπτει ἀπὸ τὴν ἀλήθεια ἐκείνων τῶν προτάσεων.
- 5.12 Ἰδιαιτέρως ἡ ἀλήθεια μιᾶς πρότασης « p » προκύπτει ἀπὸ τὴν ἀλήθεια μιᾶς ἄλλης πρότασης « q », ὅταν ὅλες οἱ βάσεις ἀλήθειας τῆς δευτέρας εἶναι βάσεις ἀλήθειας τῆς πρώτης.
- 5.121 Οἱ βάσεις ἀλήθειας τῆς μιᾶς περιέχονται στὶς βάσεις ἀλήθειας τῆς ἄλλης, τὸ p προκύπτει ἀπὸ τὸ q .

- 5.122 "Αν τὸ p προκύπτει ἀπὸ τὸ q , τότε τὸ νόημα τοῦ « p » περιέχεται στὸ νόημα τοῦ « q ».
- 5.123 "Αν ἕνας θεὸς δημιουργεῖ ἕναν κόσμο, μέσα στὸν ὁποῖο ὀρισμένες προτάσεις εἶναι ἀληθεῖς, τότε μὲ αὐτὸ δημιουργεῖ ἤδη καὶ ἕναν κόσμο, μέσα στὸν ὁποῖο ὅλες οἱ προτάσεις ποὺ προκύπτουν ἀπὸ αὐτὲς ἀληθεύουν. Καὶ τὸ ἴδιο, δὲν θὰ μπορούσε νὰ δημιουργήσῃ ἕναν κόσμο, μέσα στὸν ὁποῖο ἡ πρόταση « p » νὰ εἶναι ἀληθής, χωρὶς νὰ δημιουργήσῃ ὅλα τῆς τὰ ἀντικείμενα.
- 5.124 Ἡ πρόταση καταφάσκει κάθε πρόταση ποὺ προκύπτει ἀπὸ αὐτή.
- 5.1241 « $p.q$ » εἶναι μιὰ ἀπὸ τὶς προτάσεις ποὺ καταφάσκουν τὸ « p », καὶ ταυτόχρονα μιὰ ἀπὸ τὶς προτάσεις ποὺ καταφάσκουν τὸ « q ».
 Δυὸ προτάσεις εἶναι μεταξύ τους ἀντίθετες, ἂν δὲν ὑπάρχει καμιὰ πρόταση μὲ νόημα ποὺ νὰ καταφάσκει καὶ τὶς δυό. Κάθε πρόταση ποὺ ἀντιφάσκει μὲ μιὰ ἄλλη, τὴν ἀποφάσκει.
- 5.13 Τὸ ἂν ἡ ἀλήθεια μιᾶς πρότασης προκύπτει ἀπὸ τὴν ἀλήθεια ἄλλων προτάσεων, τὸ βλέπουμε ἀπὸ τὴ δομὴ τῶν προτάσεων.
- 5.131 "Αν ἡ ἀλήθεια μιᾶς πρότασης προκύπτει ἀπὸ τὴν ἀλήθεια ἄλλων, αὐτὸ ἐκφράζεται μὲ σχέσεις, στὶς ὁποῖες βρίσκονται μεταξύ τους οἱ μορφὲς ἐκείνων τῶν προτάσεων· καὶ μάλιστα δὲν χρειαζόμαστε νὰ τὶς φέρουμε πρῶτα σὲ ἐκεῖνες τὶς σχέσεις, μὲ τὸ νὰ τὶς συνδέσουμε μεταξύ τους σὲ μιὰ πρόταση, ἀλλὰ αὐτὲς οἱ σχέσεις εἶναι ἐσωτερικὲς, καὶ ὑπάρχουν μόνις ὑπάρξουν καὶ μὲ τὸ πῶς ὑπάρχουν ἐκεῖνες οἱ προτάσεις.
- 5.1311 "Αν ἀπὸ $p \vee q$ καὶ $\sim p$ συμπεράνουμε q , τότε ἐδῶ ὁ τρόπος συμβολισμοῦ ἀποκρύβει τὴ σχέση τῶν προτασιακῶν μορφῶν τοῦ « $p \vee q$ » καὶ « $\sim p$ ». "Αν γράψουμε ὅμως π.χ.

ἀντί « $p \vee q$ » « $p / q. / . p / q$ », καὶ ἀντί « $\sim p$ » « p / p » ($p / q =$
 $=$ οὔτε p , οὔτε q), τότε φανερώνεται ἡ ἐσωτερικὴ σχέση.
 (Τὸ ὅτι ἀπὸ τὸ $(x). f x$ μπορεῖ κανεὶς νὰ συμπεράνει $f a$,
 δείχνει πῶς ἡ γενικότητα βρῖσκεται καὶ στὸ σύμβολο
 « $(x) \cdot f x$ ».)

- 5.132 Ἐάν τὸ p προκύπτει ἀπὸ τὸ q , τότε ἀπὸ τὸ q μπορῶ νὰ
 συμπεράνω p : ἀπὸ τὸ p νὰ ἀπάγω λογικὰ q .
 Τὸ εἶδος τοῦ συμπεράσματος μπορεῖ νὰ παρθεῖ μόνο ἀπὸ
 τὶς δυὸ προτάσεις.
 Μόνο αὐτὲς μποροῦν νὰ δικαιολογήσουν τὸ συμπέρασμα.
 «Συμπερασματικοὶ κανόνες», ποῦ – ὅπως στὸν *Frege* καὶ
 στὸν *Russell* – εἶναι γιὰ νὰ δικαιολογοῦν τὰ συμπεράσμα-
 τα, δὲν ἔχουν νόημα καὶ θὰ περίττευαν.
- 5.133 Κάθε λογικὴ ἀπαγωγή γίνεται *a priori*.
- 5.134 Ἐκτὸς μιᾶς στοιχειώδη πρότασης δὲν ἀπάγεται λογικὰ κα-
 μιᾶ ἄλλη.
- 5.135 Μὲ κανέναν τρόπο δὲν μποροῦμε, ἀπὸ τὴν ὑπαρξὴ μιᾶς
 ὁποιασδήποτε κατάστασης, νὰ συμπεράνουμε τὴν ὑπαρξὴ
 μιᾶς ἄλλης κατάστασης, ὁλότελα διαφορετικῆς ἀπὸ τὴν
 πρώτη.
- 5.136 Δὲν ὑπάρχει αἰτιακὴ πλοκὴ ποῦ νὰ δικαιολογοῦσε ἓνα
 τέτοιο συμπέρασμα.
- 5.1361 Τὰ γεγονότα τοῦ μέλλοντος δὲν μποροῦμε νὰ τὰ συμπερά-
 νουμε ἀπὸ τὰ γεγονότα τοῦ παρόντος.
 Ἐἰς τὴν πίστη στὴν αἰτιακὴ πλοκὴ εἶναι *δεισιδαιμονία*.
- 5.1362 Ἐἰς τὴν ἐλευθερίᾳ τῆς βούλησης ἔγκειται στὸ πῶς μελλοντικὲς
 πράξεις δὲν μποροῦν νὰ εἶναι γνωστὲς ἀπὸ πρῖν. Μόνο
 τότε θὰ μπορούσαμε νὰ τὶς ξέρουμε, ἂν ἡ αἰτιότητα ἦταν
 μιᾶ ἐσωτερικὴ ἀναγκαιότητα, ὅπως ἡ ἀναγκαιότητα τοῦ
 λογικοῦ συμπεράσματος.— Ἐἰς τὴν σχέση ἀνάμεσα στὴ γνώση
 καὶ στὸ γνωριζόμενον εἶναι ἡ σχέση τῆς λογικῆς ἀναγκαιό-
 τητας.

- (Ἡ πρόταση « A γνωρίζει πὼς τὸ p συμβαίνει» δὲν ἔχει νόημα, ἂν τὸ p εἶναι ταυτολογία.)
- 5.1363 *Ἄν ἀπὸ τὸ γεγονός πὼς καταλαβαίνουμε μιὰ πρόταση δὲν προκύπτει πὼς εἶναι ἀληθής, τότε ἡ κατανόηση δὲν εἶναι καὶ καμιὰ δικαιολογία γιὰ τὴν πίστη μας στὴν ἀλήθεια τῆς πρότασης.
- 5.14 *Ἄν μιὰ πρόταση προκύπτει ἀπὸ μιὰ ἄλλη, τότε αὐτὴ λέει περισσότερα ἀπὸ ἐκείνη, ἐκείνη λιγότερα ἀπὸ αὐτή.
- 5.141 *Ἄν τὸ p προκύπτει ἀπὸ τὸ q καὶ τὸ q ἀπὸ τὸ p , τότε αὐτὰ εἶναι μιὰ καὶ ἡ αὐτὴ πρόταση.
- 5.142 Ἡ ταυτολογία προκύπτει ἀπὸ ὅλες τὶς προτάσεις : δὲ λέει τίποτα.
- 5.143 Ἡ ἀντίφαση εἶναι τὸ κοινὸ στὶς προτάσεις ποὺ καμιὰ πρόταση δὲν τὸ ἔχει κοινὸ μὲ μιὰ ἄλλη.
Ἡ ταυτολογία εἶναι τὸ κοινὸ σὲ ὅλες τὶς προτάσεις ποὺ δὲν ἔχουν τίποτα κοινὸ μεταξύ τους.
Ἡ ἀντίφαση, θὰ λέγαμε, παύει νὰ ὑπάρχει ἔξω, ἡ ταυτολογία μέσα σὲ ὅλες τὶς προτάσεις.
Ἡ ἀντίφαση εἶναι τὸ ἐξωτερικὸ ὄριο τῶν προτάσεων, ἡ ταυτολογία τὸ ἀνυπόστατο σημάδι τοῦ κέντρου τους.
- 5.15 *Ἄν A_r εἶναι ὁ ἀριθμὸς τῶν βάσεων ἀλήθειας τῆς πρότασης « r », A_{rs} ὁ ἀριθμὸς ἐκείνων τῶν βάσεων ἀλήθειας τῆς πρότασης « s », ποὺ εἶναι ταυτόχρονα βάσεις ἀλήθειας τῆς « r », τότε ὀνομάζουμε τὴ σχέση : $A_{rs} : A_r$ βαθμὸ τῆς πιθανότητος τὴν ὁποία ἡ πρόταση « r » παρέχει στὴν πρόταση « s ».
- 5.151 Σὲ ἓνα σχῆμα, ὅπως στὸ παραπάνω, ἀρ. 5.101, ἔστω A_r ὁ ἀριθμὸς τῶν « A » στὴν πρόταση r , A_{rs} ὁ ἀριθμὸς ἐκείνων τῶν « A » στὴν πρόταση s , ποὺ βρίσκονται σὲ ὅμοιες στήλες « A » τῆς πρότασης r . Ἡ πρόταση r παρέχει τότε στὴν πρόταση s τὴν πιθανότητα : $A_{rs} : A_r$.

- 5.1511 Δέν ὑπάρχει κανένα ἰδιαίτερο ἀντικείμενο πού νά ἀνήκει
 στίς προτάσεις πιθανοτήτων.
- 5.152 Προτάσεις πού δέν ἔχουν μεταξύ τους κοινά τὰ ὀρίσματα
 ἀλήθειας, τίς ὀνομάζουμε ἀνεξάρτητες τή μιὰ ἀπό τήν
 ἄλλη.
 Δυò στοιχειώδεις προτάσεις δίνουν ἢ μιὰ στήν ἄλλη τήν
 πιθανότητα $1/2$.
 Ἐάν τὸ p προκύπτει ἀπό τὸ q , τότε ἡ πρόταση « q » δίνει
 στήν πρόταση « p » τήν πιθανότητα 1. Ἡ βεβαιότητα τοῦ
 λογικοῦ συμπεράσματος εἶναι μιὰ ὀριακή περίπτωση τῆς
 πιθανότητας.
 (Νά ἐφαρμοστεῖ στήν ταυτολογία καί στήν ἀντίφαση.)
- 5.153 Μιὰ πρόταση δέν εἶναι ἀπό μόνη της οὔτε πιθανή οὔτε
 ἀπίθανη· ἓνα γεγονός συμβαίνει ἢ δέν συμβαίνει, μέση κα-
 τάσταση δέν ὑπάρχει.
- 5.154 Σέ ἓνα δοχεῖο βρίσκονται σέ ἴση ποσότητα λευκά καί
 μελανὰ σφαιρίδια (καί ὄχι ἄλλα). Βγάζω τὸ ἓνα σφαιρίδιο
 μετὰ τὸ ἄλλο καί τὸ ξαναβάζω στό δοχεῖο. Μὲ τὸ πείρα-
 μα μπορῶ νά διαπιστώσω πῶς οἱ ἀριθμοὶ τῶν μελανῶν
 καί λευκῶν σφαιρίδιων, πού ἔχω βγάλει, πλησιάζουν με-
 ταξύ τους ὅσο συνεχίζω νά βγάζω τὰ σφαιρίδια.
 Τοῦτο δέν εἶναι ὅμως μαθηματικὴ ἀλήθεια.
 Ἐάν τώρα πῶ : Εἶναι τὸ ἴδιο πιθανὸ νά τραβήξω ἓνα λευκὸ
 σφαιρίδιο ὅσο καί ἓνα μελανό, αὐτὸ σημαίνει : Ὅλες οἱ
 γνωστὲς σέ μένα συνθήκες (συμπεριλαμβανομένων καί τῶν
 φυσικῶν νόμων πού ἔχουν παρθεῖ ὡς ὑποθέσεις) δέν παρέ-
 χουν στήν πραγματοποίηση τοῦ ἑνὸς γεγονότος περισ-
 σότερες πιθανότητες ἀπὸ ὅ,τι στήν πραγματοποίηση τοῦ
 ἄλλου. Δηλαδή – ὅπως μπορεῖ εὔκολα νά συναχθεῖ ἀπὸ
 τίς παραπάνω ἐξηγήσεις – δίνουν στό καθένα τήν πιθα-
 νότητα $1/2$.
 Αὐτὸ πού πιστοποιῶ μὲ τὸ πείραμα εἶναι πῶς ἡ πραγ-

- ματοποίηση τῶν δυὸ γεγονότων εἶναι ἀνεξάρτητη ἀπὸ τὶς συνθήκες τὶς ὁποῖες δὲν γνωρίζω ἀπὸ πιὸ κοντά.
- 5.155 Ἡ μονάδα τῆς πρότασης πιθανοτήτων εἶναι : Οἱ συνθήκες – τὶς ὁποῖες κατὰ τὰ ἄλλα δὲν γνωρίζω παραπέρα – δίνουν στὴν πραγματοποίηση ἑνὸς ὀρισμένου γεγονότος αὐτὸν ἢ αὐτὸν τὸ βαθμὸ πιθανότητας.
- 5.156 Ἔτσι ἡ πιθανότητα εἶναι μιὰ γενίκευση.
Περιλαμβάνει μιὰ γενικὴ περιγραφή μιᾶς προτασιακῆς μορφῆς. Μόνο ὅταν δὲν ἔχουμε βεβαιότητα χρησιμοποιοῦμε τὴν πιθανότητα.— Ὅταν δὲν γνωρίζουμε ὁλότελα ἓνα γεγονός, ἀλλὰ ξέρουμε *κάτι* γιὰ τὴ μορφή του.
(Μιὰ πρόταση μπορεῖ βέβαια νὰ εἶναι μιὰ ἀτελής εἰκόνα μιᾶς ὀρισμένης κατάστασης, ἀλλὰ πάντα εἶναι *μιὰ* πλήρης εἰκόνα).
Ἡ πρόταση πιθανοτήτων εἶναι σὰν ἓνα κομμάτι ἀπὸ ἄλλες προτάσεις.
- 5.2 Οἱ δομὲς τῶν προτάσεων βρίσκονται μεταξύ τους σὲ ἐσωτερικὲς σχέσεις.
- 5.21 Μποροῦμε νὰ προβάλουμε αὐτὲς τὶς ἐσωτερικὲς σχέσεις στὸν τρόπο ποὺ ἐκφραζόμαστε, παριστάνοντας μιὰ πρόταση σὰν ἀποτέλεσμα μιᾶς πράξης, ἢ ὁποῖα τὴν παράγει¹ ἀπὸ ἄλλες προτάσεις (ἀπὸ τὶς βάσεις τῆς πράξης).
- 5.22 Ἡ πράξη εἶναι ἡ ἔκφραση μιᾶς σχέσης ἀνάμεσα στὶς δομὲς τοῦ ἀποτελέσματός της καὶ τῶν βάσεών της.
- 5.23 Ἡ πράξη εἶναι αὐτὸ ποὺ πρέπει νὰ γίνῃ μὲ μιὰ πρόταση γιὰ νὰ φτιάξουμε ἀπὸ αὐτὴ μιὰ ἄλλη.
- 5.231 Καὶ αὐτὸ θὰ ἐξαρτᾶται φυσικὰ ἀπὸ τὶς τυπικὲς τῆς ιδιότητες, ἀπὸ τὴν ἐσωτερικὴ ὁμοιότητα τῶν μορφῶν της.
- 5.232 Ἡ ἐσωτερικὴ σχέση, ποὺ κατατάσσει μιὰ σειρά, εἶναι ἰσότιμη μὲ τὴν πράξη, μὲ τὴν ὁποῖα ἓνας ὅρος παράγεται ἀπὸ ἓναν ἄλλο.

