

Η ΤΥΠΙΚΗ ΛΟΓΙΚΗ ΚΑΙ Η ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΤΗΣ ΓΝΩΣΗΣ*

Ἡ τυπικὴ λογικὴ θεωρεῖται ἐδῶ, ὄχι ὡς ὁ τυπικὸς λογισμὸς, ἀλλὰ ὡς ἡ θεωρία τῶν λογικῶν ιδιοτήτων καὶ σχέσεων, ὅπως, γιὰ παράδειγμα, τῆς σχέσης τῆς συνεπαγωγῆς (inference) καὶ τῆς ιδιότητος τῆς μὴ ἀντιφατικότητος (consistency). Μὲ αὐτὴ τὴ σημασία, ἡ τυπικὴ λογικὴ εἶναι μιὰ μεταθεωρία καὶ εἶναι ταυτόσημη μὲ τὸ συντακτικὸ καὶ τὴ σημασιολογία τῶν τυποποιημένων γλωσσῶν. Μὲ τὴ σημασιολογία, ἐννοοῦμε ἐδῶ, τὴ θεωρία τῶν προτύπων (model), ποὺ δημιουργήθηκε ἀπὸ τὸν A. Tarski καὶ ἄλλους μαθηματικούς (τοὺς A. Mostowski, J. Lós, L. Henkin, J. G. Kemeny). Πρέπει νὰ ὑπογραμμίσουμε ὅτι ἡ τυπικὴ λογικὴ δὲν ἀσχολεῖται μὲ πραγματολογικὰ ζητήματα, ὅσον ἀφορᾷ τὴ γλώσσα καὶ τὴ σκέψη. Ἐδῶ τὸ πραγματολογικὸ τὸ ἐννοοῦμε ὅπως ὁ Charles Morris¹.

Μιὰ θεωρία τῆς γνώσης καὶ τῆς ἀνάπτυξής της, οἰκοδομημένη μέσα στὴν τυπικὴ λογικὴ, δὲν εἶναι παρὰ μιὰ ἀφαίρεση. Πράγματι, ἐδῶ ἀντιπαρέρχομαι πολλὰ σημαντικὰ γνωρίσματα τῆς ἀνθρώπινης γνώσης καὶ τῆς πραγματικῆς της ἀλλαγῆς καὶ ἀνάπτυξης.

Τὸ πρόβλημα εἶναι: μπορεῖ ἡ τυπικὴ λογικὴ νὰ μᾶς πεῖ κάτι γιὰ τὴν ἀνάπτυξη τῆς γνώσης; Νομίζω ὅτι μπορεῖ. Νομίζω, γιὰ νὰ χρησιμοποιήσω μιὰ ὑποβλητικὴ ὀρολογία, ὅτι μποροῦμε νὰ κατασκευάσουμε, σὲ ἀντίθεση μὲ τὴν τωρινὴ συγχρονικὴ λογικὴ, κάτι σὰν διαχρονικὴ τυπικὴ λογικὴ². Πρέπει νὰ προστεθεῖ ὅτι ἡ διαχρονικὴ λογικὴ, δὲν μπορεῖ νὰ εἶναι παρὰ μόνο μιὰ ἐφαρμογὴ ἐννοιῶν, θεωρημάτων καὶ μεθόδων ποὺ χρησιμοποιοῦνται στὴ συγχρονικὴ λογικὴ, στὸ πρόβλημα τῆς ἀλλαγῆς τῆς ἀνθρώπινης γνώσης. Θὰ χρησιμοποιήσω ἐδῶ, λ.χ. τὴν ἐννοια τοῦ συνολο-θεωρητικοῦ ὀρίου, τὴν ἐννοια τοῦ ὑπο-προτύπου καὶ τὴν πράξη τῆς σχετικοποίησης τῶν δεσμευμένων μεταβλητῶν.

Τὶς βασικὲς ιδέες τῆς διαχρονικῆς τυπικῆς λογικῆς τὶς δημοσίευσα στὴν Πολωνικὴ γλώσσα πρὶν ἀπὸ ὀχτῶ χρόνια³. Τότε χρησιμοποίησα ρητὰ τὶς ἐννοιες ποὺ ἀναφέρθηκαν πρὶν ἀνω.

Ἐπάρχει ἓνα φιλοσοφικὸ ὑπόστρωμα, πίσω ἀπὸ τὴν διαχρονικὴ λογικὴ, ἀλλὰ εἶναι μιὰ μεγάλη ἱστορία γιὰ τὴν ὁποία δὲν θὰ πῶ πολλὰ πράγματα. Εἶναι ἀρκετὸ νὰ ἀναφερθῶ στὸ Evolutionstendenzen der Begriffsapparaturen ποὺ θεώρησε ὁ μακαρίτης ὁ δάσκαλός μου Kazimierz Ajdukiewicz στὴ

*Ἀπὸ τὸ Problems in the Philosophy of Science, ἐκδότες Imre Lakatos καὶ A. Musgrave (North-Holland, Amsterdam 1968). Ἔδεια συγγραφέα.

μελέτη του πάνω στον λεγόμενο ριζικό συμβατισμό⁴. 'Εξάλλου, ή διαχρο- νική λογική έχει μερικούς συγκεκριμένους δεσμούς με τις γενικές ιδέες του διαλεκτικού ύλισμοῦ.

1. Όταν ασχολούμαστε, στην τυπική λογική, με τὸ φαινόμενο τῆς γνώ- σης, λαβαίνουμε ὑπόψη τὰ διατεταγμένα ζεύγη (Y, A) πὸ ὀνομάζονται ἐπι- στημολογικὲς ἀντιθέσεις ἢ, γιὰ συντομία, E-ἀντιθέσεις. Τὸ πρῶτο μέλος Y ὀνομάζεται ἐδῶ τὸ ὑποκείμενο ἢ ὁ νοῦς, καὶ τὸ δεύτερο μέλος A ὀνομάζεται τὸ ἀντικείμενο ἢ ὁ κόσμος γιὰ τὸ νοῦ στὴν δοσμένη ἐπιστημολογικὴ ἀντί- θεση. Καὶ τὰ δυὸ μέλη εἶναι πολὺπλοκες δομές, πὸ θὰ περιγραφοῦν παρα- κάτω. Τὸ κύριο συστατικὸ τοῦ ὑποκειμένου εἶναι μιὰ τυποποιημένη γλώσ- σα L καὶ τὸ ἀντικείμενο A , τὸ συσχετισμένο μετὰ τὸ ὑποκείμενο, εἶναι ἓνα ὑπόδειγμα τῆς L .

Λαμβάνω ἐδῶ ὑπόψη μου μόνο στοιχειώδεις τυποποιημένες γλώσσες καὶ τὰ κλασικὰ (δηλ. δίτιμα) πρότυπα, γνωστὰ, λ.χ., ἀπὸ τὸ βιβλίο τοῦ Tarski *Undecidable Theories* (Amsterdam, 1953).

Μιλώντας αὐστηρὰ, κάθε πρότυπο γλώσσας εἶναι συνάρτηση ἰδιαίτερου τύπου. Αὐτὴ ἀντιστοιχίζει στὶς μεταβλητὲς ἓνα ὄχι κενὸ σύνολο λόγου Ω (universe of discourse), καὶ σὲ κάθε (μὴ-λογικὴ) σταθερὰ K μιὰ κατάλληλη ὑποσήμεανση $d(K)$, πὸ εἶναι μιὰ συνολο-θεωρητικὴ ὄντοτητα (ἓνα ἐπιμέ- ρους ἄτομο, ἓνα σύνολο, μιὰ σχέση ἢ μιὰ συνάρτηση), κατὰ μιὰ ὀρισμένη ἔννοια, πάνω στὸ Ω .

Σύμφωνα με μιὰ ἄλλη ὀρολογία, πρότυπο εἶναι ἀκριβῶς ἢ συνολοθεωρη- τικὴ δομὴ $(\Omega; d(K_1), d(K_2), \dots)$ ἢ ὀποία ἀποτελεῖται ἀπὸ τὸν κόσμο Ω καὶ ἀπὸ ὄλες τὶς ὑποσημάνσεις $d(K_v)$ πὸ ἀποδόθηκαν στὶς σταθερὲς ἀπὸ τὸ πρότυπο μετὰ τὴν προηγούμενη αὐστηρὴ ἔννοια. 'Εδῶ χρησιμοποιοῦ τὴ δεύ- τερη ὀρολογία. Τὰ πρότυπα, στὴν πρώτη σημασία, μποροῦμε νὰ τὰ ὀνομά- σουμε ὑποδειγματοποιούσες συναρτήσεις (modelling-functions).

