Louis de BROGLIE
καὶ Georges LOCHAK, Alberto BESWICK, Jose VASSALO - PEREIRA

ΕΝΤΟΠΙΣΜΟΣ, ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ ΚΑΙ ΑΒΕΒΑΙΟΤΗΤΕΣ ΣΤΗΝ ΚΥΜΑΤΙΚΗ ΜΗΧΑΝΙΚΗ*

Εἰσαγωγή

Ἡ ἐπικαιρότητα ποὺ ἀνάκτησαν ἐδῶ καὶ δέκα περίπου χρόνια οἱ συζητήσεις σχετικὰ μὲ τὸ γενικὸ πρόβλημα τῆς πληρότητας ἢ μὴ τῶν κβαντικῶν θεωριῶν, καθὼς καὶ σχετικὰ μὲ τὴν ὕπαρξη λανθανουσῶν παραμέτρων πίσω ἀπὸ τὸ στατιστικὸ σχῆμα ποὺ ἰσχύει τώρα, ἀπαιτεῖ ἀπὸ μᾶς ὁρισμένα σχόλια ποὺ θὰ ἀναπτύξουμε σὲ τοῦτο τὸ ἄρθρο.

Καταρχήν, θὰ παρατηρήσουμε ὅτι πιστεύουμε πὼς ἡ γενικὴ κι ἀφηρημένη συζήτηση τοῦ προβλήματος τῶν λανθανουσῶν παραμέτρων εἶναι ἐπικίνδυνη καὶ δὲν ὑπόσχεται πολλά. Γιὰ νὰ δικαιολογήσουμε τὸ σκεπτικισμό μας, φτάνει ν' ἀναρωτηθοῦμε ποῦ θὰ εἶχαν καταλήξει οἱ θεωρητικοὶ τοῦ 19ου αἰώνα ἂν εἶχαν δοκιμάσει ν' ἀπαντήσουν στὸ γενικὸ ἐρώτημα: «Ὑπάρχουν μήπως ἀμέτρητα ὄντα σὲ συνεχὴ καὶ ἀκατάστατη κίνηση, ποὺ σ' αὐτὰ θὰ ὀφείλονταν οἱ νόμοι τῆς θερμοδυναμικῆς;»

Μᾶλλον δὲν θὰ εἶχαν καταλήξει πουθενά, καὶ ξέρουμε πώς, στὴν πραγματικότητα, οἱ νεότερες στατιστικὲς θεωρίες γεννήθηκαν ἀπὸ τὴ μελέτη πολὺ συγκεκριμένων μοντέλων τῶν ἀτόμων πού, ὅμως, δὲν ἔμοιαζαν παρὰ ἐλάχιστα στὴν εἰκόνα ποὺ ἔχουμε σχηματίσει σήμερα γι' αὐτά. Παρόμοια, πιστεύουμε πὼς στὴν Κυματικὴ Μηχανικὴ πρέπει νὰ εἰσαχθοῦν οἱ ἐντελῶς συγκεκριμένες λανθάνουσες παράμετροι τῆς θέσης καὶ τῆς ταχύτητας τῶν σωματίων καὶ τὰ μεγέθη ποὺ προκύπτουν ἀπ' αὐτές.

Πρέπει νὰ ὑπογραμμίσουμε πὼς δὲν κάναμε αὐτὴ τὴν ἐπιλογὴ ξεκινώντας ἀπὸ μεταφυσικὲς θεωρήσεις ἢ μὲ μόνο σκοπὸ τὴν ἀποκατάσταση τῶν ἀρχῶν τοῦ ντετερμινισμοῦ. Τὴν κάναμε μὲ βάση μιὰ λεπτομερειακὴ ἐξέταση ὁρισμένων φυσικῶν φαινομένων καὶ συγκεκριμένων ἐρωτημάτων ποὺ μᾶς φαίνονται ὅτι μένουν ἀναπάντητα ἂν δὲν δεχτοῦμε τὴν ἰδέα τοῦ μόνιμου ἐντοπισμοῦ τῶν σωματίων.