- 5.233 'Η πράξη μπορεί νὰ ἐμφανιστεῖ ἐκεῖ μόνο ὅπου μιὰ πρόταση παράγεται ἀπὸ μιὰ ἄλλη μὲ ἓνα τρόπο ποὺ ἔχει λογικὰ σημασία. Δηλαδή ἐκεῖ ὅπου ἀρχίζει ἡ λογικὴ κατασκευὴ τῆς πρότασης.
- 5.234 Οἱ συναρτήσεις ἀλήθειας τῶν στοιχειωδῶν προτάσεων εἶναι ἀποτελέσματα πράξεων ποὺ ἔχουν γιὰ βάσεις τὶς στοιχειώδεις προτάσεις. (Τὶς πράξεις αὐτὲς ὀνομάζω πράξεις ἀλήθειας.)
- 5.2341 Τὸ νόημα μιᾶς συνάρτησης ἀλήθειας τῆς p εἶναι συνάρτηση τοῦ νοήματος τῆς p .
'Η ἀποφατικότητα, ἡ λογικὴ πρόσθεση, ὁ λογικὸς πολλαπλασιασμός κλπ. κλπ. εἶναι πράξεις.
('Η ἀποφατικότητα ἀντιστρέφει τὸ νόημα τῆς πρότασης.)
- 5.24 'Η πράξη φανερώνεται σὲ μιὰ μεταβλητὴ· δείχνει πῶς μπορεί νὰ φτάσει κανεὶς ἀπὸ μιὰ μορφή προτάσεων σὲ μιὰ ἄλλη. Ἐκφράζει τὴ διαφορὰ ἀνάμεσα στὶς μορφές.
(Καὶ τὸ κοινὸ ἀνάμεσα στὶς βάσεις καὶ στὸ ἀποτέλεσμα τῆς πράξης, εἶναι ἴσα ἴσα οἱ βάσεις.)
- 5.241 'Η πράξη δὲν χαρακτηρίζει μιὰ μορφή, παρὰ μόνο τὴ διαφορὰ ἀνάμεσα στὶς μορφές.
- 5.242 'Η ἴδια πράξη ποὺ παράγει τὸ « q » ἀπὸ τὸ « p », παράγει ἀπὸ τὸ « q » τὸ « r », κλπ. Αὐτὸ μπορεί νὰ ἐκφραστεῖ μόνο μὲ τὸ ὅτι « p », « q », « r », κλπ. εἶναι μεταβλητὲς ποὺ ἐκφράζουν γενικὰ ὀρισμένες τυπικὲς σχέσεις.
- 5.25 Πῶς γίνεται μιὰ πράξη δὲν χαρακτηρίζει τὸ νόημα τῆς πρότασης.
'Η πράξη δὲ λέει βέβαια τίποτα, μόνο τὸ ἀποτέλεσμά της λέει, καὶ αὐτὸ ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὶς βάσεις τῆς πράξης.
(Πράξη καὶ συνάρτηση δὲν πρέπει νὰ συγχέονται ἢ μιὰ μὲ τὴν ἄλλη.)
- 5.251 Μιὰ συνάρτηση δὲν μπορεί νὰ εἶναι τὸ ἴδιο τὸ ὄρισμά της,

- ὅμως τὸ ἀποτέλεσμα μιᾶς πράξης μπορεῖ βέβαια νὰ γίνῃ ἢ βάση της.
- 5.252 Μόνο ἔτσι εἶναι δυνατὸ τὸ προχώρημα ἀπὸ ὄρο σὲ ὄρο σὲ μιὰ σειρὰ μορφῶν (ἀπὸ τύπο σὲ τύπο στὶς ἱεραρχίες τῶν *Russell* καὶ *Whitehead*). (Ὁ *Russell* καὶ ὁ *Whitehead* δὲν παραδέχτηκαν τὴ δυνατότητα τοῦ προχωρήματος αὐτοῦ, ἀλλὰ τὸ χρησιμοποίησαν πάλι καὶ πάλι.)
- 5.2521 Τὴ συνεχῆ ἐφαρμογὴ μιᾶς πράξης στὸ ἴδιο τὸ ἀποτέλεσμά της τὴν ὀνομάζω διαδοχικὴ ἐφαρμογὴ της («Π'Π'Π'α» εἶναι τὸ ἀποτέλεσμα τῆς τριπλῆς διαδοχικῆς ἐφαρμογῆς τοῦ «Π'ξ» στὸ «α»). Μὲ μιὰ ὅμοια ἔννοια μιλῶ γιὰ τὴ διαδοχικὴ ἐφαρμογὴ *περισσότερων* πράξεων σὲ ἕναν ἀριθμὸ προτάσεων.
- 5.2522 Τὸν γενικὸ ὄρο μιᾶς σειρᾶς μορφῶν $a, Π' a, Π' Π' a, \dots$ τὸν γράφω ἔτσι : « $[a, x, Π' x]$ ». Ἡ παρενθετικὴ αὐτὴ ἔκφραση εἶναι μιὰ μεταβλητὴ. Ὁ πρῶτος ὄρος τῆς παρενθετικῆς ἔκφρασης εἶναι ἡ ἀρχὴ τῆς σειρᾶς μορφῶν, ὁ δεύτερος ἡ μορφή ἑνὸς τυχαίου ὄρου x τῆς σειρᾶς, καὶ ὁ τρίτος ἡ μορφή ἐκείνου τοῦ ὄρου τῆς σειρᾶς ποὺ ἀκολουθεῖ ἄμεσα τὸ x .
- 5.2523 Ἡ ἔννοια τῆς διαδοχικῆς ἐφαρμογῆς τῆς πράξης εἶναι ἰσοδύναμη μὲ τὴν ἔννοια «καὶ οὕτω καθεξῆς».
- 5.253 Μιὰ πράξη μπορεῖ νὰ ἀκυρῶνῃ τὸ ἔργο μιᾶς ἄλλης. Οἱ πράξεις μποροῦν νὰ ἀναιροῦν ἢ μιὰ τὴν ἄλλη.
- 5.254 Ἡ πράξη μπορεῖ νὰ χάνεται (π.χ. ἡ ἀποφατικότης στὴν « $\sim \sim p$ » $\sim \sim p \equiv p$).
- 5.3 Ὅλες οἱ προτάσεις εἶναι ἀποτελέσματα πράξεων ἀλήθειας μὲ στοιχειώδεις προτάσεις.
Πράξη ἀλήθειας εἶναι ὁ τρόπος μὲ τὸν ὁποῖο ἡ συνάρτηση ἀλήθειας παράγεται ἀπὸ τὶς στοιχειώδεις προτάσεις.
Σύμφωνα μὲ τὴν οὐσία τῆς πράξης ἀλήθειας παράγεται ἀπὸ συναρτήσεις ἀλήθειας μιὰ νέα πράξη ἀλήθειας, μὲ τὸν ἴδιο τρόπο ποὺ ἀπὸ τὶς στοιχειώδεις προτάσεις πα-

ράγεται ή δική τους συνάρτηση αλήθειας. Κάθε πράξη αλήθειας παράγει, από συναρτήσεις αλήθειας στοιχειωδών προτάσεων, πάλι μιὰ συνάρτηση αλήθειας στοιχειωδών προτάσεων, μιὰ πρόταση. Τò ἀποτέλεσμα κάθε πράξης αλήθειας που γίνεται με τὰ ἀποτελέσματα πράξεων αλήθειας στοιχειωδών προτάσεων, είναι πάλι τò ἀποτέλεσμα μιᾶς πράξης αλήθειας με στοιχειώδεις προτάσεις.

Κάθε πρόταση είναι τò ἀποτέλεσμα πράξεων αλήθειας με στοιχειώδεις προτάσεις.

- 5.31 Τὰ σχήματα στὸν ἀρ. 4.31 ἔχουν σημασία ἀκόμα καὶ ὅταν «*p*», «*q*», «*r*» κλπ. δὲν εἶναι στοιχειώδεις προτάσεις. Καὶ εἶναι εὐκόλο νὰ δοῦμε πὼς τὸ προτασιακὸ σημεῖο στὸν ἀρ. 4.442, ἀκόμα καὶ ὅταν «*p*» καὶ «*q*» εἶναι συναρτήσεις αλήθειας στοιχειωδών προτάσεων, ἐκφράζει μιὰ συνάρτηση αλήθειας στοιχειωδών προτάσεων.
- 5.32 Ὅλες οἱ συναρτήσεις αλήθειας εἶναι ἀποτελέσματα τῆς διαδοχικῆς ἐφαρμογῆς ἑνὸς πεπερασμένου ἀριθμοῦ πράξεων αλήθειας πάνω στὶς στοιχειώδεις προτάσεις.
- 5.4 Ἐδῶ φαίνεται πὼς δὲν ὑπάρχουν «λογικὰ ἀντικείμενα», «ἡ λογικὴ σταθερά» (με τὴν ἔννοια τοῦ *Frege* καὶ τοῦ *Russell*).
- 5.41 Γιατὶ ὅλα τὰ ἀποτελέσματα τῶν πράξεων αλήθειας με συναρτήσεις αλήθειας, που εἶναι μιὰ καὶ ἡ αὐτὴ συνάρτηση αλήθειας στοιχειωδών προτάσεων, εἶναι ταυτόσημα.
- 5.42 Εἶναι φανερὸ πὼς ν , \supset , κλπ. δὲν εἶναι σχέσεις με τὴν ἔννοια τοῦ δεξιὰ καὶ ἀριστερά, κλπ.
Ἡ δυνατότητα νὰ ὀρίζονται σταυρωτὰ μεταξύ τους τὰ λογικὰ «πρωτοσημεῖα» τοῦ *Frege* καὶ τοῦ *Russell* δείχνει κιόλας πὼς αὐτὰ δὲν εἶναι πρωτοσημεῖα καὶ μάλιστα πὼς δὲν ὑποσημαίνουν διόλου σχέσεις.
Καὶ εἶναι φανερὸ πὼς τὸ « \supset », που τὸ ὀρίζουμε με « \sim » καὶ « ν », εἶναι ταυτόσημο με αὐτὸ που ὀρίζουμε τὸ « ν » με τὸ

- « \sim », καί πώς τὸ « ν » αὐτὸ εἶναι ταυτόσημο μὲ τὸ πρῶτο. Κ.ο.κ.
- 5.43 Τὸ πὼς ἀπὸ ἓνα γεγονὸς p μπορούσαν νὰ προκύπτουν ἄπειρα ἄλλα, δηλαδή $\sim \sim p$, $\sim \sim \sim \sim p$, κλπ., εἶναι βέβαια δύσκολα πιστευτὸ ἀρχικά. Καί δὲν εἶναι λιγότερο ἀξιοσημείωτο, πὼς ὁ ἄπειρος ἀριθμὸς τῶν προτάσεων τῆς λογικῆς (τῶν μαθηματικῶν) προέρχεται ἀπὸ μισὴ δωδεκάδα «βασικῶν νόμων».
- Ἔστω οἱ προτάσεις τῆς λογικῆς λένε ὅμως τὸ ἴδιο. Δηλαδή τίποτα.
- 5.44 Οἱ συναρτήσεις ἀλήθειας δὲν εἶναι ὑλικές συναρτήσεις. Ἐάν μπορεῖ κανεὶς π.χ. νὰ φτιάξει ἀπὸ μιὰ διπλὴ ἀποφατικότητα μιὰ κατάφαση, τότε ἡ ἀποφατικότητα – μὲ ὅποιαδήποτε ἔννοια – περιέχεται στὴν κατάφαση ; Τὸ « $\sim \sim p$ » ἀποφάσκει τὸ $\sim p$ ἢ καταφάσκει τὸ p · ἢ καὶ τὰ δύο ; Ἡ πρόταση « $\sim \sim p$ » δὲν πραγματεύεται τὴν ἀποφατικότητα σὰ νὰ ἦταν ἀντικείμενο· ἡ δυνατότητα τῆς ἀποφατικότητας ὅμως προδικάζεται βέβαια στὴν κατάφαση. Καί ἂν ὑπῆρχε ἓνα ἀντικείμενο, ποὺ νὰ ὀνομαζόταν « \sim », τότε τὸ « $\sim \sim p$ » θὰ ἔπρεπε νὰ λέει κάτι ἄλλο ἀπὸ τὸ « p ». Γιατί τότε ἡ μιὰ πρόταση θὰ ἀφοροῦσε ἀκριβῶς τὸ \sim , ἢ ἄλλη ὄχι.
- 5.441 Αὐτὴ ἡ ἐξαφάνιση τῶν φαινομενικῶν λογικῶν σταθερῶν συμβαίνει καὶ ὅταν « $\sim (\exists x) \cdot \sim fx$ » λέει τὸ ἴδιο μὲ τὸ « $(x) \cdot fx$ », ἢ « $(\exists x) \cdot fx \cdot x = a$ » λέει τὸ ἴδιο μὲ τὸ « fa ».
- 5.442 Ἐάν μᾶς εἶναι δοσμένη μιὰ πρόταση, τότε μὲ αὐτὴ εἶναι δοσμένα καὶ τὰ ἀποτελέσματα ὅλων τῶν πράξεων ἀλήθειας, ποὺ τὴν ἔχουν γιὰ βάση.
- 5.45 Ἐάν ὑπάρχουν λογικὰ πρωτοσημεῖα, τότε μιὰ ὀρθὴ λογικὴ πρέπει νὰ διασαφηνίζει τίς σχέσεις μεταξύ τους καὶ νὰ δικαιολογεῖ τὴν ὑπαρξή τους. Ἡ οἰκοδόμησις τῆς λογικῆς μὲ τὰ πρωτοσημεῖα της πρέπει νὰ γίνῃ καθαρὴ.

- 5.451 "Αν ή λογική έχει βασικές έννοιες, τότε αυτές πρέπει να είναι ανεξάρτητες ανάμεσά τους. "Αν εισαχθεί μιὰ βασική έννοια, πρέπει να εισαχθεί σε όλους γενικά τους συνδέσµους, στους οποίους έµφανίζεται. Δέν µπορεί κανείς λοιπόν να τήν εισάγει πρώτα για ένα σύνδεσµο και ύστερα να τήν εισάγει ακόµα μιὰ φορά για έναν άλλο. Π.χ. : "Αν εισάγουµε τήν άποφατικότητα, πρέπει να τήν κατανοούµε τόσο σε προτάσεις τής µορφής « $\sim p$ » όσο και σε προτάσεις όπως « $\sim (p \vee q)$ », « $(\exists x) \cdot \sim f(x)$ », κ.ά. Δέν πρέπει να τήν εισάγουµε πρώτα για τή μιὰ κλάση περιπτώσεων και µετά για τήν άλλη, γιατί θα έµενε άµφίβολο αν ή σηµασία της ήταν και στις δυο περιπτώσεις ή ίδια, και δέν θα υπήρχε κανένας λόγος να χρησιµοποιήσουµε και στις δυο περιπτώσεις τὸ ίδιο είδος σύνδεσµου σηµείων. (Με λίγα λόγια, για τήν εισαγωγή τῶν πρωτοσηµείων ισχύει, *mutatis mutandis*, αὐτὸ ποὺ εἶπε ὁ Frege (« *Grundgesetze der Arithmetik* ») για τήν εισαγωγή τῶν σηµείων µε τή βοήθεια ὀρισµῶν.)
- 5.452 'Η εισαγωγή ενός ἐπιβοηθήµατος στο σύµβολισµὸ τής λογικῆς εἶναι πάντα ένα βαρυσήµαντο γεγονός. Στὴ λογική δέν ἐπιτρέπεται να εισάγεται – τάχατες ὀλότελα ἄθῶα – κανένα ἐπιβοήθηµα σε παρενθέσεις ἢ στο ὑποσέλιδο. (Στὸ « *Principia Mathematica* » τῶν Russell και Whitehead ὀρισµοὶ και ἀξιῶµατα ἐκφράζονται µε λόγια. Γιατί ξαφνικά ἐδῶ λόγια ; Αὐτὸ θα χρειαζόταν μιὰ δικαιολογία. 'Αλλά δέν ὑπάρχει και δέν µπορεῖ να ὑπάρχει, ἀφοῦ ή διαδικασία αὐτὴ εἶναι πραγµατικά ἀνεπίτρεπτη.) "Αν ὅµως ή εισαγωγή ενός ἐπιβοηθήµατος έχει ἀποδειχτεῖ ἀναγκαία σε κάποιο μέρος, τότε πρέπει να ἀναρωτηθοῦµε ἀµέσως: Ποῦ πρέπει τὸ ἐπιβοήθηµα αὐτό, ἀπὸ δῶ και πέρα, να ἐφαρµόζεται πάντα ; 'Η θέση του στὴ λογική πρέπει λοιπόν να ἐξηγηθεῖ.

- 5.453 "Όλοι οί άριθμοί τής λογικῆς πρέπει νά μπορούν νά δικαιολογοῦνται.
 "Η μᾶλλον : πρέπει νά γίνει φανερό πώς στή λογική δέν υπάρχουν άριθμοί.
 Δέν υπάρχουν προνομιοῦχοι άριθμοί.
- 5.454 Στή λογική δέν υπάρχει παράθεση καί δέν μπορεί νά υπάρχει ταξινόμηση.
 Στή λογική δέν μπορεί νά υπάρχει γενικότερο καί ειδικότερο.
- 5.4541 Οί λύσεις λογικῶν προβλημάτων πρέπει νά εἶναι άπλές, άφοῦ αὐτές θέτουν τόν κανόνα τής άπλότητος.
 Οί άνθρωποι προαισθάνονταν πάντα, πώς πρέπει νά υπάρχει μιᾶ περιοχή άπό ρωτήματα πού οί άπαντήσεις τους – *a priori* – βρίσκονται ένωμένες συμμετρικά καί σέ ένα κανονικό, κλειστό σχῆμα.
 Μιᾶ περιοχή ὅπου ισχύει ἡ πρόταση : *simplex sigillum veri*.
- 5.46 "Αν εἰσήγαγε κανεῖς σωστά τά λογικά σημεῖα, μέ τόν τρόπο αὐτό θά εἶχε κιόλας εἰσάγει τὸ νόημα ὅλων τῶν συνδυασμῶν τους· δηλαδή ὄχι μόνο « $p \vee q$ » ἀλλά καί « $\sim (p \vee \sim q)$ », κλπ. κλπ. Μέ τόν τρόπο αὐτό θά εἶχε κανεῖς κιόλας εἰσάγει τὸ πῶς χρησιμοποιοῦνται ὅλοι οί δυνατοί συνδυασμοί τῶν παρενθέσεων. Καί ἔτσι θά εἶχε γίνει σαφές, πῶς τά πραγματικά γενικά πρωτοσημεῖα δέν εἶναι τά « $p \vee q$ », « $(\exists x) \cdot f(x)$ », κλπ., ἀλλά ἡ γενικότατη μορφή τῶν συνδυασμῶν τους.
- 5.461 Μεγάλη σημασία ἔχει τὸ φαινομενικά άσήμαντο γεγονός, πῶς οί λογικές ψευτοσχέσεις, ὅπως \vee καί \supset , χρειάζονται παρενθέσεις – αντίθετα μέ τίς πραγματικές σχέσεις.
 "Η χρησιμοποίηση τῶν παρενθέσεων, μέ ἐκεῖνα τά πλασματικά πρωτοσημεῖα, ὑποδηλώνει κιόλας πῶς αὐτά δέν εἶναι τά πραγματικά πρωτοσημεῖα. Καί βέβαια δέν θά

υπάρχει κανένας που να πιστεύει πώς οι παρενθέσεις έχουν ανεξάρτητη σημασία δική τους.

- 5.4611 Τα σημεία τῶν λογικῶν πράξεων είναι σημεία στίξης.
- 5.47 Είναι φανερό πώς ὅ,τι μπορούμε να ποῦμε γενικά *ἀπὸ πρὶν* για τὴ μορφή ὄλων τῶν προτάσεων, πρέπει να μπορούμε να τὸ λέμε *μιὰ καὶ καλή*.
 Ἡ στοιχειώδης πρόταση περιέχει κιόλας ὅλες τὶς λογικὲς πράξεις. Γιατὶ «*fa*» λέει τὸ ἴδιο ὅπως « $(\exists x) \cdot f x \cdot x = a$ ». Ὅπου ὑπάρχει συνθετικότητα, ἐκεῖ ὑπάρχει ὄρισμα καὶ συνάρτηση, καὶ ὅπου αὐτὰ ὑπάρχουν, ὑπάρχουν κιόλας ὅλες οἱ λογικὲς σταθερές.
 Θὰ μπορούσε κανεὶς να πεῖ : Ἡ μιὰ λογικὴ σταθερὰ εἶναι αὐτὸ που ὅλες οἱ προτάσεις, σύμφωνα με τὴ φύση τους, ἔχουν κοινὸ μεταξύ τους.
 Αὐτὸ ὅμως εἶναι ἡ γενικὴ προτασιακὴ μορφή.
- 5.471 Ἡ γενικὴ προτασιακὴ μορφή εἶναι ἡ οὐσία τῆς πρότασης.
- 5.4711 Τὸ να δίνουμε τὴν οὐσία τῆς πρότασης σημαίνει πὼς δίνουμε τὴν οὐσία ὄλων τῶν περιγραφῶν, δηλαδή τὴν οὐσία τοῦ κόσμου.
- 5.472 Ἡ περιγραφή τῆς γενικότατης προτασιακῆς μορφῆς, εἶναι ἡ περιγραφή τοῦ ἑνὸς καὶ μοναδικοῦ γενικοῦ πρωτοσημείου τῆς λογικῆς.
- 5.473 Ἡ λογικὴ πρέπει να φροντίζει ἡ ἴδια για τὸν ἑαυτὸ της. Ἐνα σημεῖο *δυνατὸ* πρέπει ἐπίσης να μπορεῖ να ὑποσημαίνει. Ὅλα ὅσα εἶναι δυνατὰ στὴ λογικὴ, εἶναι καὶ ἐπιτρεπτά. (Ὁ λόγος που ἡ πρόταση «Ὁ Σωκράτης εἶναι ταυτόσημος» δὲ λέει τίποτα, εἶναι πὼς δὲν ὑπάρχει καμιὰ ιδιότητα που να ὀνομάζεται «ταυτόσημος». Ἡ πρόταση εἶναι χωρὶς νόημα, γιατί δὲν πετύχαμε τὸν αὐθαίρετο καθορισμό, καὶ ὄχι γιατί τὸ σύμβολο καθαυτὸ εἶναι ἀνεπίτρεπτο.) Κατὰ κάποια ἔννοια στὴ λογικὴ δὲν μπορούμε να πλανιόμαστε.