Θεωρῶ ὡς γνωστὸ πῶς ἂν δοθεῖ μιὰ ὑποδειγματοποιούσα συνάρτηση ἢ, ἰσοδύναμα, τὸ πρότυπο γιὰ μιὰ γλώσσα, μπορεῖ κανεὶς νὰ ὀρίσει τὶς ἔννοιες τῆς ἱκανοποίησης, τῆς ὑποσήμεανσης, τῆς ἀλήθειας καὶ τοῦ ψεύδους.

Τὸ ὑποκείμενο, ἢ ἡ γλώσσα, ἐφοδιάζεται μετὰ κάποια σχέση συνεπείας (consequence) καὶ μετὰ τὸ ἀντίστοιχο σύνολο ταυτολογιῶν. Γνωρίζουμε ὅτι ἢ θεωρία τῶν προτύπων, μᾶς ἐπιτρέπει νὰ ὀρίσουμε, ὅταν δοθεῖ ἢ γλώσσα L , μιὰ σχέση συνεπείας C_n , ἢ ὀποία, σύμφωνα μετὰ τὸ θεώρημα τῆς πληρότη- τας τοῦ Gödel, εἶναι ἢ ἴδια μετὰ τὴν σχέση τῆς συνεπείας πὸ γεννοῦν στὴν L οἱ γνωστοὶ λογικοὶ κανόνες τῆς συνεπαγωγῆς. Γράφουμε $C_n(X)$ γιὰ τὸ σύνολο ὄλων τῶν προτάσεων, πὸ συνάγονται ἀπὸ τὸ σύνολο τῶν προτάσεων X . Τὸ σύνολο $C_n(\emptyset)$, ὅπου \emptyset εἶναι τὸ κενὸ σύνολο, εἶναι ἀκριβῶς τὸ σύνολο τῶν ταυτολογιῶν, δηλ. τὰ θεωρήματα τοῦ κλασικοῦ τυπικοῦ λογισμοῦ.

2. 'Η ὑποδειγματοποιούσα συνάρτηση καὶ οἱ δευτερεύουσες σημασιολο- γικὲς σχέσεις (ἱκανοποίηση, ὑποσήμεανση, ἀλήθεια, ψεῦδος κτλ.) ἀποτελοῦν

τὸν ἐπιστημολογικὸ δεσμὸ μεταξὺ ὑποκειμένου καὶ ἀντικειμένου, ὅπως τὸν βλέπουμε στὴν τυπικὴ λογικὴ. Μποροῦμε νὰ ποῦμε ὅτι σὲ μιὰ E-ἀντίθεση τὸ ὑποκείμενο μιᾶ ἢ σκέφτεται γιὰ τὸ ἀντικείμενο καὶ τὰ μέρη ποὺ τὸ ἀποτελοῦν, διαμέσου τῶν σημασιολογικῶν σχέσεων ἀνάμεσα στὸ ὑποκείμενο καὶ στὸ ἀντικείμενο. Γιὰ παράδειγμα, τὸ ὑποκείμενο κάνει ἀποφάνσεις (assertions) γιὰ τὸ ἀντικείμενο. Τὸ σύνολο τῶν ἀποφάνσεων, ποὺ μποροῦν νὰ ὀνομαστοῦν *θεωρήματα*, εἶναι συστατικὸ μέρος τοῦ ὑποκειμένου.

Μποροῦμε νὰ θεωρήσουμε ὅτι τὸ σύνολο Θ εἶναι σχεδὸν-πεπερασμένο. Τοῦτο σημαίνει ὅτι ἀποτελεῖται ἀπὸ ἓνα πεπερασμένο ἀριθμὸ προτάσεων καὶ ἀπὸ πεπερασμένο ἀριθμὸ προτασιακῶν σχημάτων. Πιὸ σημαντικὴ ὑπόθεση σχετικὰ μὲ τὸ σύνολο Θ εἶναι ἡ ἀκόλουθη: τὸ Θ εἶναι ἓνα μὴ ἀντιφατικὸ καὶ ὄχι πλήρες σύνολο προτάσεων, δηλαδή, $C_n(\Theta) \neq L$ καί, γιὰ κάποια πρόταση φ , οὔτε ἡ φ οὔτε ἡ ἄρνησή της $\sim \varphi$ ἀνήκει στὸ $C_n(\Theta)$. Κατὰ συνέπεια, τὰ σύνολα Θ καὶ $C_n(\Theta)$ δὲν συμπίπτουν μὲ τὰ σύνολα $Ver(A)$ ὅλων τῶν προτάσεων, ποὺ εἶναι ἀληθεῖς, σχετικὰ μὲ τὸ ἀντικείμενο A . Σημειώστε πῶς δὲν θεωροῦμε ὅτι τὸ Θ εἶναι ὑποσύνολο τοῦ $Ver(A)$: ἐπιτρέπουμε στὸ ὑποκείμενο νὰ κάνει λάθη.

Τώρα, θὰ πρέπει νὰ λάβουμε ὑπόψη, κατὰ κάποιο τρόπο, τὴ διάκριση μεταξὺ *ἀναλυτικοῦ* καὶ *συνθετικοῦ*. Μπορεῖ κανεὶς νὰ πεῖ ὅτι τὸ ὑποκείμενο εἶναι ἐφοδιασμένο μὲ μερικὲς ἀρχὲς τοῦ σκέπτεσθαι οἱ ὁποῖες εἶναι ἡ πηγὴ τῶν ἀναλυτικῶν θεωρημάτων. Τὸ λογικὸ μέρος τῶν ἀρχῶν τοῦ σκέπτεσθαι περιλαμβάνεται ἀκριβῶς στὴ σχέση συνεπείας C_n . Ἔτσι, τὸ σύνολο Θ τῶν θεωρημάτων μπορεῖ νὰ περιέχει μερικὲς λογικὲς ἀλήθειες, δηλ. ταυτολογίες, ποὺ μποροῦμε νὰ ἔχουμε μὲ καθαρὰ λογικὴ σκέψη. Οἱ μὴ-λογικὲς ἀρχὲς τοῦ σκέπτεσθαι μποροῦν νὰ ἀντιπροσωπευθοῦν μὲ ἓνα σύνολο B . Οἱ προτάσεις τοῦ B μποροῦν νὰ ὀνομαστοῦν *ἀξιώματα*. Ὑποθέτουμε ὅτι τὸ σύνολο B δὲν περιέχει ταυτολογίες. Καὶ μπορεῖ νὰ θεωρηθεῖ ὅτι τὸ σύνολο B εἶναι σχεδὸν-πεπερασμένο.

Ἀργότερα, θὰ κάνω κάποια βασικὴ ὑπόθεση σχετικὰ μὲ τὸ σύνολο B , ἀπὸ τὴν ὁποία συνάγεται ὅτι τὸ σύνολο B εἶναι ὑποσύνολο τοῦ Θ . Κατὰ συνέπεια τὸ σύνολο B , ὅπως τὸ σύνολο Θ , εἶναι μὴ ἀντιφατικὸ καὶ μὴ πλήρες σύνολο προτάσεων. Ἀκόμη, συνάγεται ἀπὸ ἐκείνη τὴν ὑπόθεση, ὅτι κάθε πρόταση τοῦ B εἶναι ἀληθινή, δηλαδή ὅτι $B \subseteq Ver(A)$ ἢ, ἰσοδύναμα, $C_n(B) \subseteq Ver(A)$. Καὶ οἱ προτάσεις τοῦ B συμπεριφέρονται ὡς ἐξωλογικὲς ἀρχὲς τοῦ σκέπτεσθαι. Συνεπῶς, τὸ σύνολο $C_n(B)$ μπορεῖ νὰ ταυτισθεῖ μὲ τὸ σύνολο τῶν ἀναλυτικῶν προτάσεων στὴν δεδομένη E-ἀντίθεση. Τὸ σύνολο $C_n(B)$ περιλαμβάνει, βέβαια, ὅλες τὶς ταυτολογίες.