Ἀκολουθώντας αὐτὴν τὴ γραμμὴ δὲν κάνουμε τίποτ' ἄλλο παρὰ νὰ ἀναπτύσσουμε τὶς ἴδιες ἐκεῖνες ἰδέες ποὺ ἀποτέλεσαν ἀφετηρία γιὰ τὴν ἀνακάλυψη τῆς Κυματικῆς Μηχανικῆς καὶ ποὺ ἀναπτύχθηκαν ἀπὸ τὸν δημιουργό

*Localisation, Probabilités et Incertitudes en mécanique ondulatoire, στὸ Fundamenta Scientiae, ἀρ. 55, ἔτος 1976. Δημοσιεύεται μὲ τὴν ἄδεια τῶν συγγραφέων.

της ἀπὸ τὸ 1922 ὡς τὸ 1927. Ὁ ἴδιος αὐτὸς ἔγραφε ἤδη ἀπὸ τὸ 1922, σχετικὰ μὲ τὶς συμβολὲς καὶ τὴ θεωρία τῶν κβάντων φωτὸς[1] «. . .Θὰ πρέπει ἴσως νὰ γίνει ἕνας συμβιβασμὸς ἀνάμεσα στὴν παλαιότερη θεωρία καὶ στὴ νέα [δηλ. τὴν θεωρία τῶν κβάντων] μὲ τὴν εἰσαγωγὴ σ᾽ αὐτὴν τῆς ἔννοιας τῆς περιοδικότητας. Ὅταν θὰ ἔχει γίνει αὐτὴ ἡ σύνθεση, οἱ ἐξισώσεις τοῦ Maxwell θὰ φανοῦν μᾶλλον σὰν μιὰ συνεχὴς προσέγγιση (ποὺ ἰσχύει σὲ πολλὲς περιπτώσεις ἀλλὰ ὄχι σὲ ὅλες) τῆς ἀσυνεχοῦς δομῆς τῆς ἀκτινοβόλας ἐνέργειας. . .»· καὶ συνέχιζε δυὸ χρόνια ἀργότερα[2]: «Ὅμως ἡ θεωρία δὲν θὰ ἀποσαφηνιστεῖ πραγματικὰ παρὰ μόνον ἂν κατορθώσουμε νὰ ὁρίσουμε τὴ δομὴ τοῦ φωτεινοῦ κύματος καὶ τὴ φύση τῆς ἀνωμαλίας ποὺ συνιστᾶ τὸ κβάντο, τοῦ ὁποίου τὴν κίνηση θὰ ἔπρεπε νὰ μποροῦμε νὰ προβλέψουμε ἀπὸ τὴν ἀποκλειστικὰ κυματικὴ ἄποψη».

Μιὰ τέτοια θεωρία προσπαθοῦσε ὁ συγγραφέας νὰ οἰκοδομήσει τὸ 1927[3] κάτω ἀπὸ τὸν τίτλο «Θεωρία τῆς διπλῆς λύσης», ποὺ ὅμως τὴν ἐγκατέλειψε γιὰ πολὺ μεγάλο διάστημα. Ἡ οὐσιαστικὴ συμβολὴ τοῦ David Bohm σ᾽ αὐτὸν τὸν τομέα ἦταν ὅτι τὸ 1952[4] ξανάφερε στὴν ἡμερήσια διάταξη αὐτὲς τὶς ἰδέες, ποὺ εἶχαν λησμονηθεῖ γιὰ πολὺν καιρὸ καὶ πού, ἀπὸ τότε, ἀναπτύχθηκαν διεξοδικὰ σὲ πολυάριθμες ἐργασίες (ποὺ τὶς ἀναφέρουμε στὴ βιβλιογραφία) τοῦ Louis de Broglie καὶ μερικῶν ἀπὸ τοὺς μαθητές του, ἰδιαίτερα πάνω στὴ βάση τῆς λανθάνουσας θερμοδυναμικῆς τῶν σωματίων. Εἶναι ἄλλωστε περίεργο τὸ πόσο λίγο διαβάζονται αὐτὲς οἱ ἐργασίες ἀπὸ ἐκείνους ποὺ τὶς ἐπικρίνουν ἢ ἀπὸ ἄλλους ἀκόμα ποὺ δοκιμάζουν νὰ προσεγγίσουν προβλήματα, ποὺ ἔχουν μελετηθεῖ ἐκεῖ ἀπὸ καιρό: ὅλοι τους θὰ κέρδιζαν ἂν τὶς συμβουλεύονταν.