- 5.4731 Τὸ πὼς ἢ ἴδια ἢ γλῶσσα ἐμποδίζει ὁποιοδήποτε λογικὸ σφάλμα, κάνει ἀχρείαστο στὴ λογικὴ τὸ φανερό, γιὰ τὸ ὁποῖο τόσο πολὺ μίλησε ὁ *Russell*. Τὸ πὼς ἢ λογικὴ εἶναι *a priori*, συνίσταται στὸ πὼς δὲν *μπορεῖ* κανεὶς νὰ σκεφτεῖ μὴ λογικά.
- 5.4732 Δὲν μποροῦμε νὰ δώσουμε σφαλερὸ νόημα σὲ ἓνα σημεῖο.
- 5.47321 Ἡ ἀρχὴ τοῦ *Occam* δὲν εἶναι φυσικὰ ἓνας αὐθαίρετος κανόνας ποὺ νὰ δικαιολογεῖται ἀπὸ τὴν πρακτικὴ του ἐφαρμογή. Λέει πὼς οἱ *περιττὲς* μονάδες σημείων δὲν σημαίνουν τίποτα. Σημεῖα, ποὺ ἐκπληρώνουν ἓνα σκοπὸ, εἶναι λογικὰ ἰσοδύναμα· σημεῖα, ποὺ δὲν ἐκπληρώνουν *κανένα* σκοπὸ, εἶναι λογικὰ χωρὶς σημασία.
- 5.4733 Ὁ *Frege* λέει : Κάθε ὀρθὰ σχηματισμένη πρόταση πρέπει νὰ ἔχει ἓνα νόημα· καὶ ἐγὼ λέω : Κάθε δυνατὴ πρόταση εἶναι ὀρθὰ σχηματισμένη καί, ἂν δὲν ἔχει νόημα, αὐτὸ *μπορεῖ* νὰ ἔγκειται μόνο στὸ πὼς ἀφήσαμε χωρὶς *σημασία* μερικὰ ἀπὸ τὰ συστατικὰ στοιχεῖα της.
(Ἀκόμα καὶ ἂν πιστεύουμε πὼς τὸ ἔχουμε κάνει.)
Ἔτσι ἢ πρόταση «Ὁ Σωκράτης εἶναι ταυτόσημος» δὲ λέει τίποτα, ἐπειδὴ ἀφήσαμε τὴ λέξη «ταυτόσημος» ὡς *ἐπίθετο* χωρὶς νὰ τῆς δώσουμε *καμιά* σημασία. Γιατί, ὅταν αὐτὸ ἐμφανίζεται ὡς σημεῖο ἰσότητος, συμβολίζει μὲ ἐντελῶς διαφορετικὸ τρόπο – ἢ ὑποσημαίνουσα σχέση εἶναι μιὰ ἄλλη – καὶ ἄρα τὸ σύμβολο εἶναι καὶ στὶς δυὸ περιπτώσεις ὁλότελα διαφορετικὸ· τὰ δυὸ σύμβολα ἔχουν συμπτωματικὰ κοινὸ μεταξύ τους μόνο τὸ σημεῖο.
- 5.474 Ὁ ἀριθμὸς τῶν ἀναγκαίων βασικῶν πράξεων ἐξαρτᾶται *μόνο* ἀπὸ τὸν συμβολισμό μας.
- 5.475 Αὐτὸ ποὺ χρειάζεται εἶναι νὰ φτιάξουμε ἓνα σύστημα σημείων – μὲ μιὰ ὀρισμένη μαθηματικὴ πολλαπλότητα.
- 5.476 Εἶναι φανερό πὼς ἐδῶ δὲν πρόκειται γιὰ ἓναν *ἀριθμὸ* ἀπὸ

βασικὲς ἔννοιες, ποὺ πρέπει νὰ ὑποσημανθοῦν, ἀλλὰ γιὰ τὴν ἔκφραση ἑνὸς κανόνα.

5.5 Κάθε συνάρτηση ἀλήθειας εἶναι ἀποτέλεσμα τῆς διαδοχικῆς ἐφαρμογῆς τῆς πράξης $(\text{---} \text{---} \text{---} \text{---} A) (\xi, \dots)$ σὲ στοιχειώδεις προτάσεις.

Ἡ πράξη αὐτὴ ἀποφάσκει ὅλες τὶς προτάσεις στὴ δεξιὰ παρένθεση καὶ τὴν ὀνομάζω ἄρνηση τῶν προτάσεων αὐτῶν.

5.501 Μιὰ παρενθετικὴ ἔκφραση, ποὺ οἱ ὅροι τῆς εἶναι προτάσεις, τὴ σημειῶνω – ἂν ἡ σειρά τῶν ὁρῶν στὴν παρένθεση εἶναι ἀδιάφορη – μὲ ἓνα σημεῖο τῆς μορφῆς « (ξ) ». Τὸ « ξ » εἶναι μιὰ μεταβλητὴ, ποὺ τιμές τῆς εἶναι οἱ ὅροι τῆς παρενθετικῆς ἔκφρασης· καὶ ἡ γραμμὴ πάνω ἀπὸ τὴ μεταβλητὴ ὑποδηλώνει πῶς αὐτὴ ὑποκαθιστᾷ ὅλες τὶς τιμές τῆς στὴν παρένθεση.

(Ἐὰν τὸ ξ ἔχει π.χ. τὶς 3 τιμές P, Q, R τότε εἶναι $(\xi) = (P, Q, R)$.)

Οἱ τιμές τῶν μεταβλητῶν καθορίζονται. Ὁ καθορισμὸς εἶναι ἡ περιγραφή τῶν προτάσεων ποὺ ὑποκαθιστᾷ ἡ μεταβλητὴ.

Εἶναι ἐπουσιῶδες τὸ πῶς γίνεται ἡ περιγραφή τῶν ὁρῶν τῆς παρενθετικῆς ἔκφρασης.

Μποροῦμε νὰ διακρίνουμε τρία εἶδη περιγραφῆς : 1. τὴν ἄμεση ἀπαρίθμηση. Στὴν περίπτωσιν αὐτὴ μποροῦμε νὰ πάρουμε, ἀντὶ γιὰ τὶς μεταβλητές, μόνο τὶς σταθερὲς τιμές τους. 2. Νὰ δώσουμε μιὰ συνάρτηση f, x , ποὺ οἱ τιμές τῆς εἶναι γιὰ ὅλες τὶς τιμές τοῦ x οἱ προτάσεις ποὺ πρέπει νὰ περιγραφοῦν. 3. Νὰ δώσουμε ἓνα τυπικὸ νόμο σύμφωνα μὲ τὸν ὁποῖο οἱ προτάσεις αὐτὲς εἶναι σχηματισμένες. Στὴν περίπτωσιν αὐτὴ οἱ ὅροι τῆς παρενθετικῆς ἔκφρασης εἶναι ὅλοι τοὺς ὅροι μιᾶς σειρᾶς μορφῶν.

5.502 Ἔτσι ἀντὶ « $(\text{---} \text{---} \text{---} \text{---} A) (\xi, \dots)$ » γράφω « $N(\bar{\xi})$ ».

$N(\bar{\xi})$ εἶναι ἡ ἄρνηση ὅλων τῶν τιμῶν τῆς προτασιακῆς μεταβλητῆς ξ .

- 5.503 Ἐπειὶ εἶναι εὐκόλο μὲ τὴν πράξιν αὐτὴν νὰ ἐκφράζουμε τὸ πῶς μποροῦν καὶ πῶς δὲν μποροῦν νὰ σχηματίζονται προτάσεις, τότε αὐτὸ εἶναι εὐκόλο νὰ τὸ ἐκφράζουμε καὶ μὲ ἀκρίβεια.
- 5.51 Ἐάν ξ ἔχει μόνο μιὰ τιμὴν, τότε εἶναι $N(\bar{\xi}) = \sim p$ (ὄχι p), ἂν ἔχει δύο τιμὰς, τότε εἶναι $N(\bar{\xi}) = \sim p \cdot \sim q$ (οὔτε p , οὔτε q).
- 5.511 Πῶς μπορεῖ ἡ λογικὴ, ποὺ περιλαμβάνει τὰ πάντα καὶ καθρεφτίζει τὸν κόσμον, νὰ χρησιμοποιεῖ τέτοιους ἰδιαιτέρους γρίφους καὶ τέτοια τεχνάσματα ; Μπορεῖ μόνο, ἐπειδὴ ὅλα αὐτὰ συμπλέκονται μεταξύ τους σὲ ἓνα ἄπειρα λεπτὸ δίκτυον, στὸν μεγάλο καθρέφτη.
- 5.512 « $\sim p$ » εἶναι ἀληθές, ἂν « p » εἶναι ψευδές. Κατὰ συνέπειαν, στὴν ἀληθῆ πρότασιν « $\sim p$ », τὸ « p » εἶναι μιὰ ψευδὴ πρότασις. Πῶς μπορεῖ τώρα ἡ γραμμὴ « \sim » νὰ τὴν κάνει νὰ συμφωνεῖ μὲ τὴν πραγματικότητά ;
Αὐτὸ ὅμως ποὺ στὸ « $\sim p$ » ἀποφάσκει, δὲν εἶναι τὸ « \sim », ἀλλὰ ἐκεῖνο ποὺ εἶναι κοινὸ σὲ ὅλα τὰ σημεῖα τοῦ συμβολισμοῦ αὐτοῦ ποὺ ἀποφάσκουν τὸ p .
Δηλαδή ὁ κοινὸς κανὼνας σύμφωνα μὲ τὸν ὁποῖον σχηματίζονται « $\sim p$ », « $\sim \sim \sim p$ », « $p \vee \sim p$ », « $\sim p \cdot \sim p$ », κλπ. κλπ. (στὸ ἄπειρον).
Καὶ αὐτὸ τὸ κοινὸ καθρεφτίζει τὴν ἀποφατικότητά.
- 5.513 Ἐὰν μπορούσαμε νὰ ποῦμε : Τὸ κοινὸ ὅλων τῶν συμβόλων ποὺ καταφάσκουν τόσο τὸ p ὅσο καὶ τὸ q εἶναι ἡ πρότασις « $p \cdot q$ ». Τὸ κοινὸ ὅλων τῶν συμβόλων ποὺ καταφάσκουν εἴτε τὸ p εἴτε τὸ q εἶναι ἡ πρότασις « $p \vee q$ ».
Καὶ ἔτσι μπορούμε νὰ ποῦμε : Δύο προτάσεις εἶναι ἀντίθετες μεταξύ τους, ἂν δὲν ἔχουν τίποτα κοινὸ μεταξύ τους, καὶ : Κάθε πρότασις ἔχει μόνο μιὰ ἄρνησιν, γιατί ὑπάρχει μόνο μιὰ πρότασις ποὺ βρίσκεται ὁλότελα ἔξω ἀπὸ αὐτή. Αὐτὸ φαίνεται καὶ στὸν συμβολισμό τοῦ *Russell*, πῶς

« $q : p \vee \sim p$ » λέει τὸ ἴδιο ὅπως « q », καὶ πῶς « $p \vee \sim p$ » δὲ λέει τίποτα.

5.514 Ὄταν ἓνας συμβολισμὸς ἔχει καθοριστεῖ, τότε ὑπάρχει σὲ αὐτὸν ἓνας κανόνας σύμφωνα μὲ τὸν ὁποῖο σχηματίζονται ὅλες οἱ προτάσεις ποὺ ἀποφάσκουν τὸ p , ἓνας κανόνας σύμφωνα μὲ τὸν ὁποῖο σχηματίζονται ὅλες οἱ προτάσεις ποὺ καταφάσκουν τὸ p , ἓνας κανόνας σύμφωνα μὲ τὸν ὁποῖο σχηματίζονται ὅλες οἱ προτάσεις ποὺ καταφάσκουν τὸ p ἢ τὸ q , κ.ο.κ. Αὐτοὶ οἱ κανόνες εἶναι ἰσοδύναμοι μὲ τὰ σύμβολα καὶ μέσα τους καθρεφτίζεται τὸ νόημά τους.

5.515 Ἐκ τὰ σύμβολά μας πρέπει νὰ φαίνεται πῶς αὐτὰ ποὺ συνδέονται μεταξύ τους μὲ « \vee », « \sim », κλπ., πρέπει νὰ εἶναι προτάσεις.

Καὶ πραγματικὰ ἔτσι εἶναι, γιὰ τὸ ἴδιο τὸ σύμβολο « p » καὶ « q » προϋποθέτει τὸ « \vee », τὸ « \sim » κλπ. Ἐάν στὸ « $p \vee q$ » τὸ σημεῖο « p » δὲν ἀντιστοιχεῖ σὲ ἓνα σύνθετο σημεῖο, τότε δὲν μπορεῖ μόνο του νὰ ἔχει νόημα· ὅμως τότε καὶ τὰ σημεῖα « $p \vee p$ », « $p \cdot p$ » κλπ., ποὺ ἔχουν τὸ ἴδιο νόημα μὲ τὸ p , καὶ αὐτὰ δὲν μποροῦν νὰ ἔχουν νόημα. Ἐάν ὅμως τὸ « $p \vee p$ » δὲν ἔχει νόημα, τότε καὶ τὸ « $p \vee q$ » δὲν μπορεῖ νὰ ἔχει νόημα.

5.5151 Πρέπει τὸ σημεῖο τῆς ἀρνητικῆς πρότασης νὰ σχηματίζεται μὲ τὸ σημεῖο τῆς θετικῆς πρότασης ; Ποιὸς εἶναι ὁ λόγος ποὺ δὲν μπορεῖ κανεὶς νὰ ἐκφράζει τὴν ἀρνητικὴν πρόταση μὲ ἓνα ἀρνητικὸ γεγονός. (Π.χ. : Ἐάν « a » δὲν βρίσκεται σὲ μιὰ ὀρισμένη σχέση πρὸς τὸ « β », αὐτὸ θὰ μπορούσε νὰ ἐκφράζει πῶς δὲ συμβαίνει $a R \beta$.)

Καὶ ἐδῶ ὅμως ἡ ἀρνητικὴ πρόταση εἶναι ἔμμεσα σχηματισμένη ἀπὸ τὴ θετικὴ.

Ἡ θετικὴ πρόταση πρέπει νὰ προϋποθέτει τὴν ὑπαρξὴ τῆς ἀρνητικῆς πρότασης καὶ ἀντίστροφα.

- 5.52 "Αν οί τιμές του ξ είναι όλες οί τιμές μιᾶς συνάρτησης f_x για όλες τίς τιμές του x , τότε ἔχουμε $N(\bar{\xi}) = \sim (\exists x) \cdot f_x$.
- 5.521 Τὴν ἔννοια *ὄλα* τὴ διαχωρίζω ἀπὸ τὴ συνάρτηση ἀλήθειας. Ὁ *Frege* καὶ ὁ *Russell* εἰσήγαγαν τὴ γενικότητα σὲ συνδυασμὸ μὲ τὸ λογικὸ γινόμενο ἢ τὸ λογικὸ ἄθροισμα. Ἔτσι ἔγινε δύσκολο νὰ καταλαβαίνουμε τίς προτάσεις « $(\exists x) \cdot f_x$ » καὶ « $(x) \cdot f_x$ », στὶς ὁποῖες περιέχονται καὶ οἱ δυὸ ἰδέες.
- 5.522 Τὸ χαρακτηριστικὸ τοῦ σημείου τῆς γενικότητας εἶναι, πρῶτο, πῶς ὑποδείχνει μιὰ λογικὴ πρωτοεικόνα, καὶ δεύτερο, πῶς δίνει προτεραιότητα σὲ σταθερές.
- 5.523 Τὸ σημεῖο τῆς γενικότητας παρουσιάζεται ὡς ὄρισμα.
- 5.524 "Αν τὰ ἀντικείμενα εἶναι δοσμένα, τότε εἶναι δοσμένα ταυτόχρονα καὶ *ὄλα* τὰ ἀντικείμενα.
"Αν οἱ στοιχειώδεις προτάσεις εἶναι δοσμένες, τότε εἶναι δοσμένες ταυτόχρονα καὶ *ὄλες* οἱ στοιχειώδεις προτάσεις.
- 5.525 Εἶναι λάθος νὰ ἀποδίνουμε τὴν πρόταση « $(\exists x) \cdot f_x$ » μὲ τὰ λόγια « f_x εἶναι δυνατό» – ὅπως κάνει ὁ *Russell*.
Ἡ βεβαιότητα, ἡ δυνατότητα, ἢ ἡ ἀδυνατότητα μιᾶς κατάστασης δὲν ἐκφράζεται μὲ μιὰ πρόταση, ἀλλὰ μὲ τὸ πῶς μιὰ ἔκφραση εἶναι μιὰ ταυτολογία, μιὰ πρόταση μὲ νόημα, ἢ μιὰ ἀντίφαση.
Κάθε προηγούμενο, στὸ ὁποῖο τείνουμε νὰ ἀναφερόμαστε πάντα, πρέπει νὰ ὑπάρχει κιόλας στὸ ἴδιο τὸ σύμβολο.
- 5.526 Μποροῦμε νὰ περιγράψουμε ὁλότελα τὸν κόσμον μὲ ὁλότελα γενικευμένες προτάσεις, δηλαδὴ χωρὶς νὰ προσαρτοῦμε ἀπὸ τὰ πρὶν ὁποιοδήποτε ὄνομα σὲ ἓνα ὀρισμένο ἀντικείμενο. Γιὰ νὰ φτάσει κανεὶς τότε στὸν συνηθισμένον τρόπο ἔκφρασης, πρέπει ἀπλῶς ὕστερα ἀπὸ μιὰ ἔκφραση, ὅπως : «Ἐπάρχει ἓνα καὶ μόνο ἓνα x , τὸ ὁποῖο...», νὰ πεῖ : «καὶ αὐτὸ τὸ x εἶναι a ».
- 5.5261 Ὅπως κάθε ἄλλη πρόταση, μιὰ ὁλότελα γενικευμένη πρό-

ταση είναι σύνθετη. (Αυτό φαίνεται από το πώς στο « $(\exists x, \varphi) \cdot \varphi x$ » πρέπει να αναφέρουμε το « φ » και το « x » χωριστά. Και τα δύο βρίσκονται ανεξάρτητα σε υποσημαίνουσες σχέσεις προς τον κόσμο, όπως στη μη γενικευμένη πρόταση).

Γνώρισμα του σύνθετου σύμβολου : Έχει κάτι κοινό με άλλα σύμβολα.