Οἱ E-ἀντιθέσεις ἐμφανίζονται τώρα ὡς τετράδες τοῦ ἀκόλουθου τύπου: $[(L, B, \Theta), A]^5$. Θὰ ἔπρεπε νὰ σᾶς ὑπενθυμίσω ὅτι δομές, ὡς ἓνα βαθμὸ ὅμοιες μὲ τὶς δικές μας τετράδες, ὀνομάστηκαν ἀπὸ τὸν Carnap *σημασιολογικὰ συστήματα*. Εἶναι εὐκόλο νὰ δεῖ κανεὶς, ὅτι ὅταν ἔχουμε μιὰ E-ἀντίθεση, ὅπως πιὸ πάνω, οἱ ἐκφράσεις τῆς γλώσσας L ἔχουν ὀρισμένες ἐντάσεις (intensions) καὶ ὀρισμένες ἐκτάσεις (extensions) μὲ τὴν ἔννοια τοῦ Carnap⁶.

Καί μ' αὐτὸ τὸν τρόπο, μποροῦμε νὰ ἀναπτύξουμε τὴ θεωρία τῆς ἔντασης ξεκινώντας ἀπὸ τὸ ζεύγος $[L, Cn(B)]$. Ἀπὸ τὴν ἄλλη, ἡ ἀντίστοιχη θεωρία τῆς ἔκτασης πρέπει νὰ λάβει ὑπ' ὄψη τῆς τὸ ἀντικείμενο A ἢ τουλάχιστο τὸ πλήρες σύνολο $Ver(A)$ ὅλων τῶν ἀληθινῶν προτάσεων. Οἱ ἐκτάσεις μποροῦν νὰ ταυτιστοῦν μὲ σύνολα καὶ σχέσεις ποὺ δρίζονται γιὰ τὸ L καὶ τὸ A^7 .

3. Οἱ παρατηρήσεις ποὺ ἔγιναν πιὸ πάνω, ἀναφορικὰ μὲ τὶς E -ἀντιθέσεις, ἀνήκουν στὴ συγχρονικὴ τυπικὴ λογικὴ. Γιὰ νὰ προχωρήσουμε παρακάτω, χρειαζόμαστε μερικὲς διαχρονικὲς ιδέες. Στὴ διαχρονικὴ τυπικὴ λογικὴ, λαμβάνουμε ὑπ' ὄψη τοὺς μετασχηματισμοὺς τῶν E -ἀντιθέσεων. Ὁ μετασχηματισμὸς τῆς E -ἀντίθεσης E στὴν E -ἀντίθεση E^* μπορεῖ νὰ συμβολιστεῖ μὲ τὸν ἀκόλουθο τρόπο: E/E^* , ἢ, μὲ περισσότερη λεπτομέρεια, ὡς

$$[(L, B, \Theta), A] / [(L^*, B^*, \Theta^*), A^*].$$

Θέλουμε νὰ καταστήσουμε ἀκριβὲς ποιοὶ ἀπὸ τοὺς μετασχηματισμοὺς τῶν E -ἀντιθέσεων μποροῦν νὰ θεωρηθοῦν βήματα στὴν ἀνάπτυξη τῆς γνώσης. Τὴν ἀνάπτυξη τῆς γνώσης ἀντιλαμβανόμαστε ἐδῶ, ὡς τὴ διαδικασία τοῦ γνωρίζω παραπάνω γιὰ περισσότερα (πράγματα). Ἡ διαδικασία αὐτὴ μπορεῖ νὰ ἐκτυλιχθεῖ μὲ πολλοὺς τρόπους. Σκοπεύω νὰ συζητήσω ἐδῶ μόνο μερικὰ γενικὰ γνωρίσματα, ποὺ μπορεῖ νὰ βρεῖ κανεὶς στὴν ἀνάπτυξη τῆς γνώσης καὶ νὰ διευκρινισθοῦν μὲ στοιχειώδεις μετασχηματισμοὺς τῶν E -ἀντιθέσεων.

4. Ἄς ἐξετάσουμε τὴν ἀπλούστερη περίπτωση, στὴν ὁποία τὸ ἀντικείμενο δὲν ἀλλάζει: $A = A^*$. Συνεπῶς, ἡ γλώσσα δὲν ἀλλάζει ἐπίσης: $L = L^*$. Ἔτσι πρέπει νὰ θεωρήσουμε τὸν ἀκόλουθο μετασχηματισμὸ: $[(L, B, \Theta), A] / [(L, B^*, \Theta^*), A]$. Αὐτοῦ τοῦ εἴδους οἱ μετασχηματισμοί, εἶναι χαρακτηριστικὰ τῆς ἐξελικτικῆς διαδικασίας τῆς ἔρευνας τοῦ δεδομένου αντικειμένου.

Ἄς διακρίνουμε τὴν ὑποπερίπτωση ὅπου τὰ ἀξιώματα δὲν ἀλλάζουν: $B = B^*$. Ὑπάρχουν πολλοὶ τρόποι σύμφωνα μὲ τοὺς ὁποίους τὸ σύνολο Θ μπορεῖ νὰ μετασχηματιστεῖ σ' ἓνα νέο σύνολο Θ^* . Τοὺς μετασχηματισμοὺς αὐτοὺς μελετοῦν οἱ μεθοδολογίες τῶν εἰδικῶν ἐπιστημῶν καὶ δὲν θὰ τοὺς ἀναφέρω. Ἐδῶ μᾶς ἐνδιαφέρουν οἱ γενικὲς καὶ τυπικὲς ιδιότητες τῶν μετασχηματισμῶν τῶν ἀποφάνσεων (assertion). Δυστυχῶς δὲν μπορῶ νὰ βρῶ ἓνα γενικὸ τυπικὸ γνώρισμα τοῦ μετασχηματισμοῦ Θ/Θ^* , ποὺ θὰ ἦταν χαρακτηριστικὸ γιὰ τὴν ἀνάπτυξη τῆς γνώσης. Σημειῶστε ὅτι τὸ ὑποκείμενο μπορεῖ νὰ διορθώσει παλαιὰ σφάλματα καὶ νὰ διαπράξει καινούρια.

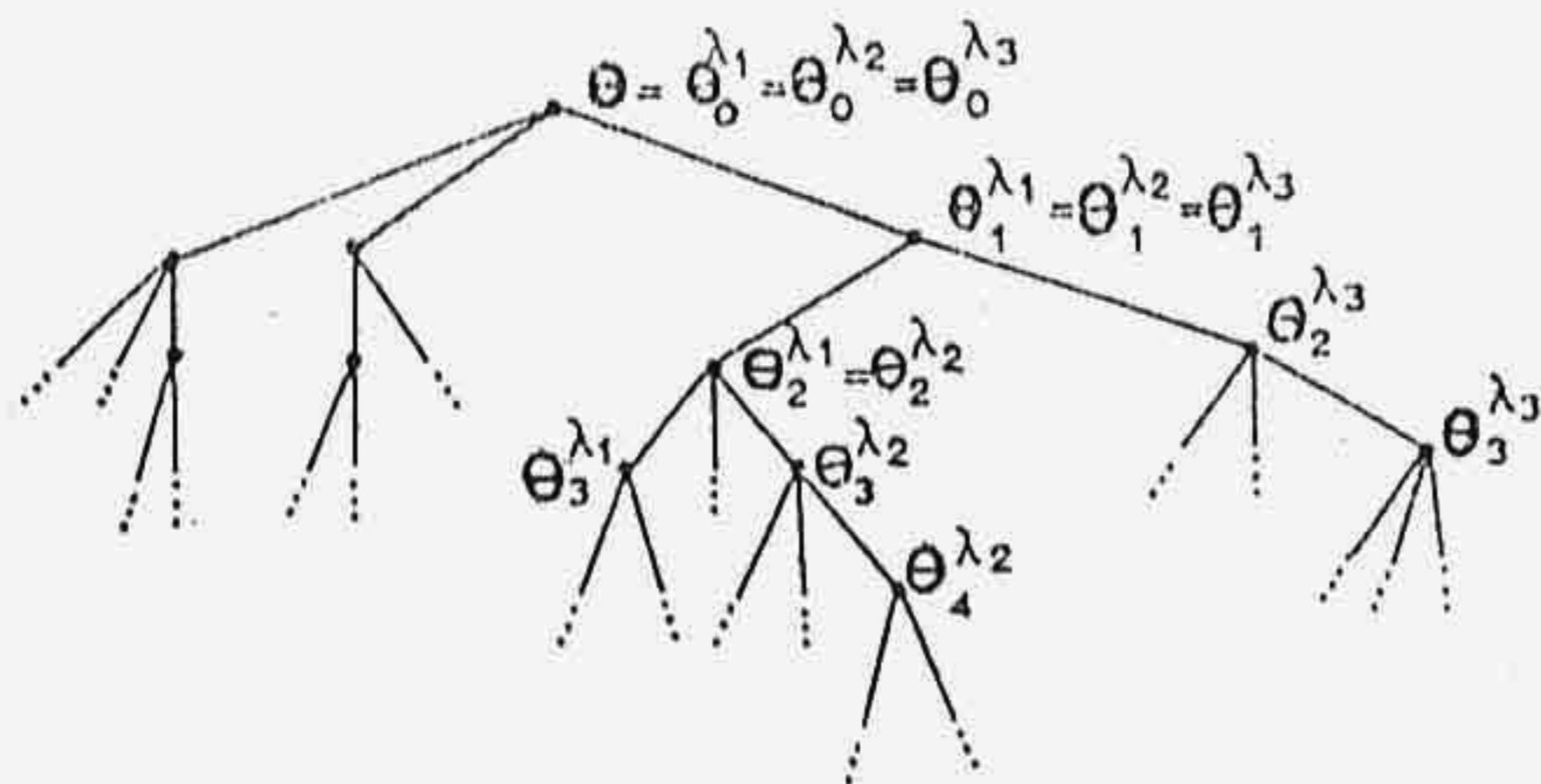
Μολοντοῦτο, τὸ πρόβλημα δὲν εἶναι ὀλότελα ἄλυτο. Χρειάζεται μόνο νὰ θεωρήσουμε μιὰ δυνατὴ ἄπειρη ἀκολουθία ἀπὸ μετασχηματισμοὺς:

$$\Theta_0 = \Theta_0, \Theta_0 / \Theta_1, \Theta_1 / \Theta_2, \dots, \Theta_n / \Theta_{n+1}, \dots$$

ὅπου $\Theta_n \neq \Theta_{n+1}$. Βέβαια αὐτὴ εἶναι ἐξιδανίκευση. Ἀλλὰ τώρα μποροῦμε νὰ διατυπώσουμε μιὰν ὑπόθεση, ποὺ νὰ λέει, ὅτι τὸ ὑποκείμενο ἀναζητᾷ τὴν

ἀλήθεια. Δηλαδή, θεωρούμε ότι κάθε δυνατή ἄπειρη ἀκολουθία μετασχηματισμῶν, ὅπως ἡ πιὸ πάνω, εἶναι μιὰ διαδικασία προσέγγισης στὸ ὄριο καὶ τὸ συνολο-θεωρητικὸ τῆς ὄριο εἶναι ἀκριβῶς τὸ σύνολο ὅλων τῶν ἀληθινῶν προτάσεων: $\lim \Theta = \text{Ver}(A)$. Τοῦτο σημαίνει ὅτι (1) κάθε ψευδῆς πρόταση ἀνήκει τὸ πολὺ σὲ πεπερασμένο ἀριθμὸ συνόλων Θ_v καὶ (2) κάθε ἀληθῆς πρόταση ἀνήκει σὲ ὅλα σχεδὸν τὰ σύνολα Θ_v (μὲ τὴν ἐξαίρεση ἑνὸς πεπερασμένου ἀριθμοῦ τῶν)⁸.

Εἶναι εὐκόλο νὰ καταλάβουμε ὅτι, δὲν μπορούμε νὰ ἐπιλέξουμε ὁποιαδήποτε συγκλίνουσα σειρὰ μετασχηματισμῶν, ὅπως ἡ πιὸ πάνω, καὶ νὰ προστάξουμε τὸ ὑποκείμενο νὰ συμπεριφέρεται μὲ τὸν προκαθορισμένο αὐτὸ τρόπο. Ἀντίθετα, πρέπει νὰ ἐφοδιάσουμε τὸ ὑποκείμενο μὲ μερικὰ σύνολα δυνατοτήτων γιὰ τὴν ἐπιστημολογικὴ του συμπεριφορά. Ἔτσι λέμε ὅτι τὸ ὑποκείμενο εἶναι ἐφοδιασμένο μὲ μιὰ ὄχι κενὴ οἰκογένεια Φ ἀπὸ ἄπειρες ἀκολουθίες δυνατῶν συνόλων ἀπὸ προτάσεις: $\Phi = \{\Theta_v^\lambda\}$. Τὰ σύνολα Θ_v^λ εἶναι μὴ ἀντιφατικὰ καὶ μὴ πλήρη καὶ ἐκπληρώνουν τὸν ὄρο: $\Theta_v^\lambda \neq \Theta_{v+1}^\lambda$. Ἡ οἰκογένεια Φ ἔχει τὴ δομὴ ἑνὸς ἄπειρου δέντρου ποὺ μπορεῖ νὰ παρασταθεῖ μὲ τὸ ἀκόλουθο διάγραμμα:



Θεωρούμε ὅτι κάθε σειρὰ στὴν Φ , δηλ. κάθε κλάδος τοῦ δέντρου, ἀρχίζει μὲ τὸ σύνολο Θ , μὲ πραγματικὰ δηλωμένα θεωρήματα, καὶ συγκλίνει πρὸς τὸ σύνολο $\text{Ver}(A)$.

Οἱ E-ἀντιθέσεις ἔχουν τώρα τὸν τύπο $((L, B, \Theta, \Phi), A)$ καὶ οἱ μετασχηματισμοὶ τοὺς ὁποίους θεωροῦμε τώρα

$$((L, B, \Theta, \Phi), A) / ((L, B, \Theta^*, \Phi^*), A)$$

συνίστανται στὸ ὅτι $\Theta^* = \Theta_\lambda^*$ γιὰ κάποιο λ καὶ ὅτι τὸ Φ^* ἐξισοῦται μὲ τὸ ὑπο-δέντρο ποὺ ἀρχίζει μὲ τὸ Θ_λ^* . Ἡ διαδικασία αὐτὴ μπορεῖ νὰ συνεχιστεῖ ἐπ' ἄπειρο. Καὶ γι' αὐτὴν δὲν μπορούμε νὰ ποῦμε περισσότερα.

Τώρα μπορούμε νὰ διατυπώσουμε τὸν ὄρο ποὺ ἀναφέρθηκε πιὸ πάνω σχετικὰ μὲ τὸ σύνολο B τῶν ἀξιωμάτων. Δηλαδή, ὑποθέτουμε τὶς ἀκόλουθες σχέσεις συμπερίληψης:

$$B \subset \Phi^1 \subset Cn(B),$$

όπου Φ^1 είναι τὸ κοινὸ μέρος συνόλων τοῦ Φ , δηλ. ἡ συνολο-θεωρητικὴ τομὴ ὄλων τῶν συνόλων Θ_v^{λ} . Αὐτὴ ἡ συνθήκη χαρακτηρίζει ὅλες τὶς προτάσεις τοῦ B ὡς ὀρισμένες ἀρχές τοῦ σκέπτεσθαι. Οἱ σχέσεις μας σημαίνουν ὅτι οἱ προτάσεις τοῦ B θὰ βεβαιωθοῦν σὲ κάθε δυνατὴ διαδικασία, ὅπως πῶς πάνω, καὶ ὅτι καμιά πρόταση, ποὺ δὲν προέρχεται ἀπὸ τὰ ἀξιώματα, δὲν μπορεῖ πράγματι νὰ βεβαιωθεῖ γιὰ πάντα, σὲ ὁποιαδήποτε διαδικασία, ὅπως τὶς πῶς πάνω.

Οἱ τελευταῖες συμπεριλήψεις καὶ ἡ συνθήκη τῆς σύγκλισης συνεπάγονται ὅτι κάθε ἀξίωμα εἶναι ἀληθές $B \subset Ver(A)$. Συνεπῶς $Cn(B) \subset Ver(A)$, δηλ. κάθε ἀναλυτικὴ πρόταση εἶναι ἀληθής. Ἀπὸ αὐτὸ βγαίνει ὅτι τὰ σφάλματα, δηλ. οἱ ψευδεῖς προτάσεις ποὺ βεβαιώνονται, μποροῦν νὰ βρεθοῦν μόνο μέσα στὴ διαφορὰ $\Theta - Cn(B)$.