Ἡ σημασία τῶν φαινομένων ἐντοπισμοῦ στὴ μικροφυσική[5,6]

Πρὶν ἐξετάσουμε τὸ στατιστικὸ σχῆμα τῆς Κυματικῆς Μηχανικῆς ποὺ σ᾽ αὐτὸ θὰ ἐπανέρθουμε ἀργότερα, καὶ ποὺ δικαιολογημένα γίνεται ἀφορμὴ γιὰ τόσες ἐργασίες ἀπὸ θεωρητικοὺς ποὺ ἐνδιαφέρονται γιὰ τὴ θεμελίωση τῶν κβαντικῶν θεωριῶν, μᾶς φαίνεται βασικὸ νὰ ἀναλογιστοῦμε τὸν τρόπο μὲ τὸν ὁποῖο ἡ Κυματικὴ Μηχανικὴ μπορεῖ νὰ ἐλέγξει πειραματικὰ τὶς προβλέψεις της, καὶ ἑπομένως, γενικά, τὸ τί εἶναι ἡ παρατήρηση στὴ μικροφυσική.

Ἀντιλαμβάνεται ἔτσι κανεὶς τὴν ὑπεροχὴ ποὺ ἔχουν οἱ μετρήσεις θέσης, ποὺ σ᾽ αὐτὲς ἀνάγονται, στὴν πραγματικότητα, ἄμεσα ἢ ἔμμεσα οἱ ἄλλες κβαντικὲς μετρήσεις.* Πράγματι, τὸ μόνο ποὺ μποροῦμε νὰ ἀντιληφθοῦμε ἀπὸ ἕνα μικροφυσικὸ σωματίδιο εἶναι ἕνα τοπικὸ φαινόμενο ποὺ προκα-

*Ἐδῶ θεωροῦμε μονάχα μετρήσεις ποὺ ἐκτελοῦνται σὲ ἐπιμέρους συστήματα καὶ ὄχι ἐκεῖνες ποὺ ὑπεισέρχονται στὰ συλλογικὰ κβαντικὰ φαινόμενα ποὺ ἐκδηλώνονται στὰ μεγάλα σύνολα τέτοιων συστημάτων.

λεῖται ἀπὸ τὴν παρουσία του σὲ μιὰ περιοχὴ τοῦ χώρου ποὺ εἶναι, λίγο ἢ πολύ, καλὰ ὁριοθετημένη: διαπιστώνουμε συνήθως αὐτὴν τὴν παρουσία ἀπὸ τὸ μακροσκοπικὸ ἀποτέλεσμα μιᾶς ἁλυσιδωτῆς ἀντίδρασης ποὺ προκαλεῖται ἀπὸ τὸ σωμάτιο καὶ ποὺ μπορεῖ νὰ ἀφήσει ἀποτύπωμα στὶς αἰσθήσεις μας ἢ νὰ βάλει σὲ λειτουργία μιὰ συσκευή: μιὰ κηλίδα πάνω σὲ φωτογραφικὸ γαλάκτωμα ἢ σὲ μιὰ εὐαίσθητη ὀθόνη, τροχιὰ σὲ θάλαμο φυσαλίδων, «top» ἢ σπινθηρισμὸ ἑνὸς μετρητή... κτλ...