- 5.5262 'Η αλήθεια ή το ψεύδος κάθε πρότασης κάτι αλλάζει στη γενική κατασκευή του κόσμου. Και το ελεύθερο πλαίσιο, που το σύνολο των στοιχειωδών προτάσεων αφήνει στην κατασκευή του κόσμου, είναι αυτό ακριβώς που τα όριά του καθορίζονται από τις ολότελα γενικές προτάσεις. (Αν μια στοιχειώδης πρόταση είναι αληθής, αυτό σημαίνει όπωσδήποτε πώς ακόμα μια στοιχειώδης πρόταση είναι αληθής.)
- 5.53 Την Ισότητα του αντικείμενου την εκφράζω με την Ισότητα του σημείου, και όχι με τη βοήθεια ενός σημείου Ισότητας. Τη διαφορά των αντικείμενων με τη διαφορά των σημείων.
- 5.5301 Είναι φανερό πώς η ταυτότητα δεν είναι μια σχέση ανάμεσα σε αντικείμενα. Αυτό φαίνεται καθαρά αν κοιτάξουμε π.χ. την πρόταση « $(x) : fx \supset x = a$ ». Αυτό που λέει αυτή η πρόταση είναι απλώς πώς μόνο το a πληρεί τη συνάρτηση f , και όχι πώς μόνο τέτοιας λογής πράγματα πληροῦν τη συνάρτηση f , που έχουν μια ορισμένη σχέση με το a .
Θα μπορούσαμε φυσικά να πούμε πώς ακριβώς μόνο το a έχει αυτή τη σχέση με το a , αλλά για να το εκφράσουμε αυτό χρειαζόμαστε το σημείο της Ισότητας.
- 5.5302 'Ο όρισμός του Russell για το « $=$ » δεν αρκεί γιατί σύμφωνα με αυτόν δεν μπορεί να πει κανείς πώς δύο αντικείμενα έχουν κοινές όλες τις ιδιότητες. (Ακόμα και αν αυτή η πρόταση δεν είναι ποτέ σωστή, έχει παρόλα αυτά νόημα.)

- 5.5303 Μπορούμε νά προσθέσουμε : Τὸ νά ποῦμε γιὰ *δύο* πράγματα πὼς εἶναι ταυτόσημα, εἶναι ἀνόητο, καὶ μὲ τὸ νά ποῦμε γιὰ *ένα* πὼς εἶναι ταυτόσημο μὲ τὸν ἑαυτό του, δὲ λέμε ἀπολύτως τίποτα.
- 5.531 Ἔτσι δὲν γράφω « $f(a, \beta) \cdot a = \beta$ », ἀλλὰ « $f(a, a)$ » (ἢ « $f(\beta, \beta)$ »). Καὶ ὄχι « $f(a, \beta) \cdot \sim a = \beta$ », ἀλλὰ « $f(a, \beta)$ ».
- 5.532 Καὶ ἀνάλογα : Ὁχι « $(\exists x, y) \cdot f(x, y) \cdot x = y$ », ἀλλὰ « $(\exists x) \cdot f(x, x)$ »· καὶ ὄχι « $(\exists x, y) \cdot f(x, y) \cdot \sim x = y$ », ἀλλὰ « $(\exists x, y) \cdot f(x, y)$ ».
(Ἔτσι ἀντὶ γιὰ τὸ « $(\exists x, y) \cdot f(x, y)$ » τοῦ *Russell* γράφω : $f(x, y) \cdot \nu \cdot (\exists x) \cdot f(x, x)$.)
- 5.5321 Ἔτσι ἀντὶ « $(x) : fx \supset x = a$ » γράφουμε π.χ. « $(\exists x) \cdot fx \supset \cdot fa : \sim (\exists x, y) \cdot fx \cdot fy$ ».
Καὶ ἡ πρόταση «Μόνο ἓνα x πληρεῖ τὸ $f()$ » γίνεται : « $(\exists x) \cdot fx : \sim (\exists x, y) \cdot fx \cdot fy$ ».
- 5.533 Ἔτσι τὸ σημεῖο τῆς ἰσότητος δὲν εἶναι οὐσιαστικὸ συστατικὸ στοιχεῖο τοῦ συμβολισμοῦ ἐννοιῶν.
- 5.534 Καὶ τώρα βλέπουμε πὼς μὲ ἓνα σωστὸ συμβολισμό ἐννοιῶν, ψευτοπροτάσεις, ὅπως : « $a = a$ », « $a = \beta \cdot \beta = \gamma \supset a = \gamma$ », « $(x) \cdot x = x$ », « $(\exists x) \cdot x = a$ », κλπ. δὲν μποροῦν νά γραφτοῦν καθόλου.
- 5.535 Μὲ αὐτὸ λήγουν καὶ ὅλα τὰ προβλήματα ποὺ συνδέονται μὲ τέτοιες ψευτοπροτάσεις. Στὸ σημεῖο αὐτὸ μποροῦν νά λυθοῦν ὅλα τὰ προβλήματα ὅσα ἀκολουθοῦν τὸ «*axiom of infinity*» τοῦ *Russell*.
Αὐτὸ ποὺ θέλει νά πεῖ τὸ *axiom of infinity*, θὰ μπορούσαμε νά τὸ ἐκφράσουμε γλωσσικὰ λέγοντας πὼς ἔχουμε μιὰ ἀπειρία ἀπὸ ὀνόματα μὲ διαφορετικὲς σημασίες.
- 5.5351 Ὑπάρχουν ὀρισμένες περιπτώσεις ποὺ βρίσκεται κανεὶς στὸν πειρασμὸ νά χρησιμοποιήσῃ ἐκφράσεις τῆς μορφῆς « $a=a$ » ἢ « $p \supset p$ » καὶ τὰ παρόμοια. Καὶ μάλιστα αὐτὸ συμβαίνει, ὅταν θέλει νά μιλήσῃ κανεὶς γιὰ τὴν πρωτοεικόνα : πρό-

ταση, πράγμα κλπ. Έτσι ο Russell στο «*Principles of Mathematics*» επέξεσε την ά-ιέτητη έκφραση « p είναι μια πρόταση» με τὰ σύμβολα « $p \supset p$ » και την τοποθέτησε, ως υπόθεση, μπροστά από έρισμένες προτάσεις, ώστε, στίς θέσεις όρισμάτων τους, να μπορούν να μπαίνουν μόνο προτάσεις.

(Και είναι για αυτό ά-νόητο να τοποθετήσουμε την υπόθεση $p \supset p$ μπροστά από μια πρόταση για να τής έξασφαλίσουμε όρισματα με σωστή μορφή, έπειδή με μια μη πρόταση, ως όρισμα, ή υπόθεση δεν είναι λαθεμένη αλλά ά-νόητη, και έπειδή ή ίδια ή πρόταση, με τό λαθεμένο είδος όρισμάτων, γίνεται ά-νόητη, δηλαδή προφυλάγεται από τὰ λαθεμένα όρισματα τό ίδιο καλά ή άσχημα, όπως ή ά-νόητη υπόθεση που προεπισυνάψαμε για τόν σκοπό αυτό.)

5.5352 Με τόν ίδιο τρόπο θέλησαν να έκφράσουν τό «Δέν υπάρχουν πράγματα» γράφοντας « $\sim (\exists x) \cdot x = x$ ». Άλλά ακόμα και αν αυτό ήταν μια πρόταση — δε θα ήταν και τότε άληθής, αν «υπήρχαν πράγματα», αλλά αυτά όχι ταυτόσημα με τόν έαυτό τους ;

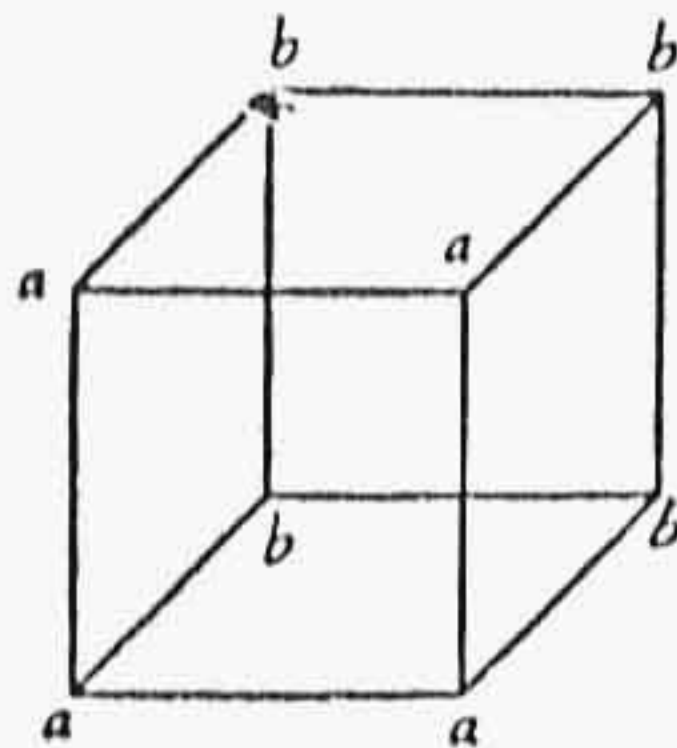
5.54 Στη γενική προτασιακή μορφή μια πρόταση παρουσιάζεται στην πρόταση μόνο ως βάση των πράξεων άλήθειας.

5.541 Με την πρώτη ματιά φαίνεται σά να μπορούσε μια πρόταση να παρουσιάζεται και με διαφορετικό τρόπο σε μια άλλη πρόταση.

Ίδιαίτερα σε όρισμένες προτασιακές μορφές τής ψυχολογίας, όπως «Α πιστεύει πως p συμβαίνει», ή «Α σκέφτεται p », κλπ.

Έδω, αν κοιτάξουμε έπιπόλαια, φαίνεται σαν ή πρόταση να βρίσκεται σε ένα είδος σχέσης προς ένα αντικείμενο a . (Και στη σύγχρονη θεωρία τής γνώσης (Russell, Moore, κλπ.) αυτές τίς προτάσεις τίς αντιλαμβάνονται με τόν ίδιο τρόπο).

- 5.542 Είναι όμως φανερό πώς «Α πιστεύει πώς p », «Α σκέφτεται p », «Α λέει p » είναι τῆς μορφῆς « p λέει p ». Καί ἐδῶ δὲν πρόκειται γιὰ ἓνα συνταίριασμα ἑνὸς γεγονότος μὲ ἓνα ἀντικείμενο, ἀλλὰ γιὰ τὸ συνταίριασμα γεγονότων διαμέσου τοῦ συνταιριάσματος τῶν ἀντικειμένων τους.
- 5.5421 Αὐτὸ δείχνει ἀκόμα πὼς ἡ ψυχὴ – τὸ ὑποκείμενο, κλπ. – ὅπως τὴν ἀντιλαμβάνεται ἡ σημερινὴ ἐπιπόλαιη ψυχολογία, εἶναι ἀνύπαρχτο κατασκεῦασμα.
Πραγματικὰ μιὰ σύνθετη ψυχὴ θὰ ἔπαυε νὰ εἶναι ψυχὴ.
- 5.5422 Ἡ σωστὴ ἐξήγηση τῆς μορφῆς τῆς πρότασης «Α κρίνει πὼς p » πρέπει νὰ δείχνει πὼς εἶναι ἀδύνατο νὰ εἶναι ἡ κρίση α - νόητη. (Ἡ θεωρία τοῦ *Russell* δὲν πληρεῖ αὐτὸ τὸν ὄρο.)
- 5.5423 Νὰ ἀντιλαμβανόμεσθε ἓνα πλέγμα, σημαίνει νὰ ἀντιλαμβανόμεσθε ὅτι τὰ συστατικὰ στοιχεῖα του σχετίζονται μεταξύ τους μὲ τοῦτο καὶ μὲ τοῦτο τὸν τρόπο.
Μὲ αὐτὸ ἐξηγεῖται ἀκόμα πὼς μπορεῖ κανεὶς τὸ σχῆμα



νὰ τὸ δεῖ ὡς κύβο μὲ δυὸ διαφορετικούς τρόπους· καθὼς καὶ ὅλα τὰ παρόμοια φαινόμενα. Γιατὶ πραγματικὰ βλέπουμε δυὸ διαφορετικὰ γεγονότα.

(Ἄν κοιτάξω πρῶτα τὶς γωνίες a , καὶ μόνο φευγαλέα τὶς γωνίες b , οἱ a φαίνονται μπροστά· καὶ ἀντίστροφα.)

- 5.55 Τώρα πρέπει νὰ ἀπαντήσουμε *a priori* στὸ ζήτημα γιὰ ὅλες τὶς δυνατὲς μορφὲς τῶν στοιχειωδῶν προτάσεων.

- ‘Η στοιχειώδης πρόταση αποτελείται από όνομα. ‘Επειδή όμως δεν μπορούμε να δώσουμε τον αριθμό των ονομάτων, με διαφορετικές σημασίες, δεν μπορούμε και να δώσουμε τη σύνθεση της στοιχειώδους πρότασης.
- 5.551 ‘Η αρχή μας είναι πώς κάθε ζήτημα, που γενικά λύνεται με τη λογική, πρέπει το δίχως άλλο να λύνεται.
(Και αν βρεθούμε στη θέση να πρέπει να δώσουμε απάντηση σε ένα τέτοιο πρόβλημα κοιτάζοντας τον κόσμο, αυτό δείχνει πώς ακολουθούμε ολότελα λαθεμένα άχνάρια.)
- 5.552 ‘Η «έμπειρία» που χρειαζόμαστε για να καταλάβουμε τη λογική, δεν είναι πώς κάτι είναι έτσι ή έτσι, αλλά πώς κάτι *είναι* : αυτό όμως δεν είναι έμπειρία.
‘Η λογική είναι *πριν* από κάθε έμπειρία – πώς κάτι είναι *έτσι*.
Είναι πριν από το πώς, όχι πριν από το τί.
- 5.5521 Και αν αυτό δεν ήταν έτσι, με ποιό τρόπο θα ήταν δυνατό να εφαρμόσουμε τη λογική ; Θα μπορούσε να πει κανείς : “Αν υπήρχε μια λογική, ακόμα και αν δεν υπήρχε κόσμος, με ποιό τρόπο θα ήταν τότε δυνατό να υπάρχει μια λογική, αφού υπάρχει κόσμος ;
- 5.553 ‘Ο *Russell* έλεγε, πώς υπάρχουν απλές σχέσεις ανάμεσα σε διαφορετικούς αριθμούς πραγμάτων (*individuals*). ‘Αλλά ανάμεσα σε ποιούς αριθμούς ; Και πώς μπορεί να αποφασιστεί αυτό ; – Με την έμπειρία ;
(Δεν υπάρχει προνομιούχος αριθμός.)
- 5.554 Θα ήταν ολότελα αυθαίρετο να δώσουμε οποιαδήποτε ειδική μορφή.
- 5.5541 Θα πρέπει να είναι δοσμένο *a priori*, το αν π. χ. είμαι σε θέση να υποσημάνω κάτι με το σημείο μιας 27ψηφης σχέσης.
- 5.5542 Μπορούμε γενικά να κάνουμε τέτοιο ρώτημα ; Μπορούμε να δώσουμε μια μορφή σημείου και να μην ξέρουμε αν θα μπορούσε κάτι να αντιστοιχεί σε αυτή ;

- ἔχει νόημα ἢ ἐρώτηση : Τί πρέπει νά συμβαίνει γιά νά
μπορεῖ νά συμβαίνει κάτι ;
- 5.555 Εἶναι φανερό πῶς ἔχουμε μιᾶ ἔννοια γιά τή στοιχειώδη
πρόταση, ἀνεξάρτητα ἀπό τήν ἰδιαίτερη λογική μορφή
της. Ὅπου ὅμως μπορούμε νά φτιάχνουμε σύμβολα σύμ-
φωνα μέ ἕνα σύστημα, ἐκεῖ τὸ λογικὰ σημαντικό εἶναι τὸ
σύστημα, καὶ ὄχι τὰ ξεχωριστὰ σύμβολα.
Στὴ λογική δὲν θὰ ἦταν δυνατὸ νά ἔχω νά κάνω μέ μορφές
πού μπορῶ νά τις ἐφευρίσκω· πρέπει ὅμως νά ἔχω νά κά-
νω μέ αὐτὸ πού μοῦ δίνει τὴ δυνατότητα νά τις ἐφευρί-
σκω.
- 5.556 Δὲν μπορεῖ νά ὑπάρχει ἱεραρχία στὶς μορφές τῶν στοιχειω-
δῶν προτάσεων. Μποροῦμε νά προβλέπουμε μόνο αὐτὸ
πού κατασκευάζουμε οἱ ἴδιοι.
- 5.5561 Τὸ ἐμπειρικὰ πραγματικὸ ὁροθετεῖται ἀπὸ τὴν ὁλότητα
τῶν ἀντικείμενων. Τὸ ὄριο πάλι φανερώνεται στὴν ὁλό-
τητα τῶν στοιχειωδῶν προτάσεων.
Οἱ ἱεραρχίες εἶναι καὶ πρέπει νά εἶναι ἀνεξάρτητες ἀπὸ
τὸ πραγματικόν.
- 5.5562 Ἄν ἀπὸ καθαρὰ λογικὲς βάσεις, γνωρίζουμε πῶς πρέπει
νά ὑπάρχουν στοιχειώδεις προτάσεις, τότε αὐτὸ πρέπει
νά τὸ γνωρίζει ὁ καθένας πού καταλαβαίνει τὶς προτάσεις,
προτοῦ ἀναλυθεῖ ἡ μορφή τους.
- 5.5563 Στὴν πραγματικότητα ὅλες οἱ προτάσεις τῆς κοινῆς γλώσ-
σας μας, ἔτσι ὅπως εἶναι, βρίσκονται βαλμένες σὲ τέλεια
λογικὴ τάξη.—Ἐκεῖνο τὸ ἀπλούστατο, πού ἔχομε νά δια-
τυπώσουμε ἐδῶ, δὲν εἶναι ἕνα ὁμοίωμα τῆς ἀλήθειας, ἀλλὰ
ἢ ἴδια ἢ ἀλήθεια στὴν ὁλότητά της.
(Τὰ προβλήματα μας δὲν εἶναι ἀφηρημένα, ἀλλὰ μπορεῖ
νά εἶναι τὰ πιὸ συγκεκριμένα πού γίνεται.)
- 5.557 Ἡ ἐφαρμογὴ τῆς λογικῆς ἀποφασίζει ποιῆς στοιχειώδεις
προτάσεις ὑπάρχουν.

‘Η λογική δέν μπορεί νά προεξοφλεῖ τί περιέχει ἡ ἐφαρμογή.

Τοῦτο εἶναι φανερό : ‘Η λογική δέν θά ἔπρεπε νά ἔρχεται σέ σύγκρουση μέ τήν ἐφαρμογή της.

‘Η λογική ὅμως πρέπει νά ἔρχεται σέ ἐπαφή μέ τήν ἐφαρμογή της.

Ἔτσι ἡ λογική καί ἡ ἐφαρμογή της δέν θά ἔπρεπε νά μπαίνουν ἡ μιᾶ στὰ ὅρια τῆς ἄλλης.