Ἡ ἐξελικτικὴ διαδικασία τῆς διερεύνησης μέσα στὸ δεδομένο ἀντικείμενο (τὸ A καὶ τὸ L εἶναι σταθερά) περιλαμβάνει ἐπίσης τὴν περίπτωσι, κατὰ τὴν ὁποία, τὰ ἀξιώματα ἀλλάζουν: $B \neq B^*$. Τὸ σύνολο τῶν ἀξιωματῶν μπορεῖ νὰ ἀλλάξει στὴν ἀνάπτυξη τῆς γνώσης. Ἀλλὰ τὰ ἀξιώματα μποροῦν νὰ ἀλλάξουν μ' ἓνα εἰδικὸ μόνο τρόπο. Δὲν μποροῦν νὰ ἀνασκευαστοῦν⁰ σὲ καμιά διαδικασία στὴν ὁποία τὸ ἀντικείμενο δὲν ἀλλάζει. Ἐνα ἀξίωμα μπορεῖ νὰ σταματήσει νὰ εἶναι ἀξίωμα καὶ μπορεῖ ἀκόμη νὰ μὴ βεβαιωθεῖ στὸ ἐπόμενο στάδιο. Ἀλλὰ ὅμως ὑποθέτουμε ὅτι τὰ ἀξιώματα μποροῦν νὰ ἀλλάξουν (B/B^*) μὲ τέτοιο τρόπο ὥστε νὰ ἰσχύει ἡ ἀκόλουθη συμπερίληψη: $B \subset Cn(B^*)$ ἢ, ἰσοδύναμα, $Cn(B) \subset Cn(B^*)$. Τοῦτο σημαίνει ὅτι ἡ ἀναλυτικὴ εἶναι σταθερὴ (μόνιμη) ιδιότητα.

Μπορεῖ νὰ συμβεῖ $Cn(B) = Cn(B^*)$, δηλ. τὰ σύνολα B καὶ B^* νὰ εἶναι ἰσοδύναμα. Σ' αὐτὴ τὴν περίπτωσι ἔχουμε *συστηματοποίηση τῶν ἀξιωματῶν*.

Ἄν τὰ σύνολα B καὶ B^* δὲν εἶναι ἰσοδύναμα [$Cn(B) \neq Cn(B^*)$ καὶ $Cn(B) \subset Cn(B^*)$], τότε ἔχουμε *ἐνδυνάμωσι τῶν ἀξιωματῶν*. Μπορεῖ λ.χ. νὰ συμβεῖ, κάποια ἀληθὴ πρόταση τοῦ $\Theta - Cn(B)$, ποὺ βεβαιώνεται ἀλλὰ δὲν εἶναι ἀναλυτικὴ, νὰ ἀλλάξει τὸν ἐπιστημολογικὸ της χαρακτήρα καὶ νὰ γίνῃ ἀξίωμα. Οἱ μετασχηματισμοὶ αὐτοῦ τοῦ εἴδους ἐπισημάνθηκαν ἀπὸ τοὺς ὀπαδοὺς τοῦ συμβατισμοῦ καὶ εἰδικὰ ἀπὸ τὸν Ajdukiewicz, μὲ τὸν ριζικὸ του συμβατισμό. Μπορεῖ νὰ ὑπάρξει ἐπίσης ἓνας συνδυασμὸς δύο βημάτων: μιὰ πρόταση, ποὺ δὲν βεβαιώθηκε, νὰ βεβαιωθεῖ στὸ ἐπόμενο στάδιο καὶ τότε νὰ μετατραπῇ σὲ ἀξίωμα.

5. Ἡ ἐξελικτικὴ διαδικασία διερεύνησι στὸ δεδομένο ἀντικείμενο ἀντιστοιχεῖ μὲ ἓνα στάδιο στὴν κανονικὴ ἐπιστήμη (μὲ τὴν ὀρολογία τοῦ T. S. Kuhn, στὸ βιβλίο του *The Structure of Scientific Revolutions* (Chicago, 1962)). Εἶναι σημαντικό νὰ προσέξουμε ὅτι ἡ τυπικὴ περιγραφή τῆς ἀνάπτυξι τῆς γνώσης, ἀναγνωρίζει ὄχι μόνο ἐξελικτικὲς διαδικασίες, ποὺ ἀναφέρθηκαν πῶς πάνω, ἀλλ' ἐπίσης μερικὰ *ἐπαραστατικὰ* βήματα.

Στὴν ἐξελικτικὴ διαδικασία (τὸ A καὶ τὸ L εἶναι σταθερά) παρατηρήσαμε

τῆ σύγκλιση συνόλων ἀπὸ βεβαιώσεις καὶ τῆ σταθερότητα ἀναλυτικῶν προτάσεων, δηλ. τῆ διατήρηση ἀξιωμάτων. Ἀπὸ τὴν ἄλλη μεριά, στὴν ἐπαναστατικὴ διαδικασίᾳ δὲν ὑπάρχει σύγκλιση καὶ ἡ δυνατικὴ διατήρηση ἀξιωμάτων (ἢ σταθερότητα τῶν ἀναλυτικῶν προτάσεων) ἰσχύει στὶς σημαντικὲς περιπτώσεις, μόνο περιορισμένα.

Πρέπει τώρα νὰ ἐξετάσουμε τοὺς μετασχηματισμοὺς τῶν E-ἀντιθέσεων στοὺς ὁποίους τὸ ἀντικείμενο ἀλλάζει: $A \neq A^*$. Εἶναι σαφὲς ὅτι ὑπάρχει μόνο μία γενικὴ λογικὴ ὑπόθεση ποὺ μπορεῖ νὰ γίνῃ σχετικὰ μὲ τὴν ἀλλαγὴ ἀντικειμένου στὴν ἀνάπτυξη τῆς γνώσης. Εἶναι ἡ ὑπόθεση ὅτι τὸ προηγούμενο ἀντικείμενο A εἶναι ὑπο-πρότυπο τοῦ τελευταίου ἀντικειμένου A^* . Καὶ λέμε ὅτι τὸ πρότυπο A^* εἶναι μιὰ προέκταση τοῦ προτύπου A καὶ γράφουμε: $A \subset A^*$.

Ἡ ἐννοια ποὺ μόλις μπάσαμε εἶναι ἀκριβὴς, ἀλλὰ κάπως περίπλοκη καὶ θὰ δώσω ἐδῶ μόνο μιὰ σύντομη πληροφοριακὴ περιγραφή της. Ἐὰν $A \subset A^*$, τότε τὸ πρότυπο A^* ἀποτελεῖται κατὰ κάποια ἐννοια, ἀπὸ δύο μέρη: $A^* = A_1 \dot{+} A_2$. Τὸ πρῶτο μέρος A_1 ἀντιστοιχεῖ, ὡς πρὸς τὴν δομὴ του, στὸ προηγούμενο πρότυπο A , ἀλλ' εἶναι, κατὰ κάποιο τρόπο, μεγαλύτερό του. Γιὰ παράδειγμα, ὁ κόσμος Ω^* τοῦ προτύπου A^* , εἶναι πάντοτε ἓνα ὑπερσύνολο, σὲ σύγκριση, μὲ τὸν κόσμο Ω τοῦ προτύπου A : $\Omega \subset \Omega^*$, χωρὶς νὰ ἀποκλείεται ἡ ἰσότης. Τὸ δεύτερο μέρος A_2 περιέχει νέα σύνολα καὶ σχέσεις, ποὺ δὲν ἀντιστοιχοῦν σὲ καμιὰ ἔκφραση στὴν παλιὰ γλῶσσα L . Συνάγεται ὅτι ἂν τὸ δεύτερο μέρος τοῦ καινούριου προτύπου, δὲν εἶναι κενό, τότε ἡ νέα γλῶσσα L^* εἶναι εὐρύτερη ἀπὸ τὴν παλιά.

Συνεπῶς, ἀπὸ τὴν ὑπόθεση ὅτι τὸ παλαιὸ ἀντικείμενο A εἶναι ὑπο-πρότυπο τοῦ καινούριου ἀντικειμένου A^* , συνάγεται ὅτι ἡ παλιὰ γλῶσσα εἶναι ὑπο-γλῶσσα τῆς καινούργιας: $L \subset L^*$.

Κάθε μετασχηματισμὸς μιᾶς E-ἀντίθεσης, ἢ ἀνάπτυξη τῆς γνώσης, ὅπου ἀλλάζει τὸ ἀντικείμενο, ἔχει τὴν ἀκόλουθη μορφή¹⁰:

$$((L, B, \Theta), A) / ((L^*, B^*, \Theta^*), A^*),$$

ὅπου $A \subset A^*$ καὶ $L \subset L^*$.