Ἀκόμα κι ἂν συμβαίνει ὁ σκοπὸς τῆς παρατήρησης νὰ μὴν εἶναι ὁ ἐντοπισμὸς τοῦ σωματίου, μὲ τὴ διαμεσολάβηση μιᾶς τέτοιας ἐγγραφῆς, θὰ μπορέσουμε νὰ μετρήσουμε ἄλλα μεγέθη, ποὺ ἀφοροῦν εἴτε τὸ ἴδιο τὸ σωμάτιο εἴτε ἕνα ἄλλο σωμάτιο ποὺ θὰ ἔχει ἀλληλεπιδράσει μαζί του προηγουμένως. Ἔτσι, ἡ συχνότητα ἑνὸς φωτονίου προσδιορίζεται σὲ ἕνα φασματοσκόπιο μὲ τὴν καταγραφὴ τῆς ἐξόδου του μέσα σὲ μιὰν ὁρισμένη στερεὰ γωνία ἀφοῦ διασχίσει τὴ συσκευή· μὲ τὴν ἴδια πειραματικὴ διάταξη βρίσκει κανεὶς τὸ λόγο m/e ἑνὸς ἰόντος σὲ ἕνα φασματογράφο μάζας· σὲ μιὰ συσκευὴ σωματιακοῦ ρεύματος διαπιστώνουμε ἕναν συντονισμὸ ἀνιχνεύοντας τὸ σῆμα ἐξόδου τοῦ ρεύματος, δηλαδὴ ἐξακριβώνοντας τὴν παρουσία ἢ τὴν ἀπουσία ἑνὸς μορίου σὲ μιὰν ὁρισμένη κατεύθυνση τοῦ χώρου· ἡ ἴδια ἡ διάταξη τῶν Stern καὶ Gerlach δὲν εἶναι παρὰ ἕνας πολωτὴς ποὺ μᾶς δίνει τὴν τιμὴ μιᾶς συνιστώσας τοῦ spin μὲ τὸ νὰ προκαλεῖ τὴν διαφορετικὴ ἀπόκλιση τῶν σωματίων ἀνάλογα μὲ τὶς διάφορες τιμὲς ποὺ παίρνει αὐτὴ ἡ συνιστώσα.

Εἶναι ἐξίσου εὔκολο νὰ ἀναφέρει κανεὶς ἔμμεσες μετρήσεις στὶς ὁποῖες ἕνας ἐντοπισμὸς ἢ μιὰ σειρὰ ἀπὸ ἐντοπισμοὺς ἑνὸς σωματίου δίνει πληροφορίες γιὰ ἕνα ἄλλο σωμάτιο μὲ τὸ ὁποῖο ἔχει ἀλληλεπιδράσει. Αὐτὴ εἶναι ἡ διάταξη ποὺ χρησιμοποιεῖ συνήθως ἡ φυσικὴ τῶν στοιχειωδῶν σωματίων: ἡ μελέτη τῶν ἀποτυπωμάτων τῶν γνωστῶν σωματίων στὰ προϊόντα μιᾶς ἀντίδρασης δίνει πληροφορίες γιὰ τὰ νέα σωμάτια, συμπεριλαμβανομένων καὶ τῶν οὐδετέρων σωματίων ποὺ δὲν ἀφήνουν ἀποτύπωμα. Γενικότερα, αὐτὴ ἡ διάταξη παρατήρησης εἶναι, μὲ διάφορες μορφές, ἐκείνη ποὺ χρησιμοποιεῖ ὁλόκληρη ἡ φυσικὴ τῶν κρούσεων.