- 5.5571 Ἄν δέν μπορῶ νά δίνω *a priori* τίς στοιχειώδεις προτάσεις, τότε, τὸ νά θέλω νά τίς δίνω, πρέπει νά ὀδηγεῖ σέ φανερὴ ἀ-νοησία.
- 5.6 *Τὰ ὅρια τῆς γλώσσας μου* σημαίνουν τὰ ὅρια τοῦ κόσμου μου.
- 5.61 ‘Η λογική γεμίζει τὸν κόσμο· τὰ ὅρια τοῦ κόσμου εἶναι καί δικά της ὅρια.
Ἔτσι στὴ λογική δέν μποροῦμε νά ποῦμε : Αὐτὸ καί αὐτὸ ὑπάρχει στὸν κόσμο, ἐκεῖνο δέν ὑπάρχει.
Μέ αὐτὸ δηλαδή φανερά θά προϋποθέταμε, πὼς ἀποκλείουμε ὀρισμένες δυνατότητες, πράγμα ποὺ δέν μπορεί νά συμβαίνει, ἐπειδὴ διαφορετικὰ ἡ λογική θά ἔπρεπε νά βγεῖ ἔξω ἀπὸ τὰ ὅρια τοῦ κόσμου· θά ἔπρεπε τότε δηλαδή νά μπορεί νά θεωρεῖ τὰ ὅρια αὐτὰ καί ἀπὸ τὴν ἄλλη πλευρά. Αὐτὸ ποὺ δέν μποροῦμε νά σκεφτοῦμε, εἶναι αὐτὸ ποὺ δέν μποροῦμε νά σκεφτοῦμε· καί δέν μποροῦμε νά ποῦμε αὐτὸ ποὺ δέν μποροῦμε νά σκεφτοῦμε.
- 5.62 Αὐτὴ ἡ παρατήρηση δίνει τὸ κλειδί γιὰ τὴ λύση τοῦ ζητήματος ὡς ποιοὸ σημεῖο ὁ *solipsismus* εἶναι μιὰ ἀλήθεια.
Αὐτὸ δηλαδή ποὺ ὁ *solipsismus* ἐννοεῖ, εἶναι ὀλότελα σωστό, μόνο ποὺ δὲ λέγεται, ἀλλὰ φανερώνεται.
Πὼς ὁ κόσμος εἶναι ὁ κόσμος μου, αὐτὸ φανερώνεται στὸ πὼς τὰ ὅρια τῆς γλώσσας (τῆς γλώσσας ποὺ μόνος ἐγὼ

καταλαβαίνω) σημαίνουν τὰ ὅρια τοῦ κόσμου μου.

5.621 Κόσμος καὶ ζωὴ εἶναι ἓνα.

5.63 Εἶμαι ὁ κόσμος μου. (Ὁ μικρόκοσμος.)

5.631 Τὸ παραστατικό, σκεπτόμενο ὑποκείμενο δὲν ὑπάρχει.

Ἐάν ἔγραφα ἓνα βιβλίο «Ὁ κόσμος ὅπως τὸν βρῆκα», θὰ εἶχα νὰ μιλήσω ἐκεῖ γιὰ τὸ σῶμα μου καὶ νὰ πῶ ποιά μέλη ὑπόκεινται στὴ θέλησή μου καὶ ποιά ὄχι κλπ., πράγμα πού εἶναι δηλαδή μιὰ μέθοδο νὰ ἀπομονώνει κανεὶς τὸ ὑποκείμενο, ἢ μᾶλλον νὰ δείχνει πῶς, ἀπὸ μιὰ σημαντικὴ ἄποψη, δὲν ὑπάρχει ὑποκείμενο : Μόνο γιὰ αὐτό — τὸ ὑποκείμενο δηλαδή — δὲν θὰ μπορούσε νὰ γίνῃ λόγος στὸ βιβλίο αὐτό.

5.632 Τὸ ὑποκείμενο δὲν ἀνήκει στὸν κόσμο, ἀλλὰ εἶναι ἓνα ὄριο τοῦ κόσμου.

5.633 Ποῦ μέσα στὸν κόσμο μπορεῖ νὰ βρεθεῖ ἓνα μεταφυσικό ὑποκείμενο ;

Θὰ μοῦ πεῖτε πῶς ἐδῶ συμβαίνει ἀκριβῶς, ὅπως μὲ τὸ μάτι καὶ τὸ ὀπτικό πεδίο. Ἀλλὰ τὸ μάτι πραγματικὰ δὲν τὸ βλέπει.

Καὶ τίποτα στὸ ὀπτικό πεδίο δὲν ἀφήνει νὰ συμπεράνουμε πῶς τὸ βλέπει τὸ μάτι.

5.6331 Γιατὶ τὸ ὀπτικό πεδίο δὲν ἔχει μιὰ τέτοια περίπου μορφή:



5.634 Αὐτὸ σχετίζεται μὲ τὸ πῶς κανένα μέρος τῆς ἐμπειρίας μας δὲν εἶναι καὶ *a priori*.

Ἄλλα ὅσα βλέπουμε, θὰ μπορούσαν νὰ εἶναι καὶ διαφορετικά.

Ἄλλα ὅσα γενικὰ μπορούμε νὰ περιγράψουμε, θὰ μπορούσαν νὰ εἶναι καὶ διαφορετικά.

Δέν υπάρχει καμιά τάξη *a priori* στά πράγματα.

- 5.64 Βλέπουμε έδῶ πῶς ὁ *solipsismus*, ἂν τόν τηρήσουμε αὐστηρά, ταυτίζεται μέ τόν καθαρὸ *realismus*.
Τὸ ἐγὼ τοῦ *solipsismus* ρικνώνεται σέ ἓνα μὴ ἐκτατὸ σημεῖο καί ἀπομένει τὸ πραγματικὸ πού εἶναι συντεταγμένο στό σημεῖο αὐτό.
- 5.641 Ἔτσι ὑπάρχει πραγματικὰ μιὰ ἔννοια, σύμφωνα μέ τήν ὁποία μπορεῖ, στή φιλοσοφία, νά γίνεται λόγος γιά τὸ ἐγὼ μέ ὄχι ψυχολογικὸ τρόπο.
Μέ τὸ πῶς «ὁ κόσμος εἶναι ὁ κόσμος μου», μέ τοῦτο, μπαίνει τὸ ἐγὼ στή φιλοσοφία.
Τὸ φιλοσοφικὸ ἐγὼ δέν εἶναι ὁ ἄνθρωπος, δέν εἶναι τὸ ἀνθρώπινο σῶμα ἢ ἡ ἀνθρώπινη ψυχὴ, πού πραγματεύεται ἡ ψυχολογία, ἀλλὰ τὸ μεταφυσικὸ ὑποκείμενο, τὸ ὄριο – ὄχι ἓνα μέρος – τοῦ κόσμου.
- 6 Ἡ γενικὴ μορφή τῆς συνάρτησης ἀλήθειας εἶναι : $[\bar{p}, \bar{x}, N(\bar{x})]$. Αὐτὴ εἶναι ἡ γενικὴ μορφή τῆς πρότασης.
- 6.001 Αὐτὸ δέν λέει τίποτε ἄλλο παρά πῶς κάθε πρόταση εἶναι ἀποτέλεσμα τῆς διαδοχικῆς ἐφαρμογῆς τῆς πράξης $N'(\bar{x})$ στίς στοιχειώδεις προτάσεις.
- 6.002 Ἄν μᾶς ἔχει δοθεῖ ἡ γενικὴ μορφή σύμφωνα μέ τήν ὁποία εἶναι οἰκοδομημένη μιὰ πρόταση, τότε μᾶς ἔχει κιόλας δοθεῖ καί ἡ γενικὴ μορφή τοῦ πῶς μέ μιὰ πράξη μπορεῖ μιὰ πρόταση νά παραχθεῖ ἀπὸ μιὰ ἄλλη.
- 6.01 Ἡ γενικὴ μορφή τῆς πράξης $\Omega'(\bar{\eta})$ εἶναι λοιπόν :
 $[\bar{x}, N(\bar{x})]'(\bar{\eta}) (= [\bar{\eta}, \bar{x}, N(\bar{x})]$.
Αὐτὴ εἶναι ἡ γενικὴ μορφή τῆς μετάβασης ἀπὸ τὴ μιὰ πρόταση στήν ἄλλη.
- 6.02 Καί ἔτσι φτάνουμε στοὺς ἀριθμούς : Ὅρίζω
 $x = \Omega^0, x Def.$ καί
 $\Omega' \Omega^n x = \Omega^{n+1} x Def.$

Σύμφωνα με αυτούς τους κανόνες σημείων γράφουμε τη σειρά $x, \Omega' x, \Omega' \Omega' x, \Omega' \Omega' \Omega' x, \dots$ με τον

ακόλουθο τρόπο: $\Omega^0 x, \Omega^{0+1} x, \Omega^{0+1+1} x, \Omega^{0+1+1+1} x, \dots$

Δηλαδή αντί » $[x, \xi, \Omega' \xi]$ « γράφω : » $[\Omega^0 x, \Omega^n x, \Omega^{n+1} x]$ «.

Καί όρίζω :

$0 + 1 = 1$ Def.

$0 + 1 + 1 = 2$ Def.

$0 + 1 + 1 + 1 = 3$ Def.

(κ.ο.κ.).

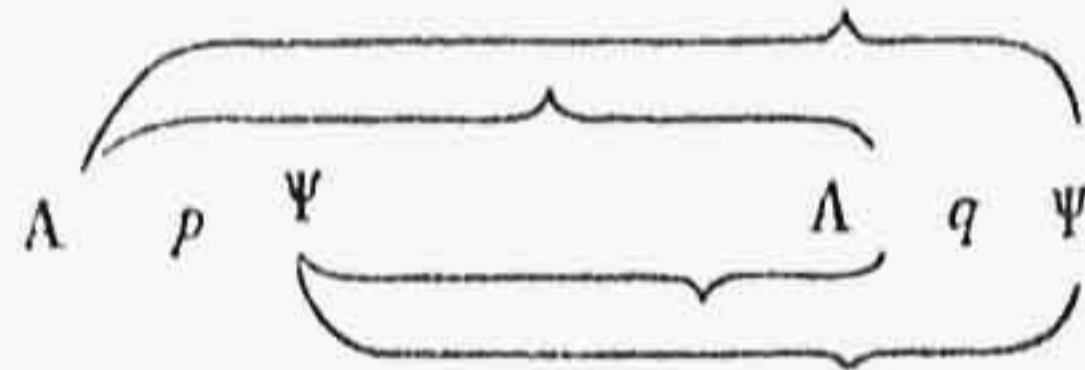
- 6.021 'Ο άριθμός είναι ό έκθέτης μιās πράξης.
- 6.022 'Η έννοια του άριθμοῦ δέν είναι τίποτε άλλο από αυτό που είναι κοινό σε όλους τους άριθμούς, ή γενική μορφή του άριθμοῦ. 'Η έννοια του άριθμοῦ είναι ό μεταβλητός άριθμός. Καί ή έννοια τής άριθμητικῆς Ισότητας, είναι ή γενική μορφή που έχουν όλες οι ειδικές άριθμητικές Ισότητες.
- 6.03 'Η γενική μορφή του άκέραιου άριθμοῦ είναι : $[0, \xi, \xi+1]$.
- 6.031 'Η θεωρία τῶν κλάσεων είναι όλότελα περιττή στα μαθηματικά.
Τοῦτο σχετίζεται με τὸ γεγονός πῶς ή γενικότητα, που χρειαζόμαστε στα μαθηματικά, δέν είναι μιὰ συμπτωματική γενικότητα.
- 6.1 Οι προτάσεις τής λογικῆς είναι ταυτολογίες.
- 6.11 Οι προτάσεις τής λογικῆς, λοιπόν, δέ λένε τίποτα.
(Είναι οι αναλυτικές προτάσεις.)
- 6.111 Είναι πάντα σφαλερές οι θεωρίες που θέλουν νά κάνουν μιὰ πρόταση τής λογικῆς νά μοιάζει γεμάτη από περιεχόμενο. Θα μπορούσαμε π.χ. νά πιστέψουμε πῶς οι λέξεις «ἀληθής» και «ψευδής» σημαίνουν δυὸ ιδιότητες ανάμεσα σε άλλες ιδιότητες, και τότε θα φαινόταν σαν ένα αξιοσημείωτο γεγονός, πῶς κάθε πρόταση κατέχει μιὰ από αυτές τις ιδιότητες. Αυτό φαίνεται νά είναι τόσο λίγο αυτόνοητο, όσο λίγο αυτόνοητη θα ήταν π.χ. ή πρόταση «όλα τὰ τριαν-

τάφυλλα είναι είτε κίτρινα είτε κόκκινα», ακόμα και αν ήταν αληθής. Και πραγματικά, αυτή η πρόταση λαβαίνει τώρα όλοτελα το χαρακτήρα μιᾶς πρότασης τῶν φυσικῶν ἐπιστημῶν, καὶ αὐτὸ εἶναι τὸ πιὸ σίγουρο σημάδι πὼς τὴν ἀντιληφθήκαμε σφαλικά.

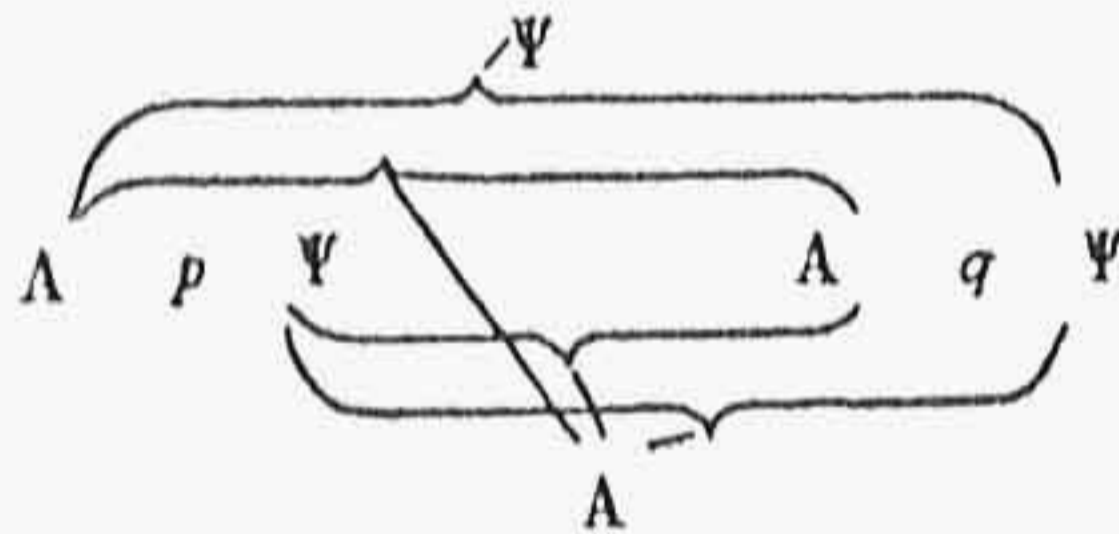
- 6.112 Ἡ σωστὴ ἐξήγηση τῶν λογικῶν προτάσεων πρέπει νὰ τοὺς δίνει μιὰ μοναδικὴ θέση ἀνάμεσα σὲ ὅλες τὶς προτάσεις.
- 6.113 Τὸ ἰδιαίτερο γνώρισμα τῶν λογικῶν προτάσεων εἶναι πὼς ἀπὸ μόνο τὸ σύμβολο μπορεῖ κανεὶς νὰ ἀναγνωρίσει πὼς εἶναι ἀληθεῖς, καὶ αὐτὸ τὸ γεγονός κλείνει μέσα του ὀλόκληρη τὴ φιλοσοφία τῆς λογικῆς. Καὶ ἔτσι ἓνα ἀπὸ τὰ σημαντικότερα γεγονότα εἶναι ἀκόμα, πὼς ἡ ἀλήθεια ἢ τὸ ψεῦδος τῶν μὴ λογικῶν προτάσεων δὲν μπορεῖ νὰ ἀναγνωριστεῖ μόνο ἀπὸ τὴν πρόταση.
- 6.12 Τὸ πὼς οἱ προτάσεις τῆς λογικῆς εἶναι ταυτολογίες, τοῦτο δείχνει τὶς τυπικὲς — λογικὲς — ἰδιότητες τῆς γλώσσας καὶ τοῦ κόσμου.
 Τὸ πὼς τὰ συστατικὰ στοιχεῖα τῶν προτάσεων, συνδεμένα μὲ τέτοιο τρόπο, δίνουν μιὰ ταυτολογία, τοῦτο χαρακτηρίζει τὴ λογικὴ τῶν συστατικῶν στοιχείων τους.
 Για νὰ δίνουν οἱ προτάσεις, συνδεμένες μὲ ὀρισμένο τρόπο, μιὰ ταυτολογία, πρέπει νὰ ἔχουν ὀρισμένες ἰδιότητες στὴ δομὴ. Τὸ πὼς, συνδεμένες μὲ τέτοιο τρόπο, δίνουν μιὰ ταυτολογία, δείχνει, λοιπόν, πὼς κατέχουν αὐτὲς τὶς ἰδιότητες στὴ δομὴ.
- 6.1201 Τὸ πὼς π.χ. οἱ προτάσεις « p » καὶ « $\sim p$ » στὸ συνδυασμὸ « $\sim(p \cdot \sim p)$ » δίνουν μιὰ ταυτολογία, δείχνει πὼς ἀντιφάσκουν ἀναμεταξύ τους. Τὸ πὼς οἱ προτάσεις « $p \supset q$ », « p » καὶ « q » στὴ μορφή « $(p \supset q) \cdot (p) : \supset : (q)$ », συνδεμένες μεταξύ τους, δίνουν μιὰ ταυτολογία, δείχνει πὼς τὸ q προκύπτει ἀπὸ τὸ p καὶ ἀπὸ τὸ $p \supset q$. Τὸ πὼς « $(x).fx : \supset : fa$ » εἶναι

ταυτολογία, δείχνει πώς τὸ fa προκύπτει ἀπὸ τὸ $(x).fx$.
Κλπ. κλπ.