Μπορεῖ κανεὶς νὰ μελετήσῃ διάφορες σχέσεις ποὺ ὑπάρχουν ἀνάμεσα σὲ δύο E-ἀντιθέσεις, οἱ ὁποῖες μετασχηματίστηκαν κατ' αὐτὸν τὸν τρόπο. Μποροῦμε, λ.χ., νὰ μελετήσουμε τὰ σύνολα $Ver(A)$ καὶ $Ver(A^*)$ τῶν ἀληθινῶν προτάσεων. Πρέπει νὰ σημειωθεῖ ἐδῶ ὅτι μπορεῖ νὰ συμβεῖ μιὰ πρόταση τοῦ L ἀληθινὴ στὸ A , νὰ εἶναι ψευδὴς στὸ A^* ἢ ἀντίστροφα. Ὑπάρχουν πολλὲς ἄλλες σχέσεις, ποὺ ἀφοροῦν, γιὰ παράδειγμα, τὴν ἱκανοποίηση, τὴν προσδιοριστικότητα κ.ο.κ., οἱ ὁποῖες εἶναι γνωστὲς στὴ σημασιολογία τῶν ὑπο-προτύπων. Ἀλλὰ δὲν θὰ προχωρήσω σὲ λεπτομέρειες.

Ἡ ἀλήθεια καὶ τὸ ψεῦδος δὲν εἶναι οἱ πιὸ σημαντικοὶ παράγοντες ἐδῶ, γιατί τὸ σύνολο τῶν ἀληθινῶν προτάσεων δὲν εἶναι συστατικὸ μέρος τοῦ ὑποκειμένου. Περισσότερο μᾶς ἐνδιαφέρουν τὰ σύνολα τῶν βεβαιώσεων καὶ τῶν ἀξιωμάτων. Ἀναρωτιόμαστε ποιὲς γενικὲς τυπικὲς συνθήκες ἱκα-

νοποιοϋνται αναφορικά με αυτά τὰ σύνολα στὴν πρόοδο κατὰ ἓνα βῆμα στὴν ἀνάπτυξη τῆς γνώσης στὴν ὁποία τὸ ἀντικείμενο ἀλλάζει.

Ὅταν ἐπεκτείνεται τὸ ἀντικείμενο, ἡ ἀλήθεια μπορεῖ νὰ μετατραπῆ σὲ ψεῦδος, ὅπως παρατηρήσαμε πῶς πάνω. Ἀλλὰ τὸ ὑποκείμενο ἀναζητᾷ τὴν ἀλήθεια. Ἐπομένως, τὸ ὑποκείμενο θὰ ἀλλάξει τὶς βεβαιώσεις του. Δυστυχῶς, καὶ πάλι, εἶναι ἀδύνατο νὰ βροῦμε μιὰ γενικὴ τυπικὴ ιδιότητα αὐτῆς τῆς ἀλλαγῆς. Ἀλλὰ νομίζω, ὅτι τὸ ὑποκείμενο διατηρεῖ τὰ ἀξιώματα, τουλάχιστον ὡς ἓνα ὀρισμένο σημεῖο. Ἡ ὑπόθεση, ὅτι τὸ παλαιὸ ἀντικείμενο εἶναι ὑπο-πρότυπο τοῦ καινούριου, μᾶς ἐπιτρέπει νὰ διατυπώσουμε αὐτὴ τὴν ὑπόθεση, κατὰ ἓνα ἀκριβῆ τρόπο.

6. Μπορεῖ κανεὶς νὰ διακρίνει διαφορετικοὺς εἰδικούς τρόπους, κατὰ τοὺς ὁποίους ἓνα πρότυπο A εἶναι ὑπο-πρότυπο τοῦ A^* . Ἀναφέρω ἐδῶ δυὸ γενικὲς περιπτώσεις.

Στὴν πρώτη περίπτωση ὁ κόσμος δὲν ἀλλάζει: $\Omega = \Omega^*$. Ἀπὸ αὐτὸ συνάγεται ὅτι καὶ οἱ ὑποσημάνσεις τῶν σταθερῶν τῆς παλαιᾶς γλώσσας L δὲν ἀλλάζουν. Ἐπομένως, τὸ πρῶτο μέρος A_1 τοῦ καινούριου ἀντικειμένου εἶναι τὸ ἴδιο μὲ τὸ παλαιὸ ἀντικείμενο. Κατὰ συνέπεια, τὸ δεύτερο μέρος A_2 δὲν εἶναι κενὸ καὶ ἡ καινούρια γλώσσα L^* περιέχει νέες σταθερές.

Στὴν περίπτωση αὐτὴ ἡ τιμὴ ἀλήθειας τῶν προτάσεων τῆς παλαιᾶς γλώσσας L δὲν ἀλλάζει. Τὰ παλαιὰ ἀξιώματα, ἦταν ἀληθινὰ, στὸ προηγούμενο ἀντικείμενο κι εἶναι ἀληθινὰ ἐπίσης στὸ καινούριο ἀντικείμενο: $B \subset \text{Ver}(A)$ καὶ $B \subset \text{Ver}(A^*)$. Ἐπομένως, μποροῦμε νὰ θεωρήσουμε ὅτι $B \subset \text{Cn}(B^*)$ ἢ, ἰσοδύναμα, $\text{Cn}(B) \subset \text{Cn}(B^*)$. Αὐτὴ εἶναι ἡ ἀρχὴ τῆς *δυναμικῆς διατήρησης τῶν ἀξιωμάτων* δηλ. τῆς σταθερότητας τῶν ἀναλυτικῶν προτάσεων. Αὐτὴ εἶναι ἡ συνθήκη, πὺ μποροῦμε νὰ ἐπιβάλουμε στὰ σύνολα τῶν ἀξιωμάτων, στὶς περιπτώσεις, πὺ ὁ κόσμος δὲν ἀλλάζει. Εἶναι, βέβαια, ἡ ἴδια συνθήκη πὺ ἐπιβάλαμε στὴν ἐξελικτικὴ διαδικασία, κατὰ τὴν ὁποία, τὸ ἀντικείμενο δὲν ἀλλάζει καθόλου.

Τὰ ἀξιώματα κι οἱ ἀναλυτικὲς προτάσεις συμπεριφέρονται ἐδῶ ($\Omega = \Omega^*$, $L \subset L^*$, $L \neq L^*$), ὅπως καὶ κατὰ τοὺς ἐξελικτικούς μετασχηματισμούς. Ὡστόσο τὸ ὑποκείμενο ἀποκτᾷ τώρα μερικὲς νέες ιδιότητες καὶ σχέσεις στὸν δεδομένο σταθερὸ κόσμο καὶ καινούριες ἔννοιες ἀναδύονται στὸ ὑποκείμενο. Τοῦτο μπορεῖ νὰ τὸ θεωρήσουμε ὡς *ἀσθενῆ ἐπανάσταση* στὸ ὑποκείμενο.

Ἡ δεύτερη περίπτωση, πὺ μελετοῦμε ἐδῶ, ἔχει ἓνα ἰσχυρὸ ἐπαναστατικὸ χαρακτήρα. Ὁ κόσμος τώρα μεγαλώνει: $\Omega \subset \Omega^*$ ἀλλὰ $\Omega \neq \Omega^*$. Ὑποθέτω ὅτι μεταξὺ τῶν νέων σταθερῶν, τῆς καινούριας γλώσσας L^* , ὑπάρχει μιὰ σταθερὰ φ , ἓνα «μοναδιαῖο» κατηγορημα, πὺ ὑποσημαίνει (σύμφωνα μὲ τὴν καινούρια ὑποδειματοποιούσα συνάρτηση) τὸν παλαιὸ κόσμο: $d(\varphi) = \Omega$. Διαδοχικὰ, λαβαίνουμε ὑπόψη μας τὴν πράξη τῆς σχετικοποίησης τῶν δεσμευμένων μεταβλητῶν ὡς πρὸς τὸ κατηγορημα φ . Αὐτὸ συνίσταται στὴν ἀντικατάσταση τῶν ἀπεριορίστων ποσοδειχτῶν Λ, V (γιὰ ὅλα τὰ x , γιὰ μερικὰ x)

x) με τούς αντίστοιχους ποσοδείχτες, πού περιορίζονται στο κατηγορημα φ:

$$\underset{x}{\Lambda} [\text{άν } \varphi(x) \text{ τότε. . .}], \quad \underset{x}{V} [\varphi(x) \text{ και. . .}]$$

Ἡ πράξη τῆς σχετικοποίησης τῶν δεσμευμένων μεταβλητῶν μᾶς ἐπιτρέπει νά διατυπώσουμε τήν ἀρχή τῆς περιορισμένης δυνητικῆς διατήρησης τῶν ἀξιωμάτων.