Ἂς παρατηρήσουμε τώρα ὅτι, στὶς μετρήσεις ποὺ μόλις ἀναφέραμε καθὼς καί, κατὰ τὴ γνώμη μας, σὲ κάθε ἄλλη μέτρηση, τὸ σωμάτιο ποὺ παρατηρεῖται δὲν ἀλληλεπιδρᾶ ποτὲ μὲ μιὰ μακροσκοπικὴ συσκευὴ μέτρησης, ὅπως ἰσχυρίζονται μερικοί: ὅλες οἱ ἀλληλεπιδράσεις γίνονται σὲ μικροφυσικὴ κλίμακα. Ἰδιαίτερα, δὲν θὰ ἦταν ποτὲ δυνατὸ νὰ μετρήσει κανεὶς τὴ θέση ἑνὸς σωματίου κάνοντάς το νὰ περάσει μέσα ἀπὸ μιὰ ὀπὴ ἀνοιγμένη σ' ἕνα διάφραγμα, ὅπως συχνὰ ἀναφέρεται: μιὰ τέτοια ὀπὴ δὲν ἀποτελεῖ παρὰ μιὰ ὁριακὴ συνθήκη ποὺ μεταβάλλει τὴν μετέπειτα ἐξέλιξη τοῦ κύματος κι ἑπομένως καὶ τὴν κίνηση τοῦ σωματίου· μᾶς ἐπιτρέπει νὰ ἀποφανθοῦμε πὼς ἂν τὸ σωμάτιο πέρασε ἀπὸ τὴ μιὰ πλευρὰ τοῦ διαφράγματος στὴν ἄλλη, τὸ ἔκανε μέσα ἀπ' αὐτὴ τὴν ὀπή, ἀλλὰ μονάχα μιὰ μικροσκοπικὴ ἀλληλεπίδραση, ἀκολουθούμενη ἀπὸ μιὰ διαδικασία ἁλυσιδωτὴ μπορεῖ ἐνδεχόμενα νὰ σημαδέψει τὸ πέρασμά του καὶ νὰ ἐπιτρέψει τὴ μέτρηση τῆς θέσης του σὲ μιὰ δεδομένη στιγμή.

Παρόμοια, ὁπωσδήποτε δὲν μετρᾶ κανεὶς τὴν ὁρμὴ ἑνὸς σωματίου μεταδίδοντάς την σὲ μιὰ μακροσκοπικὴ «συσκευὴ» τῆς ὁποίας θὰ μετρούσαμε τὴν ὀπισθοχώρηση (πράγμα ποὺ ὅμως εἰπώθηκε), ἀλλὰ παρασκευάζοντας αὐτὸ τὸ σωμάτιο μὲ τέτοιο τρόπο ποὺ ἡ τιμὴ τῆς ὁρμῆς του νὰ προκύπτει μονοσήμαντα ἀπὸ τὸν ἐντοπισμό του σὲ μιὰ ὁρισμένη περιοχὴ τοῦ χώρου ἢ ἀπὸ τὸν ἐντοπισμὸ ἑνὸς σωματίου μὲ τὸ ὁποῖο ἔχει ἀλληλεπιδράσει.