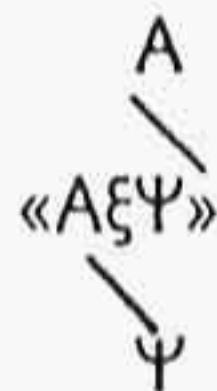
- 6.1202 Είναι φανερό πὼς θὰ μπορούσε κανείς, ἀντὶ γιὰ τὶς ταυτολο-
γίες, νὰ χρησιμοποιήσῃ ἐπίσης, γιὰ τὸν ἴδιο σκοπὸ, τὶς
ἀντιφάσεις.
- 6.1203 Γιὰ νὰ ἀναγνωρίσῃ κανείς πὼς ταυτολογία εἶναι ταυτολο-
γία, μπορεῖ νὰ χρησιμοποιήσῃ, στὶς περιπτώσεις ποὺ δὲν
ἐμφανίζεται σημεῖο γενικότητος στὴν ταυτολογία, τὴν
ἀκόλουθη παραστατική μέθοδο : Ἀντὶ γιὰ « p », « q », « r »,
κλπ. γράφω « $A_p\Psi$ », « $A_q\Psi$ », « $A_r\Psi$ », κλπ. Τοὺς συνδυα-
σμοὺς ἀλήθειας τοὺς ἐκφράζω μὲ παρενθέσεις, π.χ. :



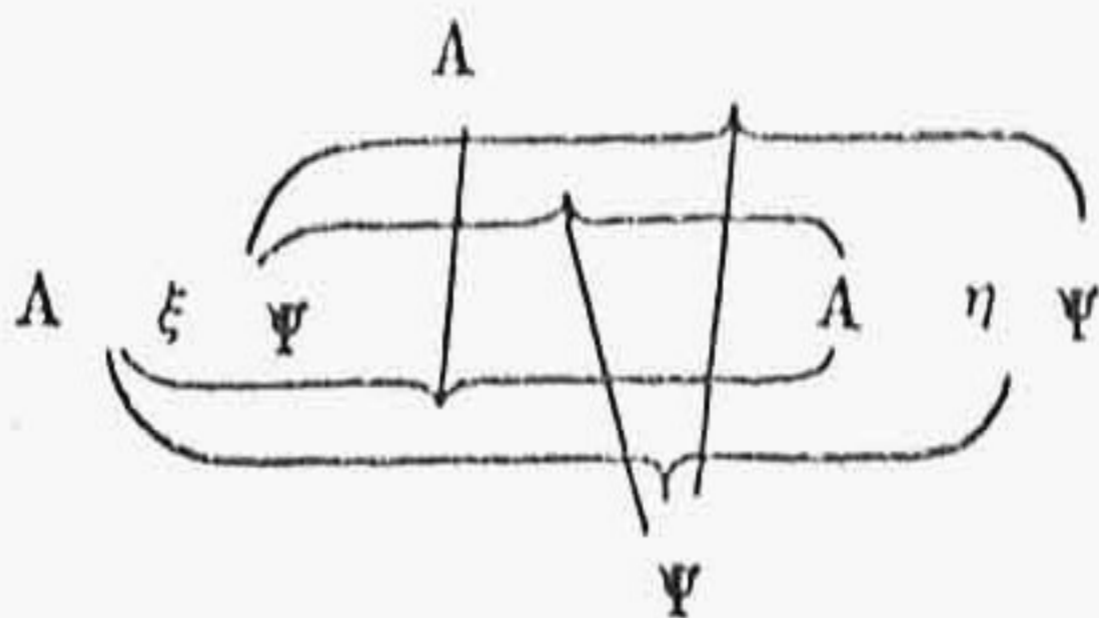
καὶ τὴν ἀντιστοιχία τῆς ἀλήθειας ἢ τοῦ ψεύδους ὁλόκληρης
τῆς πρότασης καὶ τῶν συνδυασμῶν ἀλήθειας τῶν ὀρισμά-
των ἀλήθειας, μὲ γραμμές, μὲ τὸν ἀκόλουθο τρόπο :



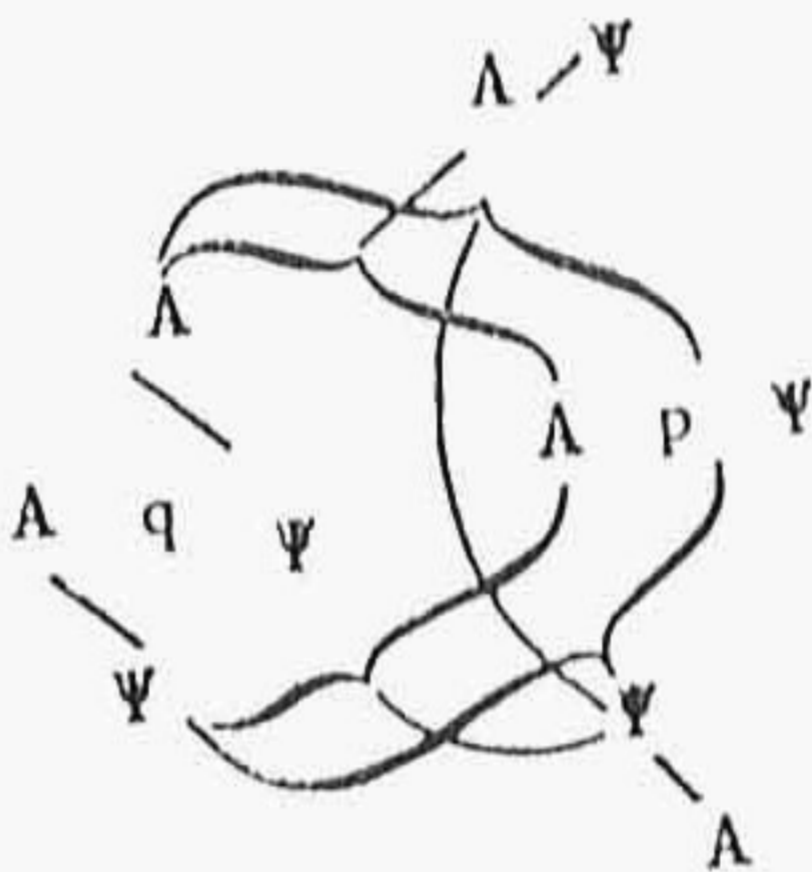
Αὐτὸ τὸ σημεῖο λοιπὸν θὰ παρίστανε π.χ. τὴν πρόταση
 $p \supset q$. Τώρα θέλω νὰ ἐξετάσω κατὰ πόσο π.χ. ἡ πρόταση
 $\sim(p \cdot \sim p)$ (νόμος τῆς ἀντίφασης) εἶναι ταυτολογία. Ἡ μορ-
φή « $\sim\xi$ » γράφεται στὸ συμβολισμό μας



και ή μορφή «ξ.η» με τον τρόπο αυτό :



Όπότε ή πρόταση $\sim(p \sim q)$ γίνεται :



Αν έδω βάλουμε αντί «q» «p» και εξετάσουμε πώς είναι συνδεμένα τα άκρα Α και Ψ με τα έσωτερικά, το άποτέλεσμα είναι πώς ή αλήθεια ολόκληρης τής πρότασης αντιστοιχεί σε όλους τους συνδυασμούς αλήθειας του όρισμάτος της, και το ψεύδος της δέν αντιστοιχεί σε κανένα συνδυασμό αλήθειας.

6.121 Οι προτάσεις τής λογικής καταδείχνουν τις λογικές Ιδιότητες τών προτάσεων, συνδυάζοντας τις Ιδιότητες αυτές με προτάσεις που δέ λένε τίποτα.

Τή μέθοδο αυτή θα μπορούσε κανείς να την ονομάσει και μηδενική μέθοδο. Στη λογική πρόταση οι προτάσεις Ισορροπούν ανάμεσά τους και ή κατάσταση Ισορροπίας δείχνει τότε με ποιό τρόπο αυτές οι προτάσεις πρέπει να είναι λογικά πλασμένες.

6.122 Από αυτό βγαίνει πώς μπορούμε να κάνουμε και χωρί;

τίς λογικές προτάσεις, ἀφοῦ μπορούμε πραγματικά, σὲ ἓνα ἀνάλογο συμβολισμό, νὰ ἀναγνωρίσουμε τίς τυπικὲς ιδιότητες τῶν προτάσεων μὲ τὴν ἀπλή θεώρηση τῶν προτάσεων αὐτῶν.

- 6.1221 Ἐὰν π.χ. στὸ συνδυασμὸ « $p \supset q$ » δυὸ προτάσεις « p » καὶ « q » δίνουν μιὰ ταυτολογία, τότε εἶναι φανερὸ πὼς τὸ q προκύπτει ἀπὸ τὸ p .
Τὸ πὼς π.χ. τὸ « q » προκύπτει ἀπὸ τὸ « $p \supset q.p$ » τὸ βλέπουμε ἀπὸ τίς ἴδιες αὐτὲς τίς δυὸ προτάσεις, ἀλλὰ αὐτὸ μπορούμε νὰ τὸ δείξουμε καὶ ἔτσι : συνδυάζοντάς τες στὸ « $p \supset q . p : \supset : q$ » καὶ δείχνοντας τὴν πὼς αὐτὸ εἶναι μιὰ ταυτολογία.
- 6.1222 Αὐτὸ διαφωτίζει τὸ ζήτημα, γιατί οἱ λογικὲς προτάσεις δὲν μπορούν νὰ ἐπικυρωθοῦν ἀπὸ τὴν ἐμπειρία, τὸ ἴδιο ὅπως καὶ δὲν μπορούν νὰ ἀνασκευαστοῦν ἀπὸ τὴν ἐμπειρία. Μιὰ πρόταση τῆς λογικῆς, ὅχι μόνο δὲν πρέπει νὰ μπορεῖ νὰ ἀνασκευάζεται ἀπὸ μιὰ δυνατὴ ἐμπειρία, ἀλλὰ ἀκόμα δὲν θὰ πρέπει νὰ μπορεῖ καὶ νὰ ἐπικυρώνεται ἀπὸ αὐτή.
- 6.1223 Τώρα γίνεται φανερός ὁ λόγος γιατί αἰσθανόταν κανεὶς συχνὰ σὰν οἱ «λογικὲς ἀλήθειες» νὰ ἦταν δικά μας «αἰτήματα». Ὁ λόγος εἶναι πὼς μπορούμε νὰ τίς θέτουμε ὡς αἰτήματα στὸν ἴδιο βαθμὸ πού μπορούμε νὰ θέτουμε ὡς αἴτημα ἓναν κατάλληλο συμβολισμό.
- 6.1224 Τώρα γίνεται ἀκόμα φανερό, γιατί ἡ λογικὴ ὀνομάστηκε θεωρία τῶν μορφῶν καὶ τοῦ συμπερασμοῦ.
- 6.123 Εἶναι φανερὸ πὼς : οἱ λογικοὶ νόμοι δὲν θὰ πρέπει νὰ εἶναι μὲ τὴν σειρά τους ὑποκείμενοι σὲ λογικοὺς νόμους. (Δὲν ὑπάρχει, ὅπως πίστευε ὁ *Russell*, ἓνας ἰδιαίτερος νόμος τῆς ἀντίφρασης γιὰ κάθε «*Type*», ἀλλὰ ἓνας νόμος ἀρκεῖ, ἀφοῦ ὁ ἴδιος δὲν ἐφαρμόζεται στὸν ἑαυτό του.)
- 6.1231 Ἡ γενικὴ ἰσχὺ δὲν εἶναι τὸ σημάδι τῆς λογικῆς πρότασης.

Γενικότητα σημαίνει μόνο : συμπτωματική Ισχύ για όλα τὰ πράγματα. Μιά μὴ γενικευμένη πρόταση μπορεί νὰ εἶναι τὸ ἴδιο ταυτολογική, ὅπως ἀκριβῶς μιὰ γενικευμένη.

- 6.1232 Τὴ λογικὴ γενικὴ Ισχύ, θὰ μπορούσαμε νὰ τὴν ὀνομάσουμε οὐσιαστική, σὲ ἀντίθεση μὲ τὴν συμπτωματικὴ ἐκείνη Ισχύ, ἃς ποῦμε τῆς πρότασης : «Ὅλοι οἱ ἄνθρωποι εἶναι θνητοί». Προτάσεις, ὅπως τὸ «*Axiom of reducibility*» τοῦ *Russell*, δὲν εἶναι λογικὲς προτάσεις, καὶ ἔτσι ἐξηγεῖται γιατί ἔχουμε τὸ αἶσθημα πῶς, ἂν οἱ προτάσεις αὐτὲς ἦταν ἀληθεῖς, θὰ μπορούσαν νὰ εἶναι ἀληθεῖς μόνο ἀπὸ μιὰ εὐτυχῆ σύμπτωση.
- 6.1233 Μπορεῖ κανεὶς νὰ φανταστεῖ ἕναν κόσμον, στὸν ὁποῖο νὰ μὴν Ισχύει τὸ *Axiom of reducibility*. Εἶναι ὅμως φανερό πῶς ἡ λογικὴ δὲν ἔχει νὰ κάνει τίποτα μὲ τὸ ζήτημα ἂν ὁ κόσμος μας πραγματικὰ εἶναι ἔτσι ἢ ὄχι.
- 6.124 Οἱ λογικὲς προτάσεις περιγράφουν τὸν σκελετὸ τοῦ κόσμου, ἢ καλύτερα τὸν παριστάνουν. Δὲν «πραγματεύονται» τίποτα. Προϋποθέτουν πῶς τὰ ὀνόματα ἔχουν σημασία καὶ οἱ στοιχειώδεις προτάσεις νόημα : Καὶ αὐτὸς εἶναι ὁ δεσμὸς τους μὲ τὸν κόσμον. Εἶναι φανερό πῶς κάτι πρέπει νὰ δείχνει γιὰ τὸν κόσμον τὸ πῶς μερικοὶ συνδυασμοὶ ἀπὸ σύμβολα – ποὺ οὐσιαστικὰ ἔχουν ἕναν ὀρισμένο χαραχτήρα – εἶναι ταυτολογίες. Ἐδῶ βρίσκεται τὸ ἀποφασιστικὸ σημεῖο. Εἶπαμε πῶς κάτι ἀπὸ τὰ σύμβολα ποὺ χρησιμοποιοῦμε, εἶναι αὐθαίρετο, κάτι ὄχι αὐθαίρετο. Στὴ λογικὴ μόνο τὸ μὴ αὐθαίρετο μπορεῖ νὰ ἐκφράζει : Αὐτὸ σημαίνει ὅμως πῶς στὴ λογικὴ δὲν ἐκφράζουμε ἐμεῖς, μὲ τὴ βοήθεια τῶν σημείων, αὐτὸ ποὺ θέλουμε, ἀλλὰ πῶς ἀποφαίνεται στὴ λογικὴ ἡ ἴδια ἢ φύση τῶν σημείων, ποὺ ἔχουν φυσικὴ ἀναγκαιότητα : Ἄν γνωρίζουμε τὴ λογικὴ σύνταξη ὁποιασδήποτε γλώσσας σημείων, τότε μᾶς εἶναι κιόλας δοσμένες ὅλες οἱ προτάσεις τῆς λογικῆς.

- 6.125 Είναι δυνατό, σύμφωνα μάλιστα και με την παλιά αντίληψη της λογικής, να δίνουμε από πριν μια περιγραφή για όλες τις «άληθείς» λογικές προτάσεις.
- 6.1251 Για αυτό και στη λογική ποτέ δεν υπάρχουν εκπλήξεις.
- 6.126 Μπορούμε να υπολογίσουμε αν μια πρόταση ανήκει στη λογική, υπολογίζοντας τις λογικές ιδιότητες του *σύμβολου*. Και αυτό κάνουμε όταν «ἀποδείχνουμε» μια λογική πρόταση. Γιατί, χωρίς να ενδιαφερόμαστε για το νόημα και τη σημασία, σχηματίζουμε τη λογική πρόταση από άλλες προτάσεις χρησιμοποιώντας μόνο *κανόνες σημείων*.
 Ἡ ἀπόδειξη τῶν λογικῶν προτάσεων ἔγκειται στὸ πῶς τις παράγουμε από άλλες λογικές προτάσεις, με τη διαδοχική εφαρμογή ὀρισμένων πράξεων, οἱ ὁποῖες παράγουν πάλι και πάλι ἀπὸ τις πρώτες προτάσεις ὀλοένα ταυτολογίες. (Και ἀπὸ μιὰ ταυτολογία πραγματικὰ προκύπτουν μόνο ταυτολογίες.)
 Φυσικὰ αὐτὸς ὁ τρόπος, με τὸν ὁποῖο δείχνουμε πῶς οἱ προτάσεις τῆς λογικῆς εἶναι ταυτολογίες, εἶναι ὀλότελα ἐπουσιώδης γιὰ τὴν λογικὴν. Καὶ τοῦτο ἐπειδὴ οἱ προτάσεις, ἀπὸ τις ὁποῖες ἡ ἀπόδειξη ξεκινάει, πρέπει βέβαια νὰ δείχνουν χωρὶς ἀπόδειξη πῶς εἶναι ταυτολογίες.
- 6.1261 Διαδικασία και ἀποτέλεσμα στη λογική εἶναι ἰσοδύναμα. (Ἐξοῦ και δὲν ὑπάρχουν εκπλήξεις.)
- 6.1262 Ἡ ἀπόδειξη στη λογική εἶναι μόνο ἓνα μηχανικὸ βοήθημα γιὰ τὴν εὐκολώτερη ἀναγνώριση τῆς ταυτολογίας σὲ περιπτώσεις ποὺ αὐτὴ εἶναι πολὺπλοκη.
- 6.1263 Θὰ ἦταν βέβαια πολὺ ἀξιοσημείωτο ἂν μπορούσε κανεὶς νὰ ἀποδείξει λογικὰ μιὰ πρόταση με νόημα ἀπὸ άλλες προτάσεις και *συνάμα* μιὰ πρόταση λογική. Εἶναι ἀπὸ πριν φανερό πῶς ἡ λογική ἀπόδειξη μιᾶς προτάσεως με νόημα και ἡ ἀπόδειξη *στη* λογική, πρέπει νὰ εἶναι δυὸ ἐντελῶς διαφορετικὰ πράγματα.

- 6.1264 'Η πρόταση με νόημα λέει κάτι, και ή απόδειξή της δείχνει πώς αυτό που λέει είναι έτσι· στη λογική κάθε πρόταση είναι ή μορφή μιᾶς απόδειξης.
Κάθε πρόταση τῆς λογικῆς είναι ἕνας *modus ponens* που παριστάνεται μέσα σέ σημεῖα. (Καί δέν μπορεῖ κανεῖς νά ἐκφράσει τόν *modus ponens* μέσον μιᾶς πρότασης.)
- 6.1265 Μπορεῖ κανεῖς νά ἀντιλαμβάνεται πάντα τή λογική ἔτσι ὥστε κάθε πρόταση νά εἶναι ή ἴδια ἀπόδειξη δική της.
- 6.127 "Όλες οἱ προτάσεις τῆς λογικῆς εἶναι ἰσόνομες· οὐσιαστικά δέν ὑπάρχουν ἀνάμεσά τους ἀξιώματα καί προτάσεις παράγωγες.
Κάθε ταυτολογία δείχνει ή ἴδια πώς εἶναι ταυτολογία.
- 6.1271 Εἶναι φανερό πώς ὁ ἀριθμός τῶν «λογικῶν ἀξιωμάτων» εἶναι αὐθαίρετος, γιατί θά μπορούσε κανεῖς πραγματικά νά παράγει τή λογική ἀπό ἕνα ἀξίωμα ἀπλῶς μέ τὸ νά σχηματίσει π.χ. ἀπό τὰ ἀξιώματα τοῦ *Frege* τὸ λογικὸ γινόμενο. (Ὁ *Frege* θά ἔλεγε ἴσως πώς τὸ ἀξίωμα αὐτὸ δέν εἶναι πιά ἄμεσα φανερό. Ἀλλά εἶναι ἀξιοσημείωτο πώς ἕνας τόσο ἀκριβολόγος στοχαστής ὅπως ὁ *Frege* ἐπικαλέστηκε τὸν βαθμὸ τοῦ φανεροῦ γιὰ κριτήριον τῆς λογικῆς πρότασης.)
- 6.13 'Η λογική δέν εἶναι θεωρία, ἀλλὰ ἕνας κατοπτρισμὸς τοῦ κόσμου.
'Η λογική εἶναι ὑπερβατική.
- 6.2 Τὰ μαθηματικά εἶναι μιὰ λογική μέθοδο.
Οἱ προτάσεις τῶν μαθηματικῶν εἶναι ἐξισώσεις, δηλαδή ψευτοπροτάσεις.
- 6.21 'Η πρόταση στὰ μαθηματικά δέν ἐκφράζει καμιὰ σκέψη.
- 6.211 'Η μαθηματικὴ πρόταση δέν εἶναι βέβαια ποτὲ στὴ ζωὴ αὐτὸ που χρειαζόμαστε, χρησιμοποιοῦμε ὅμως τὴ μαθηματικὴ πρόταση μόνο γιὰ νά βγάλουμε συμπεράσματα

ἀπὸ προτάσεις ποὺ δὲν ἀνήκουν στὰ μαθηματικά, γιὰ ἄλλες ποὺ καὶ αὐτὲς δὲν ἀνήκουν στὰ μαθηματικά.

(Στὴ φιλοσοφία ἡ ἐρώτηση : «Γιὰ ποιὸ σκοπὸ χρησιμοποιοῦμε πραγματικὰ τὴ δεῖνα λέξη, τὴ δεῖνα πρόταση ;» ὁδηγεῖ πάντα σὲ πολύτιμες θεωρήσεις.)