Ἄν a εἶναι πρόταση τῆς προηγούμενης γλώσσας L , ἀληθῆς στο προηγούμενο ἀντικείμενο A , τότε (ὅπως μπορεῖ νά ἀποδειχθεῖ), ἡ πρόταση a πού εἶναι τὸ ἀποτέλεσμα τῆς σχετικοποίησης τῶν δεσμευμένων μεταβλητῶν τῆς a εἶναι ἀληθῆς καὶ στο ἀντικείμενο A^* . Μπορεῖ νά ἐκτελέσει κανεὶς, αὐτὴ τὴν πράξη, σ' ὄλοκληρο τὸ σύνολο B τῶν προηγουμένων ἀξιωμάτων. Αὐτὰ ἦταν ἀληθῆ στο A , δηλαδή $B \subset \text{Ver}(A)$ καὶ οἱ προτάσεις στο σχετικοποιημένο σύνολο $B\varphi$, εἶναι ἀληθεῖς στο A^* , δηλ. $B\varphi \subset \text{Ver}(A^*)$. Ἀπὸ τὴν ἄλλη μεριά τὰ νέα ἀξιώματα εἶναι ἐπίσης ἀληθινὰ στο νέο ἀντικείμενο A^* : $B^* \subset \text{Ver}(A^*)$ ἢ, ἰσοδύναμα, $C_n(B^*) \subset \text{Ver}(A^*)$.

Τώρα μποροῦμε νά ὑποθέσουμε ὅτι $B\varphi \subset C_n(B^*)$. Αὐτὴ εἶναι ἡ ἀρχὴ τῆς περιορισμένης δυνητικῆς διατήρησης τῶν ἀξιωμάτων, πού ἐπιβάλλουμε στοὺς μετασχηματισμοὺς τῶν E -ἀντιθέσεων στὶς ὁποῖες τὸ ἀντικείμενο ἀλλάζει μὲ τέτοιο τρόπο ὥστε ὁ κόσμος νά μεγαλώνει. Αὐτὴ εἶναι μιὰ συνθήκη, πού ἀφορᾷ τὸ σύνολο B τῶν νέων ἀξιωμάτων. Σημαίνει ὅτι τὸ ὑποκείμενο λαμβάνει ὑπ' ὄψη του, μόνο ἐκεῖνα τὰ νέα ἀξιώματα, πού τοῦ ἐπιτρέπουν νά ἀποδείξει τὰ παλαιὰ ἀξιώματα, ὅταν αὐτὰ περιοριστοῦν στο παλαιὸ πεδίο τοῦ λόγου¹¹.

Ὁ ἐπαναστατικὸς χαρακτήρας τοῦ βήματος, πού μόλις μελετήθηκε, συνίσταται στο ἀκόλουθο. Ὅπως παρατηρήσαμε πρὶν ἄνω, μερικὲς προτάσεις ἀλλάζουν τὴν τιμὴ ἀληθείας τους. Ἐπομένως, τὸ ὑποκείμενο πού ἀναζητᾷ τὴν ἀλήθεια ἀπορρίπτει μερικὲς ἀπὸ τὶς βεβαιώσεις του, συμπεριλαμβανομένων καὶ μερικῶν ἀξιωμάτων. Τὸ σύνολο τῶν ἀξιωμάτων κατασκευάζεται ξανά ἐξ ὄλοκληρου, κι αὐτὸ εἶναι μιὰ *ἰσχυρὴ ἐπανάσταση* στο ὑποκείμενο.

7. Προσπάθησα νά παρουσιάσω μερικὲς βασικὲς ιδέες διαχρονικῆς λογικῆς. Τὸ θέμα εἶναι κάπως τεχνικὸ καὶ κατ' ἀνάγκη, πρέπει νά παραλείψω μερικὰ σημαντικὰ σημεῖα. Γιὰ νά εἶμαι σύντομος, δὲν ἔδωσα κανένα ἐπεξηγηματικὸ παράδειγμα¹². Ὡστόσο, θὰ ἤθελα νά καταλήξω μὲ μερικὲς γενικὲς παρατηρήσεις. Κατασκευάσαμε ἓνα τυπικὸ πλαίσιο γιὰ ὀρισμένες ἀφηρημένες δομὲς καὶ γιὰ μερικὲς σχέσεις ἀνάμεσά τους. Τὸ τυπικὸ τοῦτο πλαίσιο, μπορεῖ νά μελετηθεῖ καθαυτὸ, χωρὶς καμιά ἐπιστημολογικὴ ἐρμηνεία. Τὸ μαθηματικὸ ἐγχείρημα πού συνδέεται μὲ τὴν τυπικὴ λογικὴ εἶναι πράγματι πολὺ σημαντικό. Ὡστόσο, τὸ ἐνδιαφέρον καὶ σημαντικό πρᾶγμα πού θὰ ἤθελα νά τονίσω ἐδῶ εἶναι ἀκριβῶς ἡ ἐπιστημολογικὴ ἐρμηνεία τοῦ τυπικοῦ πλαισίου.

Ἡ ἐφαρμογὴ τῆς σύγχρονης τυπικῆς λογικῆς στὰ κλασικὰ φιλοσοφικὰ προβλήματα, στάθηκε ἡ ἐντελῶς συνειδητὴ ιδέα πού καθοδήγησε τὸν Adju-

kiewicz. Ἡ ἄποψή μου εἶναι κάπως πιὸ ἀπλή. Πιστεύω ὅτι ἡ τυπικὴ λογικὴ, δηλ. τὸ συντακτικὸ καὶ ἡ σημασιολογία τῶν τυποποιημένων γλωσσῶν, εἶναι ἀπλούστατα μιὰ ἀφηρημένη, τυπικὴ καί, βέβαια, στενὴ θεωρία τῶν ἐπιστημολογικῶν ἰδιοτήτων τοῦ ἀνθρώπινου ὑποκειμένου καὶ τῶν σχέσεών του μετὰ τὴν πραγματικότητα. Εἰδικά, ἡ ἔννοια τῆς ἀλήθειας, σύμφωνα μετὰ τὴν θεωρία τῶν προτύπων, δὲν εἶναι, κατὰ τὴν γνώμη μου, ἄλλο ἀπὸ τὴν κλασικὴ φιλοσοφικὴ ἔννοια τῆς ἀλήθειας ὡς συμφωνίας ἀνάμεσα στὴ σκέψη καὶ στὴν πραγματικότητα.

Προχωρώντας κατ' αὐτὸν τὸν τρόπο, μπορεῖ κανεὶς νὰ ἐρμηνεύσει, τὰ δύο θεωρήματα τοῦ Gödel, περὶ τοῦ ἀδυνάτου τῆς παραγωγῆς (καὶ μαζί τὸ θεώρημά του τῆς πληρότητας) καὶ τὸ θεώρημα τοῦ Tarski γιὰ τὸ ἀδύνατο τοῦ ὀρισμοῦ τῆς ἔννοιας τῆς ἀλήθειας, ὡς εἰδικὰ γνωρίσματα τοῦ ὑποκειμένου. Θὰ μπορούσαμε νὰ τὰ παρουσιάσουμε στὸ πλαίσιο μας, ἂν ἐφοδιάζαμε τὸ ὑποκείμενο μετὰ κάποιο εἶδος αὐτο-συνειδησίας. Δηλαδή, ἐπιτρέπουμε στὸ ὑποκείμενο νὰ μιλάει ἢ νὰ σκέφτεται γιὰ τὸν ἑαυτό του χρησιμοποιώντας τοὺς ἀριθμοὺς τοῦ Gödel ἢ διὰ μέσου μιᾶς στοιχειώδους σύνταξης, ποὺ ἐνσωματώνεται σὲ αὐτό. Τὸ ὑποκείμενο, μπορεῖ νὰ περιλαμβάνει μερικὰ σημασιολογικὰ στοιχεῖα τοῦ ἑαυτοῦ του (βλέπε τίς σημασιολογικὰ κλειστὲς θεωρίες τοῦ Montague). Ἀλλά, σύμφωνα μετὰ τὰ θεωρήματα ποὺ ἀναφέραμε πιὸ πάνω, τὸ ὑποκείμενο δὲν μπορεῖ νὰ δηλώσει, μετὰ πλήρη γενικότητα, τὸ γεγονὸς ὅτι μιλάει γιὰ τὸ ἀντικείμενο.