- 6.22 Τὴ λογικὴ τοῦ κόσμου, ποὺ οἱ προτάσεις τῆς λογικῆς τὴ δείχνουν στὶς ταυτολογίες, τὰ μαθηματικὰ τὴ δείχνουν στὶς ἐξισώσεις.
- 6.23 Ἐάν δυὸ ἐκφράσεις συνδέονται μὲ τὸ σημεῖο τῆς ἰσότητος, αὐτὸ σημαίνει πὼς ἡ μιὰ μπορεῖ νὰ ἀντικαθιστᾷ τὴν ἄλλη. Πρέπει ὅμως στὶς δυὸ αὐτὲς ἐκφράσεις νὰ φαίνεται ἂν συμβαίνει αὐτό.
Κάτι ποὺ χαρακτηρίζει τὴ λογικὴ μορφή δυὸ ἐκφράσεων, εἶναι πὼς ἡ μιὰ μπορεῖ νὰ ἀντικαθιστᾷ τὴν ἄλλη.
- 6.231 Μιὰ ἰδιότητα τῆς κατάφασης εἶναι πὼς μπορεῖ κανεὶς νὰ τὴ νοήσῃ ὡς διπλὴ ἀποφατικότητα.
Μιὰ ἰδιότητα τοῦ « $1+1+1+1$ » εἶναι πὼς μπορεῖ κανεὶς νὰ τὸ νοήσῃ ὡς « $(1+1)+(1+1)$ ».
- 6.232 Ὁ *Frege* λέει πὼς οἱ δυὸ ἐκφράσεις ἔχουν τὴν ἴδια σημασία, ἀλλὰ διαφορετικὸ νόημα.
Τὸ οὐσιαστικὸ στὴν ἐξίσωση εἶναι ὅμως πὼς δὲν εἶναι ἀναγκαῖα γιὰ νὰ δείξουμε πὼς οἱ δυὸ ἐκφράσεις, τὶς ὁποῖες συνδέει τὸ σημεῖο τῆς ἰσότητος, ἔχουν τὴν ἴδια σημασία, ἀφοῦ αὐτὸ φαίνεται ἀπὸ τὶς ἴδιες τὶς ἐκφράσεις.
- 6.2321 Καὶ τὸ πὼς οἱ προτάσεις τῶν μαθηματικῶν μποροῦν νὰ ἀποδείχονται, δὲ σημαίνει στὴν πραγματικότητα τίποτα ἄλλο, ἀπὸ τὸ πὼς ἡ ὀρθότητά τους γίνεται, ἀντιληπτὴ, χωρὶς αὐτὸ ποὺ ἐκφράζουν νὰ πρέπει νὰ παραβάλλεται μὲ τὰ ἴδια τὰ γεγονότα γιὰ τὸν καθορισμὸ τῆς ὀρθότητάς του.
- 6.2322 Δὲν μποροῦμε νὰ ἰσχυρισθῶμε πὼς ἡ σημασία δυὸ ἐκφράσεων εἶναι ταυτόσημη. Γιατί, γιὰ νὰ μπορῶ νὰ ἰσχυρι-

- στῶ κάτι γιά τή σημασία τους, πρέπει νά γνωρίζω τή σημασία τους : Καί ἂν γνωρίζω τή σημασία τους, ξέρω ἂν αὐτό πού σημαίνουν εἶναι τὸ ἴδιο ἢ διαφορετικό.
- 6.2323 Ἡ ἐξίσωση χαρακτηρίζει μόνο τή σκοπιὰ ἀπὸ τὴν ὁποία παρατηρῶ τις δυὸ ἐκφράσεις, δηλαδή [τις χαρακτηρίζει] ἀπὸ τή σκοπιὰ τῆς ἰσότητος τῆς σημασίας τους.
- 6.233 Στὸ ζήτημα ἂν γιά τή λύση τῶν μαθηματικῶν προβλημάτων χρειάζεται κανεὶς διαίσθηση, πρέπει νά δοθεῖ ἢ ἀπάντηση πῶς τὴν ἀπαραίτητη διαίσθηση ἐδῶ τὴν παρέχει ἀκριβῶς ἢ γλώσσα.
- 6.2331 Ἡ διαδικασία τοῦ ὑπολογισμοῦ πορίζει ἀκριβῶς τή διαίσθηση αὐτή.
Ἄλλο ὑπολογισμὸς δὲν εἶναι πείραμα.
- 6.234 Τὰ μαθηματικὰ εἶναι μιὰ μέθοδο τῆς λογικῆς.
- 6.2341 Τὸ οὐσιαστικὸ στὴ μαθηματικὴ μέθοδο εἶναι πῶς δουλεύει με ἐξισώσεις. Γιατὶ στὴ μέθοδο αὐτὴ βασίζεται τὸ πῶς κάθε πρόταση τῶν μαθηματικῶν πρέπει νά εἶναι αὐτονόητη.
- 6.24 Ἡ μέθοδο πού ἔχουν τὰ μαθηματικὰ γιά νά φτάνουν στὶς ἐξισώσεις τους, εἶναι ἡ μέθοδο τῆς ἀντικατάστασης. Γιατὶ οἱ ἐξισώσεις ἐκφράζουν τὸ ἀντικατάστατο δυὸ ἐκφράσεων, καὶ ἀπὸ ἓναν ἀριθμὸ ἐξισώσεων προχωροῦμε σὲ νέες ἐξισώσεις, ἀντικαθιστώντας ἐκφράσεις με ἄλλες ἐκφράσεις, σύμφωνα με τις ἐξισώσεις.
- 6.241 Ἡ ἀπόδειξη τῆς πρότασης $2 \times 2 = 4$ εἶναι ἡ ἀκόλουθη :
- $$(\Omega^2)^2 x = \Omega^{2 \times 2} x \text{ Def.}$$
- $$\Omega^{2 \times 2} x = (\Omega^2)^2 x = (\Omega^2)^{1+1} x = \Omega^2 \Omega^2 x = \Omega^{1+1} \Omega^{1+1} x$$
- $$= (\Omega' \Omega)' (\Omega' \Omega)' x = \Omega' \Omega' \Omega' \Omega' x = \Omega^{1+1+1+1} x = \Omega^4 x.$$
- 6.3 Ἡ διερεύνηση τῆς λογικῆς σημαίνει διερεύνηση *κάθε* νομοτέλειας. Καὶ ἔξω ἀπὸ τὴ λογικὴ καθετὶ εἶναι τυχαῖο.
- 6.31 Ὁ λεγόμενος νόμος τῆς ἐπαγωγῆς δὲν μπορεῖ σὲ καμιὰ περίπτωση νά εἶναι ἓνας λογικὸς νόμος, γιατί φανερά εἶναι

- μιά πρόταση με νόημα. – Καί για αυτό δέν μπορεί νά εἶναι καί νόμος *a priori*.
- 6.32 Ὁ νόμος τῆς αἰτιότητας δέν εἶναι νόμος, ἀλλά ἡ μορφή ἑνὸς νόμου.
- 6.321 «Ὁ νόμος τῆς αἰτιότητας» εἶναι ἓνα ὄνομα γενικό. Καί ὅπως στή μηχανική ὑπάρχουν, ἄς ποῦμε, νόμοι τοῦ ἐλάχιστου – π.χ. τῆς ἐλάχιστης δράσης – ἔτσι ὑπάρχουν στή φυσική νόμοι τῆς αἰτιότητας, νόμοι τῆς μορφῆς τῆς αἰτιότητας.
- 6.3211 Πραγματικά οἱ ἄνθρωποι προῖδεάστηκαν ἓνα «νόμο τῆς ἐλάχιστης δράσης», προτοῦ ἀκόμα γνωρίσουν ἀκριβῶς πῶς ἐκφράζεται. (Ἐδῶ, ὅπως πάντα, τὸ *a priori* βέβαιο, ἀποδείχεται σάν κάτι καθαρά λογικό.)
- 6.33 Δέν πιστεύουμε *a priori* σέ μιὰ ἀρχή τῆς διατήρησης τῆς ἐνέργειας, ἀλλά γνωρίζουμε *a priori* τὴ δυνατότητα μιᾶς λογικῆς μορφῆς.
- 6.34 Ὅλες ἐκεῖνες οἱ προτάσεις, ὅπως ἡ ἀρχή τοῦ ἀποχρῶντος λόγου, τῆς συνέχειας στή φύση, τῆς ἐλάχιστης προσπάθειας στή φύση, κλπ. κλπ., ὅλα αὐτὰ εἶναι *a priori* ἐνοράματα γιὰ τὴ δυνατὴ διαμόρφωση τῶν προτάσεων τῆς ἐπιστήμης.
- 6.341 Ἡ μηχανική τοῦ Νεύτωνα π.χ. προσδίνει στήν περιγραφή τοῦ κόσμου μιὰ ἐνιαία μορφή. Ἄς φανταστοῦμε μιὰ λευκὴ ἐπιφάνεια, πάνω στήν ὁποία βρίσκονται ἀκανόνιστες μελανὲς κηλίδες. Λέμε τώρα : Ὅποιαδήποτε εἰκόνα καί ἂν δημιουργεῖται ἔτσι, πάντα μπορῶ νά πλησιάσω ὅσο θέλω τὴν περιγραφή της, σκεπάζοντας τὴν ἐπιφάνεια μὲ ἓνα ἀνάλογα πυκνὸ δίχτυ μὲ τετράγωνους βρόχους καί λέγοντας γιὰ κάθε τετράγωνο πῶς εἶναι λευκὸ ἢ μελανό. Μὲ αὐτὸ τὸν τρόπο θὰ ἔχω προσδώσει στήν περιγραφή τῆς ἐπιφάνειας μιὰ ἐνιαία μορφή. Αὐτὴ ἡ μορφή εἶναι τυχαία, γιατί θὰ μπορούσα νά χρησιμοποιήσω μὲ τὴν ἴδια ἐπιτυχία ἓνα δίχτυ μὲ τρίγωνους ἢ ἐξάγωνους βρόχους. Μπορεῖ ἡ περι-

γραφὴ νὰ γινόταν ἀπλούστερη μὲ τὴ βοήθεια ἑνὸς διχτυωτοῦ μὲ τρίγωνους βρόχους· αὐτὸ σημαίνει πὼς μὲ ἓνα διχτυωτὸ μὲ ἀραιότερα τρίγωνα θὰ μπορούσαμε νὰ περιγράψουμε τὴν ἐπιφάνεια ἀκριβέστερα παρὰ μὲ ἓνα διχτυωτὸ μὲ πυκνότερα τετράγωνα (ἢ ἀντίστροφα), κ.ο.κ. Στὰ διάφορα διχτυωτὰ ἀντιστοιχοῦν διαφορετικὰ συστήματα περιγραφῆς τοῦ κόσμου. Ἡ μηχανικὴ ὀρίζει μιὰ μορφή περιγραφῆς τοῦ κόσμου, λέγοντας: "Ὅλες οἱ προτάσεις τῆς περιγραφῆς τοῦ κόσμου πρέπει νὰ παράγονται ἀπὸ ἓναν ἀριθμὸ δοσμένων προτάσεων – ἀπὸ τὰ ἀξιώματα τῆς μηχανικῆς – μὲ ἓνα δοσμένο τρόπο. Ἔτσι ἡ μηχανικὴ παρέχει τὰ λιθάρια γιὰ τὸ χτίσιμο τοῦ οἰκοδομήματος τῆς ἐπιστήμης καὶ λέει: "Ὅποιοδήποτε οἰκοδόμημα καὶ ἂν θέλεις νὰ σηκώσεις, πρέπει νὰ τὸ καταφέρεις μὲ αὐτὰ τὰ λιθάρια καὶ μόνο μὲ αὐτά. ("Ὅπως μὲ τὸ ἀριθμητικὸ σύστημα μπορεῖ κανεὶς νὰ γράφει ὅποιοδήποτε ἀριθμὸ θέλει, ἔτσι καὶ μὲ τὸ σύστημα τῆς μηχανικῆς πρέπει κανεὶς νὰ μπορεῖ νὰ γράφει ὅποιαδήποτε πρόταση τῆς φυσικῆς θέλει.)

- 6.342 Καὶ τώρα βλέπουμε τὴν ἀμοιβαιότητα στὴ θέση τῆς λογικῆς καὶ τῆς μηχανικῆς. (Τὸ διχτυωτὸ θὰ μπορούσε νὰ ἀποτελεῖται καὶ ἀπὸ βρόχους διαφορετικοῦ σχήματος, π.χ. ἀπὸ τρίγωνα καὶ ἐξάγωνα.) Τὸ πὼς μιὰ εἰκόνα, ὅπως αὐτὴ ποὺ ἀναφέραμε πρὶν, μπορεῖ νὰ περιγραφεῖ ἀπὸ ἓνα διχτυωτὸ μὲ δοσμένη μορφή, δὲ λέει τίποτα γιὰ τὴν εἰκόνα. (Γιατὶ αὐτὸ ἰσχύει γιὰ κάθε εἰκόνα τοῦ εἴδους αὐτοῦ.) Τὴν εἰκόνα ὅμως τὴ χαρακτηρίζει τοῦτο: πὼς μπορεῖ ὁλοτελῶς νὰ περιγραφεῖ ἀπὸ ἓνα ὀρισμένο διχτυωτὸ ὀρισμένης λεπτότητας.

Κατὰ τὸν ἴδιο τρόπο καὶ τὸ πὼς μπορούμε νὰ περιγράψουμε τὸν κόσμον μὲ τὴ μηχανικὴ τοῦ Νεύτωνα δὲ μᾶς λέει τίποτα γιὰ τὸν κόσμον· μᾶς λέει ὅμως κάτι γιὰ τὸν κόσμον, τὸ πὼς μπορούμε νὰ τὸν περιγράψουμε ἔτσι ὅπως ἀκριβῶς

- τόν περιγράφουμε με εκείνη. Και ακόμα τοῦτο μᾶς λέει κάτι γιά τόν κόσμο: τὸ πὼς μπορούμε με τὴ μιὰ μηχανικὴ νὰ τόν περιγράφουμε ἀπλούστερα παρὰ με τὴν ἄλλη.
- 6.343 Ἡ μηχανικὴ εἶναι μιὰ προσπάθεια νὰ κατασκευάσουμε σύμφωνα με ἓνα σχέδιο ὅλες τὶς ἀληθεῖς προτάσεις πού χρειαζόμαστε γιά τὴν περιγραφή τοῦ κόσμου.
- 6.3431 Μέσα ἀπὸ ὀλόκληρο τὸ λογικὸ σύστημα πέρα ὡς πέρα οἱ νόμοι τῆς φυσικῆς, ὅπως καὶ νὰ τὸ κάνουμε, μιᾶνε γιά τὰ ἀντικείμενα τοῦ κόσμου.
- 6.3432 Δὲν πρέπει νὰ ξεχνᾶμε πὼς ἡ περιγραφή τοῦ κόσμου ἀπὸ τὴ μηχανικὴ εἶναι πάντα ὀλότελα γενικὴ. Σὲ αὐτὴ δὲν γίνεται π.χ. ποτὲ λόγος γιά ὀρισμένα ὕλικά σημεῖα, ἀλλὰ πάντα μόνο γιά ὀποιαδήποτε σημεῖα.
- 6.35 Ἄν καὶ εἶναι οἱ κηλίδες στὴν εἰκόνα μας γεωμετρικὰ σχήματα, ἀναμπίβολα ἡ γεωμετρία δὲν μπορεῖ νὰ πεῖ τίποτα γιά τὴν πραγματικὴ μορφή καὶ τὴ θέση τους. Τὸ διχτυωτὸ ὅμως εἶναι καθαρὰ γεωμετρικὸ, ὅλες του οἱ ἰδιότητες μπορούν νὰ δοθοῦν *a priori*.
Νόμοι, ὅπως ἡ ἀρχὴ τοῦ ἀποχρῶντος λόγου κλπ., ἀφοροῦν τὸ διχτυωτὸ καὶ ὄχι αὐτὸ πού περιγράφει τὸ διχτυωτό.
- 6.36 Ἄν ὑπῆρχε νόμος τῆς αἰτιότητος, θὰ ἔλεγε: «Ἐπάρχουν φυσικοὶ νόμοι».
Ἄλλὰ βέβαια αὐτὸ δὲ λέγεται: δείχεται.
- 6.361 Θὰ μπορούσε νὰ πεῖ κανεὶς μιλώντας τὴ γλώσσα τοῦ *Hertz*: Μόνο νομοτελεῖς συσχετίσεις εἶναι νοητές.
- 6.3611 Δὲν μπορούμε νὰ ἀντιπαραβάσουμε καμιὰ διενέργεια με τὴ «ροή τοῦ χρόνου» – αὐτὴ δὲν ὑπάρχει – ἀλλὰ μόνο με μιὰ ἄλλη διενέργεια (π.χ. με τὴν κίνηση τοῦ χρονόμετρου). Γιά τὸ λόγο αὐτό, μπορούμε νὰ περιγράφουμε τὸ πέρασμα τοῦ χρόνου μονάχα ὅταν στηριζόμαστε σὲ μιὰ ἄλλη διενέργεια.

Κάτι ακριβῶς ανάλογο ἰσχύει γιὰ τὸ χῶρο. "Όταν π.χ. λέει κανεὶς πῶς δὲν μπορεῖ νὰ συμβεῖ κανένα ἀπὸ δυὸ γεγονότα (ποῦ τὸ ἓνα ἀποκλείει τὸ ἄλλο), ἐπειδὴ δὲν ὑπάρχει καμιά αἰτία ὥστε νὰ πρέπει νὰ συμβεῖ τὸ ἓνα περισσότερο ἀπὸ τὸ ἄλλο, τότε στὴν πραγματικότητα πρόκειται γιὰ τὸ πῶς δὲν μπορεῖ κανεὶς νὰ περιγράψει ἓνα ἀπὸ τὰ δυὸ γεγονότα, ἂν δὲν ὑπάρχει μιὰ κάποια ἀσυμμετρία. Καὶ ἂν ὑπάρχει μιὰ τέτοια ἀσυμμετρία, τότε μπορούμε νὰ τὴ θεωρήσουμε ὡς αἰτία ποῦ συμβαίνει τὸ ἓνα καὶ δὲ συμβαίνει τὸ ἄλλο.

- 6.36111 Τὸ καντιανὸ πρόβλημα γιὰ τὸ δεξι καὶ τὸ ἀριστερὸ χέρι, ποῦ δὲν μπορεῖ κανεὶς νὰ τὰ κάνει νὰ συμπέσουν, ὑπάρχει¹ κίόλας στὸ ἐπίπεδο, καὶ μάλιστα στὸ μονοδιάστατο χῶρο,



ὅπου τὰ δυὸ ὅμοια σχήματα α καὶ β δὲν μπορούν νὰ συμπέσουν, χωρὶς νὰ μετακινηθοῦν ἔξω ἀπὸ αὐτὸ τὸν χῶρο. Τὸ δεξι καὶ τὸ ἀριστερὸ χέρι εἶναι πραγματικὰ ὀλότελα ὅμοια. Καὶ τὸ πῶς δὲν μπορούμε νὰ τὰ κάνουμε νὰ συμπέσουν, δὲν ἔχει τίποτα νὰ κάνει μὲ αὐτό.

Τὸ δεξι γάντι θὰ μπορούσε κανεὶς νὰ τὸ φορέσει στὸ ἀριστερὸ χέρι, ἂν μπορούσε νὰ τὸ περιστρέψει στὸν τετραδιάστατο χῶρο.