Ἄν περάσουμε τώρα στὴ διαχρονικὴ λογικὴ, μποροῦμε νὰ ρωτήσουμε τί μπορεῖ νὰ πεῖ τὸ ὑποκείμενο ποὺ ἐφοδιάστηκε μετὰ σημασιολογικὲς ἔννοιες σχετικὰ μετὰ τὸν ἑαυτό του, γιὰ τὰ προηγούμενα καὶ μελλοντικά του στάδια. Προβλήματα, ὅπως αὐτό, φαίνονται νὰ ἔχουν ἐνδιαφέρον καὶ ἡ λύση τους μπορεῖ νὰ ρίξει κάποιο φῶς στὸ πῶς βλέπουμε τὸ παρελθὸν καὶ τὸ μέλλον τῆς γνώσης μας.

Τέλος, πρέπει νὰ πῶ κάτι σχετικὰ μετὰ τίς ἐφαρμογὲς τοῦ ἐπιστημολογικοῦ σχήματος ποὺ παρουσιάστηκε ἐδῶ. Εἶμαι λιγάκι σκεπτικιστὴς σ' αὐτὸ τὸ σημεῖο. Πιστεύω ὅτι ἡ διαχρονικὴ λογικὴ μπορεῖ νὰ δώσει μόνο μερικὲς γενικὲς πληροφορίες σχετικὰ μετὰ τὴν ἀνάπτυξη τῆς ἀνθρώπινης γνώσης. Αὐτὴ εἶναι μιὰ ἀπλή συνέπεια τῆς φύσης τῆς ἴδιας τῆς τυπικῆς λογικῆς. Ἡ τυπικὴ λογικὴ, συγχρονικὴ ἢ διαχρονικὴ, εἶναι μιὰ ἀφηρημένη θεωρία, ἡ ὁποία δὲν μελετᾷ τίς μὴ-τυπικὲς ἢ «πραγματικὲς» ὀψεις τῆς ἀνθρώπινης γνώσης. Μποροῦμε νὰ προσπαθήσουμε νὰ ἐφαρμόσουμε τὸ τυπικὸ σχῆμα τῆς διαχρονικῆς λογικῆς στὴν ἀνάπτυξη τῶν μαθηματικῶν καὶ τῶν φυσικῶν ἐπιστημῶν. Ἀλλά τὰ ἀποτελέσματα θὰ εἶναι, νομίζω, μόνο γενικὰ καὶ προσεγγιστικά. Αὐτὸ ὅμως δὲν με ἐνοχλεῖ πολὺ. Εἶναι ἀρκετὸ νὰ ἔχουμε μιὰ καθαρὴ διατύπωση τοῦ τί εἶναι ἡ ἀνάπτυξη τῆς γνώσης καὶ νὰ ἀναγνωρίσουμε μερικὰ γενικὰ τυπικὰ γνωρίσματα αὐτῆς τῆς διαδικασίας.

*Μετάφραση: Κλεῖτος Ἰωαννίδης
Ἐπιμέλεια, ὀρολογία: Π.Χ.*

Σημειώσεις

1. «... είναι επαρκώς ακριβής ο χαρακτηρισμός του πραγματολογικού αν λέγαμε ότι ασχολείται με τις βιοτικές όψεις της σημειολογίας, δηλαδή, με όλα τα ψυχολογικά, βιολογικά και κοινωνιολογικά φαινόμενα που παρουσιάζονται στη λειτουργία των σημείων». C. W. Morris, *Foundations of the Theory of Signs, International Encyclopedia of Unified Science*, I, No 2, Chicago, 1938, σ. 30.

2. Συγκρίνετε τη διάκριση ανάμεσα στη συγχρονική και στη διαχρονική γλωσσολογία, την όποια έκανε ο Ferdinand de Saussure στο *Cours de linguistique générale*, Lausanne, 1916.

3. «Logika formalna a niektóre zagadnienia teorii poznania», *Mysl Filozoficzna* 2/28 (27-56), 3/29 (34-67), Warszawa, 1957.

4. «Das Weltbild und die Begriffsapparatur», *Erkenntnis* 4 (1934), σ. 259-287.

5. Παραλείπω τη σχέση συνεπειας C_n και τα άλλα δευτερεύοντα συστατικά του υποκειμένου.

6. R. Carnap, *Meaning and Necessity*, Chicago, 1958 (δεύτερη έκδοση συμπληρωμένη). Για μιὰ άπλουστευμένη και γενική έκδοχή της θεωρίας του Carnap βλπ. τὸ άρθρο μου «An Essay in the formal theory of intension and extension», *Studia Logika* 20 (1967) σ. 7-34. (Σημ. τοῦ συγγραφέα).

Έτσι αποδόθηκαν οί ὅροι intensio και extensio. Ἡ intensio μιᾶς έννοιας έγκείται στις ιδιότητες ή ποιότητες ποῦ τή συνιστοῦν. Ἡ extensio της συνίσταται στα αντικείμενα ποῦ υπάγονται σ' αὐτήν. Αὐτή ή διάκριση είναι περίπου ή ίδια με τή διάκριση ανάμεσα στην προτασιακή συνάρτηση μιᾶς μεταβλητῆς ενῶ ή extensio είναι μία κλάση. [ΣτΕ].

7. Μπορεῖ κανείς νά διευρύνει τὸ πρότυπο A προσθέτοντας σ' αὐτὸ ὅλες τις έκτάσεις με τήν πιὸ πάνω σημασία (γενικευμένες έννοιες). Τὸ αποτέλεσμα αὐτῆς τῆς διεύρυνσης θά μπορούσε νά ὀνομαστει ή σημασιολογική κάλυψη (closure) τοῦ πρότυπου A. Φαίνεται πιὸ φυσικὸ νά ταυτίσουμε τὸ αντικείμενο με τή σημασιολογική κάλυψη κάποιου πρότυπου στην αντίστοιχη γλώσσα μέσα στο υποκείμενο.

8. Κάθε σφάλμα θά διορθώνεται για πάντα και κάθε ἀλήθεια θά συλλαμβάνεται για πάντα. Με πιὸ ακριβή διατύπωση: (1) για κάθε πεπερασμένο σύνολο X ἀπὸ ψευδεις προτάσεις υπάρχει ένας ἀριθμὸς p, ἔτσι ποῦ για κάθε n μεγαλύτερο ἀπὸ τὸ p τὰ σύνολα X και Θ_n αποκλείονται ἀμοιβαία και (2) για κάθε πεπερασμένο σύνολο Y ἀπὸ ἀληθινές προτάσεις υπάρχει ένας ἀριθ-

μός q , έτσι πού για κάθε n μεγαλύτερο από τὸ q , τὸ σύνολο Y περιλαμβάνεται στὸ σύνολο Θ_n .

9. Ἀνασκευὴ πρότασης σημαίνει βεβαίωση τῆς ἄρνησῆς της.

10. Στὴν περιγραφή τοῦ ὑποκειμένου παραλείπω ἐδῶ τὰ δέντρα τῶν ἀκολουθιῶν ἀπὸ δυνατὰ σύνολα βεβαιώσεων.

11. Μποροῦν νὰ υπάρξουν περισσότερες συνθῆκες πού νὰ ἱκανοποιοῦνται ἀπὸ τὸ σύνολο B^* τῶν νέων ἀξιωμάτων. Για παράδειγμα, μπορεῖ νὰ υποθεθεῖ ὅτι οἱ προτάσεις $\forall x \varphi(x)$, $\forall x \delta\chi\iota \varphi(x)$ βρίσκονται ἀνάμεσα στὰ καινούργια ἀξιώματα.

12. Ἐτοιμάζω ἓνα ἐκτεταμένο κείμενο πάνω στὴ διαχρονικὴ λογικὴ, πού περιλαμβάνει τὸ φιλοσοφικὸ της ὑπόστρωμα καὶ ὀρισμένες ἐφαρμογές.