- 6.362 Αὐτὸ ποῦ μπορούμε νὰ περιγράψουμε, μπορεῖ καὶ νὰ συμβαίνει, καὶ αὐτὸ ποῦ ἀποκλείει ὁ νόμος τῆς αἰτιότητας, δὲν μπορούμε καὶ νὰ τὸ περιγράψουμε.
- 6.363 Ἡ διενέργεια τῆς ἐπαγωγῆς συνίσταται στὸ πῶς ἀποδεχόμαστε τὸν ἀπλούστερο νόμο ποῦ μπορεῖ νὰ ἔρθει σὲ συμφωνία μὲ τὶς ἐμπειρίες μας.
- 6.3631 Ἡ διενέργεια αὐτὴ δὲν στηρίζεται ὅμως λογικά, παρὰ μόνο ψυχολογικά.
Εἶναι φανερὸ πῶς δὲν ὑπάρχει κανένας λόγος νὰ πιστεύει

κάνεις πώς και τὸ ἀπλούστερο συμβάν θὰ συμβεῖ πραγματικά τώρα.

- 6.36311 Πὼς αὔριο θὰ βγεῖ ὁ ἥλιος, εἶναι μιὰ ὑπόθεση· καὶ αὐτὸ σημαίνει : Δὲν ξέρουμε ἂν θὰ βγεῖ.
- 6.37 Δὲν ὑπάρχει καταναγκασμὸς σύμφωνα μὲ τὸν ὁποῖο, κάτι πρέπει νὰ συμβεῖ, ἐπειδὴ ἔχει συμβεῖ κάτι ἄλλο. Ὑπάρχει μόνο *λογικὴ* ἀναγκαιότητα.
- 6.371 Ὁλόκληρη ἡ σύγχρονη κοσμοθεωρία βασίζεται στὴν πλάνη πὼς οἱ λεγόμενοι φυσικοὶ νόμοι ἀποτελοῦν ἐξηγήσεις τῶν φυσικῶν φαινομένων.
- 6.372 Ἔτσι οἱ ἄνθρωποι σταματοῦν μπροστὰ στοὺς φυσικοὺς νόμους σὰν μπροστὰ σὲ κάτι ἀπαραβίαστο, ὅπως οἱ παλαιότεροι μπροστὰ στὸ Θεὸ καὶ στὴ Μοίρα.
Καὶ οἱ δυὸ ἔχουν πραγματικά καὶ δίκιο καὶ ἄδικο.
Οἱ παλαιοὶ μιὰ φορὰ εἶναι σαφέστεροι στὸ βαθμὸ πού μὲ σαφήνεια ἀναγνωρίζουν ἓνα τέρμα, τὴν ὥρα πού στὸ νέο σύστημα εἶναι σὰ νὰ φαίνεται πὼς ὅλα ἔχουν ἐξηγηθεῖ.
- 6.373 Ὁ κόσμος εἶναι ἀνεξάρτητος ἀπὸ τὴ θέλησή μου.
- 6.374 Ἀκόμα καὶ ἂν συνέβαιναν, ὅλα ὅσα ἐπιθυμοῦμε, αὐτὸ θὰ ἦταν μόνο, θὰ λέγαμε, ἓνα χάρισμα τῆς μοίρας, γιατί δὲν ὑπάρχει καμιὰ *λογικὴ* ἀλληλεξάρτηση, ἀνάμεσα στὴ θέληση καὶ στὸν κόσμο, πού νὰ τὸ ἐγγυᾶται, καὶ ἡ ἴδια ἡ ὑποθετικὴ ἀλληλεξάρτηση στὴ φυσικὴ εἶναι πάλι κάτι πού δὲν μποροῦμε νὰ τὸ θελήσουμε ἐμεῖς.
- 6.375 Ὅπως ὑπάρχει μόνο *λογικὴ* ἀναγκαιότητα, τὸ ἴδιο ὑπάρχει μόνο *λογικὴ* ἀδυνατότητα.
- 6.3751 Εἶναι ἀδύνατο π.χ. νὰ ὑπάρχουν δυὸ χρώματα ταυτόχρονα στὸ ἴδιο σημεῖο τοῦ ὀπτικοῦ πεδίου, καὶ μάλιστα λογικά ἀδύνατο, γιατί αὐτὸ ἀποκλείεται ἀπὸ τὴ λογικὴ δομὴ τοῦ χρώματος.
Ἄς σκεφτοῦμε πὼς ἐμφανίζεται αὐτὴ ἡ ἀντίφαση στὴ φυ-

σική : περίπου έτσι – ένα σωματίδιο δεν μπορεί να έχει ταυτόχρονα δυο ταχύτητες· αυτό σημαίνει πώς δεν μπορεί να βρίσκεται ταυτόχρονα σε δυο τόπους· αυτό σημαίνει πώς σωματίδια που βρίσκονται σε διαφορετικούς τόπους δεν μπορούν ταυτόχρονα να είναι ταυτόσημα.

(Είναι φανερό πώς το λογικό γινόμενο δυο στοιχειωδών προτάσεων, δεν μπορεί να είναι ούτε ταυτολογία ούτε αντίφαση. 'Η άποφαντική πρόταση, πώς ένα σημείο του όπτικοῦ πεδίου έχει ταυτόχρονα δυο διαφορετικά χρώματα, αποτελεί αντίφαση.)

6.4 "Όλες οι προτάσεις είναι ισότιμες.

6.41 Το νόημα του κόσμου πρέπει να βρίσκεται έξω από τον κόσμο. Στον κόσμο όλα είναι, όπως είναι, και όλα συμβαίνουν, όπως συμβαίνουν· μέσα στον κόσμο δεν υπάρχει καμιά αξία – και αν υπήρχε, δε θα είχε καμιά αξία. "Αν υπάρχει μια αξία, που να έχει αξία, πρέπει να βρίσκεται έξω από όλα όσα συμβαίνουν και έχουν-έτσι. Γιατί όλα όσα συμβαίνουν και έχουν-έτσι είναι συμπτωματικά.

Αυτό που τὰ κάνει να μην είναι συμπτωματικά, δεν μπορεί να βρίσκεται μέσα στον κόσμο, γιατί τότε θα ήταν και αυτό συμπτωματικό.

Πρέπει να βρίσκεται έξω από τον κόσμο.

6.42 Για αυτό προτάσεις της ήθικης δεν μπορούν να υπάρχουν. Οι προτάσεις δεν μπορούν να εκφράζουν τίποτα ανώτερο·

6.421 Είναι φανερό πώς την ήθικη δεν μπορούμε να την εκφράσουμε με λέξεις.

'Η ήθικη είναι υπερβατική.

('Ηθικη και αισθητική είναι ένα.)

6.422 'Η πρώτη σκέψη διατυπώνοντας έναν ήθικη νόμο της μορφής «Οὐ...» είναι : «Και τι θα γίνει, αν δεν το κάνω;» Είναι όμως φανερό πώς η ήθικη δεν έχει να κάνει τίποτα με την τιμωρία και την άμοιβη με τη συνηθισμένη έννοια.

- Ἔτσι αὐτὴ ἡ ἐρώτηση γιὰ τὶς *συνέπειες* μιᾶς πράξης πρέπει νὰ εἶναι ἀδιάφορη. Τουλάχιστο αὐτὲς οἱ συνέπειες δὲν πρέπει νὰ εἶναι γεγονότα. Γιατὶ στὴν ἐρώτηση ἐκείνη ποὺ θέσαμε, κάτι πρέπει νὰ εἶναι τελικὰ σωστό. Πρέπει βέβαια νὰ ὑπάρχει ἓνα εἶδος ἠθικῆς ἀμοιβῆς καὶ ἠθικῆς τιμωρίας, ἀλλὰ αὐτὲς πρέπει νὰ βρίσκονται στὴν ἴδια τὴν πράξη. (Καὶ τοῦτο ἀκόμα εἶναι φανερό, πὼς ἡ ἀμοιβὴ πρέπει νὰ εἶναι κάτι εὐχάριστο, ἡ τιμωρία κάτι δυσάρεστο.)
- 4.423 Δὲν μπορεῖ νὰ γίνεταί λόγος γιὰ τὴ θέληση ὡς φορέα τῆς ἠθικῆς.
Καὶ ἡ θέληση ὡς φαινόμενο ἐνδιαφέρει μόνο τὴν ψυχολογία.
- 6.43 Ἐάν τὸ καλὸ ἢ τὸ κακὸ θέλημα ἀλλάζει τὸν κόσμον, δὲν μπορεῖ παρὰ νὰ ἀλλάζει μόνο τὰ ὅρια τοῦ κόσμου, ὄχι τὰ γεγονότα – ὄχι αὐτὸ ποὺ μπορεῖ νὰ ἐκφράζεται μὲ τὴ γλῶσσα. Κοντολογίς ὁ κόσμος μὲ τὸν τρόπο αὐτὸν πρέπει νὰ γίνῃ ὀλοσδιόλου ἓνας ἄλλος. Πρέπει, θὰ λέγαμε, ὡς σύνολο νὰ ἐλαττώνεται ἢ νὰ αὐξάνει.
Ἐὸ κόσμος τοῦ εὐτυχισμένου ἀνθρώπου εἶναι ἄλλος ἀπὸ τὸν κόσμον τοῦ δυστυχισμένου ἀνθρώπου.
- 6.431 Τὸ ἴδιο καὶ μὲ τὸ θάνατον ὁ κόσμος δὲν ἀλλάζει, ἀλλὰ σταματᾷ.
- 6.4311 Ἐὸ θάνατος δὲν εἶναι συμβάν τῆς ζωῆς. Τὸ θάνατον δὲν τὸν ζοῦμε.
Ἐάν μὲ τὴν αἰωνιότητα δὲν ἐννοοῦμε ἄπειρη χρονικὴ διάρκεια, ἀλλὰ ἀχρονικότητα, τότε αὐτὸς ποὺ ζεῖ στὸ παρὸν ζεῖ αἰώνια.
Ἐὸ ζωὴ μας εἶναι τὸ ἴδιο χωρὶς τέρμα, ὅπως τὸ ὀπτικὸ μας πεδίο εἶναι χωρὶς ὅρια.
- 6.4312 Ἐὸ διαχρονικὴ ἀθανασία τῆς ψυχῆς τοῦ ἀνθρώπου, δηλαδὴ ἡ αἰώνια συνέχιση τῆς ζωῆς τῆς ψυχῆς καὶ ὕστερα ἀπὸ τὸ θάνατον, ὄχι μόνο δὲν εἶναι ἐγγυημένη μὲ κανένα

τρόπο, αλλά πριν από όλα μια υπόθεση σαν αυτή δεν προσφέρει ούτε καν αυτό που ο άνθρωπος ζητούσε πάντα να πετύχει με αυτή. Μήπως λύνεται κανένα αίνιγμα με το πώς συνεχίζω να ζω αιώνια; 'Η αιώνια αυτή ζωή δεν είναι τότε το ίδιο αίνιγματική όπως ή παρούσα; 'Η λύση του αίνιγματος της ζωής στο χώρο και στο χρόνο βρίσκεται έξω από το χώρο και το χρόνο.

(Έδω δεν έχουμε βέβαια να λύσουμε προβλήματα των φυσικών επιστημών.)

- 6.432 Το πώς είναι ο κόσμος, είναι έντελως αδιάφορο για το ανώτερο. 'Ο Θεός δεν αποκαλύπτεται μέσα στον κόσμο.
- 6.4321 Τα γεγονότα ανήκουν όλα μόνο στο πρόβλημα, όχι στη λύση.
- 6.44 Το μυστικό στοιχείο δεν είναι πώς είναι ο κόσμος, αλλά πώς είναι.
- 6.45 'Η θεώρηση του κόσμου *sub specie aeterni* είναι ή θεώρησή του ως σύνολου — με όρια.
Το μυστικό στοιχείο είναι το αίσθημα του κόσμου ως σύνολου με όρια.
- 6.5 Σε μια απάντηση που δεν μπορεί κανείς να την εκφράσει με λόγια, ούτε την έρώτηση δεν μπορεί κανείς να την εκφράσει με λόγια.
Το αίνιγμα δεν υπάρχει.
'Αν γενικά μπορεί να τεθεί μια έρώτηση, τότε μπορεί να λάβει και απάντηση.
- 6.51 'Ο σκεπτικισμός δεν είναι ακαταμάχητος, αλλά φανερά ά-νόητος, όταν προβάλλει άμφιβολίες εκεί που δε μπαίνουν έρωτήσεις.
Γιατί άμφιβολία μπορεί να υπάρχει μόνο εκεί που υπάρχει έρώτηση· έρώτηση μόνο εκεί που υπάρχει απάντηση· και απάντηση μόνο εκεί που *μπορεί* να λέγεται κάτι.
- 6.52 Αισθανόμαστε πώς ακόμα και αν δοθούν απαντήσεις σε

ὅλες τὶς δυνατὲς ἐπιστημονικὲς ἐρωτήσεις, τὰ προβλήματα τῆς ζωῆς μας δὲν θὰ τὰ ἔχουμε κἀν ἀγγίξει. Φυσικὰ τότε δὲ μένει πιά καμιά ἐρώτηση· καὶ αὐτὸ ἀκριβῶς εἶναι ἡ ἀπάντηση.

- 6.521 Τῆ λύση τοῦ προβλήματος τῆς ζωῆς τὴ βλέπει κανεὶς στὸν ἐξαφανισμὸ τοῦ προβλήματος τῆς ζωῆς.
(Μήπως αὐτὸς εἶναι ὁ λόγος ποὺ οἱ ἄνθρωποι, στοὺς ὁποίους, ὕστερα ἀπὸ μακροχρόνιες ἀμφιβολίες, φανερώθηκε τὸ νόημα τῆς ζωῆς, δὲν μπόρεσαν νὰ ποῦν τί ἀποτελεῖ αὐτὸ τὸ νόημα;)
- 6.522 Χωρὶς ἄλλο ὑπάρχει αὐτὸ ποὺ δὲ λέγεται μὲ λόγια. Εἶναι αὐτὸ ποὺ *δείχεται*, τὸ μυστικὸ στοιχεῖο.
- 6.53 Ἡ σωστὴ μέθοδος τῆς φιλοσοφίας θὰ ἦταν στὴν πραγματικότητα αὐτὴ : Νὰ μὴ λέμε τίποτα ἐκτὸς ἀπὸ αὐτὸ ποὺ μπορεῖ νὰ εἰπωθεῖ, δηλαδὴ προτάσεις τῶν φυσικῶν ἐπιστημῶν – δηλαδὴ κάτι ποὺ δὲν ἔχει νὰ κάνει τίποτα μὲ τὴ φιλοσοφία – καὶ κάθε φορὰ ποὺ κάποιος ἄλλος θὰ ἤθελε νὰ πεῖ κάτι μεταφυσικό, νὰ τοῦ ἀποδείχνουμε πὼς ἄφησε τὰ σημεῖα, σὲ ὀρισμένες προτάσεις του, χωρὶς νὰ τοὺς προσδώσει μιὰ σημασία. Αὐτὴ ἡ μέθοδος δὲν θὰ ἱκανοποιουῖσε τὸν ἄλλον – δὲν θὰ εἶχε τὸ αἶσθημα πὼς τὸν διδάσκουμε φιλοσοφία – ἀλλὰ αὐτὴ θὰ ἦταν ἡ μόνη αὐστηρὰ σωστὴ μέθοδος.
- 6.54 Γιὰ ὅποιον μὲ καταλαβαίνει οἱ προτάσεις μου ἀποτελοῦν διευκρινίσεις, ὅταν, ἀφοῦ μὲ τὴ βοήθειά τους – πατώντας πάνω τους – τὶς ὑπερπηδήσει καὶ προχωρήσει πέρα ἀπὸ αὐτές, τελικὰ τὶς ἀναγνωρίσει ὡς στερημένες ἀπὸ νόημα. (Πρέπει, θὰ λέγαμε, νὰ πετάξει μακριὰ τὴν ἀνεμόσκαλα, ἀφοῦ ἀνέβει πρῶτα μὲ αὐτή.)
Πρέπει νὰ ξεπεράσει τὶς προτάσεις αὐτές καὶ τότε θὰ ἴδει τὸν κόσμον σωστά.
- 7 Γιὰ ὅσα δὲν μπορεῖ νὰ μιλάει κανεὶς, γιὰ αὐτὰ πρέπει νὰ σιωπᾷ.

ΣΗΜΕΙΩΣΗ ΓΙΑ ΤΗ ΜΕΤΑΦΡΑΣΗ*

Για τή μετάφραση τοῦ *Tractatus logico – philosophicus* τοῦ *L. Wittgenstein* χρησιμοποιήθηκαν τὸ γερμανικὸ πρωτότυπο στὴν ἔκδοση *Suhrkamp* (*Schriften I, Suhrkamp Verlag, Frankfurt a/M.* 1960) καὶ ἡ ἀγγλικὴ μετάφραση τῶν *D.F. Pears* καὶ *B.F. McGuinness* (Δεύτερη ἔκδοση 1963, *Routledge & Kegan Paul, London*).

Ἡ ἐλληνικὴ μετάφραση ἔγινε σὲ τρία στάδια. Ὁ Γ. Βαμβαλῆς ἔκανε μιὰ πρώτη κατὰ λέξη μετάφραση τοῦ γερμανικοῦ κειμένου (1ο στάδιο). Ἀκολούθησε ἔλεγχος αὐτῆς τῆς πρώτης μετάφρασης μὲ κριτήριον τὴν ἀκρίβεια τῆς ἀπόδοσης τοῦ γερμανικοῦ κειμένου μὲ συνεργασία Γ. Βαμβαλῆ καὶ Θ. Κιτσόπουλου (2ο στάδιο). Τέλος (3ο στάδιο) μὲ κριτήριον τὴν ἀκρίβεια καὶ τὴ γλώσσα (μὲ παράλληλη ἀντιπαραβολὴ τῆς ἀγγλικῆς μετάφρασης) συνεργάστηκαν ὁ Ζ. Λορεντζάτος καὶ ὁ Θ. Κιτσόπουλος : τελικὴ ἐπεξεργασία τοῦ κειμένου. Στὴν τελευταία τούτη φάση ἔγινε προσπάθεια νὰ μεταφερθεῖ καὶ διατηρηθεῖ στὴ γλώσσα μας ἡ ἔνταση τῆς γλώσσας τοῦ *Wittgenstein* χωρὶς νὰ θιγεῖ ἡ ἀκρίβεια – προσπάθεια δύσκολη καί, μπορεῖ, παράτολμη γλωσσικά.

Ἡ μετάφραση τοῦ *Tractatus* ποὺ παρουσιάζουμε ἐδῶ θὰ πρέπει νὰ θεωρηθεῖ ὡς ἓνα πρῶτο πλησίασμα τοῦ κειμένου τοῦ *Wittgenstein*. Γιὰ αὐτὸ κρίνουμε σκόπιμο νὰ παραθέσουμε τὸν πίνακα-γλωσσάρι ποὺ ἀκολουθεῖ ὥστε νὰ διευκολύνουμε κάπως τὸν ἀναγνώστη (καὶ ἴσως μάλιστα νὰ ἦταν χρήσιμο, τὸ διάβασμα τοῦ *Tractatus* νὰ ἀρχίζε ἀπὸ τὸν πίνακα αὐτόν). Διαφωτιστικὸ γιὰ τὸν τρόπο ἀρίθμησης τῶν προτάσεων καὶ τὴ δομὴ τοῦ *Tractatus* θεωρήσαμε τὸ κείμενο τοῦ *E. Stenius* (τὸ μετάφρασε ὁ Μ. Καραβάς), ποὺ ἐπίσης παραθέτουμε. Τὴν εὐθύνη τῆς μετάφρασης τὴ φέρνει ἀκέραιη ὁ Θ. Κιτσόπουλος καὶ ἐπόμενο εἶναι πὼς ἂν ὑπάρχουν μεταφραστικὰ λάθη, αὐτὰ βαρύνουν ἀποκλειστικὰ τὸν ἴδιο.

* Copyright : Θανάσης Κιτσόπουλος, Ἀθήνα, 1971.