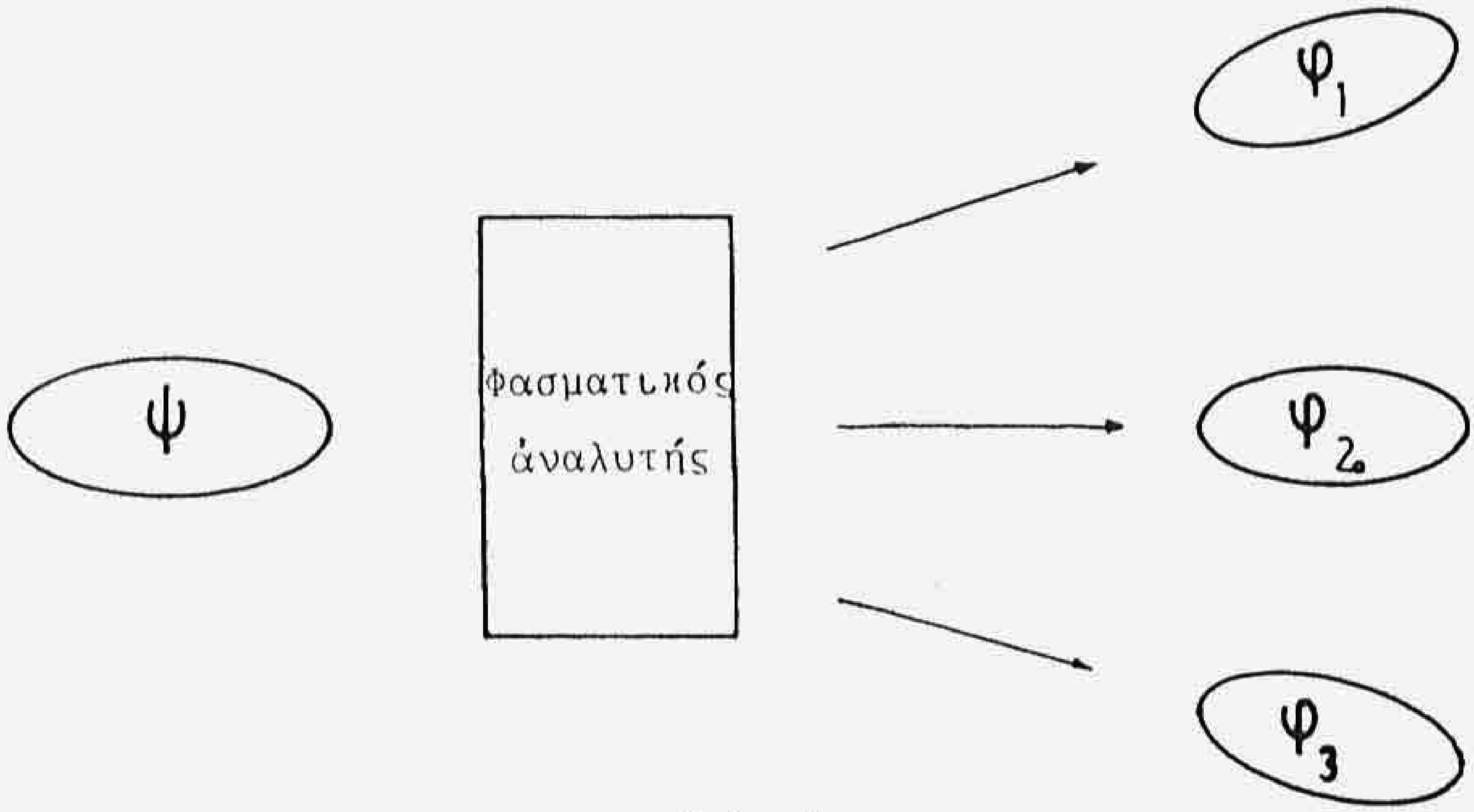
Ἐδῶ ὅμως πρέπει νὰ ἐπισημάνουμε κάτι ποὺ ἔχει τεράστια σημασία: γιὰ νὰ μπορέσουμε νὰ ἀντιστοιχήσουμε ἀμφιμονοσήμαντα τὸν ἐντοπισμὸ ἑνὸς σωματίου μὲ τὴν τιμὴ ἑνὸς μετρήσιμου μεγέθους, εἶναι ἀναγκαῖο νὰ χωριστεῖ τὸ κύμα ποὺ συσχετίζεται μ' αὐτὸ τὸ σωμάτιο σὲ κυματοσυρμοὺς πεπερασμένους καὶ χωρὶς κοινὰ σημεῖα στὸ χῶρο. Εἶναι ἄλλωστε προφανὲς πὼς αὐτὸ εἶναι ποὺ ζητᾶ κανεὶς νὰ πετύχει ὅταν προσπαθεῖ νὰ βελτιώσει τὴ διαχωριστικὴ ἱκανότητα στὴν ὀπτικὴ φασματογραφία μάζας. Μ' αὐτὴ τὴν ἔννοια, κάθε πράξη μέτρησης (ἐκτὸς ἀπὸ τὴν ἴδια τὴ μέτρηση θέσης) μπορεῖ νὰ θεωρηθεῖ ὡς φασματικὴ ἀνάλυση. Γιὰ παράδειγμα, ἂν μετρήσουμε ἕνα μέγεθος A σ' ἕνα σωμάτιο χωρὶς τὴν παρεμβολὴ ἄλλων σωματίων, μποροῦμε νὰ ἀναπτύξουμε τὴν ἀρχικὴ κυματικὴ συνάρτηση ὡς πρὸς τὶς ἰδιοσυναρτήσεις τοῦ A:

$$\Psi = \sum_k c_k \varphi_k \tag{1}$$

Ἡ διάταξη μέτρησης περιλαμβάνει τότε ἕνα φασματικὸ ἀναλυτὴ (πρίσμα ἢ δίκτυο γιὰ μιὰ ὀπτικὴ συχνότητα, ἀνομοιογενὲς μαγνητικὸ πεδίο γιὰ μιὰ συνιστώσα τοῦ spin, κτλ.) ποὺ διαχωρίζει στὸ χῶρο τὶς διάφορες συνιστῶσες φ_k τοῦ κύματος Ψ, ἔτσι ποὺ ἂν καταγράψουμε τὴν παρουσία τοῦ σωματίου σὲ ἕναν ἀπὸ τοὺς κυματοσυρμούς, ἂς ποῦμε τὸν φ_k, θὰ ξέρουμε πὼς τὸ μέγεθος A ἔχει τὴν ἀντίστοιχη ἰδιοτιμὴ a_k (Σχ. 1).

Ἤδη σ' αὐτὸ τὸ ἁπλὸ παράδειγμα ἐμφανίζεται μιὰ δυσκολία ὅταν ἀρνηθοῦμε τὴν παραδοχὴ ἑνὸς μόνιμου ἐντοπισμοῦ τῶν σωματίων. Πράγματι, ἡ συνηθισμένη θεωρία μᾶς λέει πὼς στὴν ἔξοδο τῆς συσκευῆς πρέπει νὰ περιμένουμε τὸ προσπίπτον σωμάτιο μέσα σὲ μιὰ ἀπὸ τὶς περιοχὲς R_1, R_2... R_k... ποὺ καταλαμβάνουν οἱ κυματοσυρμοὶ $\varphi_1, \varphi_2 ... \varphi_k, ...$ χωρὶς ὅμως νὰ ἔχει ἐντοπιστεῖ σὲ καμιὰ ἀπ' αὐτὲς τὶς περιοχὲς προτοῦ νὰ παρουσιαστεῖ ἕνα παρατηρήσιμο φαινόμενο. Ὁρισμένοι συγγραφεῖς, ὅπως ὁ Von Neumann[10], καὶ οἱ London καὶ Bauer[11], θεωροῦν μάλιστα πὼς ἡ συνειδητοποίηση ἐκ μέρους τοῦ παρατηρητῆ αὐτοῦ τοῦ παρατηρήσιμου φαινομένου εἶναι ἐκείνη ποὺ ἐντοπίζει ξαφνικὰ τὸ σωμάτιο μέσα σὲ μιὰ ἀπὸ τὶς περιοχὲς R_k. Τὸ πιὸ παράξενο σὲ τούτη τὴν ἀντίληψη εἶναι ὅτι ἡ ἐκδήλωση τοῦ σωματίου μέσα σὲ μιὰ ἀπὸ τὶς περιοχὲς αὐτὲς R_k μᾶς ἐξασφαλίζει βέβαια ἀμέσως ὅτι δὲν μπορεῖ νὰ ἐμφανιστεῖ σὲ μιὰν ἄλλη περιοχὴ καὶ ὅτι ἑπομένως θὰ ἔπρεπε νὰ παραδεχτοῦμε ὅτι ἡ ἐμφάνιση ἑνὸς φαινομένου μέσα στὴν R_K (ἤ, ἀκόμα καλύτερα, ἡ συνειδητοποίησή μας γι' αὐτό) εἶναι ἐκείνη ποὺ κάνει αὐτὴ τὴν ἀπαγόρευση νὰ μεταδοθεῖ ἀκαριαῖα.

Τὸ θέμα τίθεται ἀκόμα πιὸ καθαρὰ στὶς μετρήσεις δευτέρου εἴδους ὅπου, ὕστερα ἀπὸ τὴν ἀλληλεπίδραση μεταξὺ δύο σωματίων, μετρᾶμε ἕνα μέγεθος συσχετισμένο μὲ ἕνα ἀπὸ τὰ σωμάτια κάνοντας μιὰ παρατήρηση πάνω στὸ

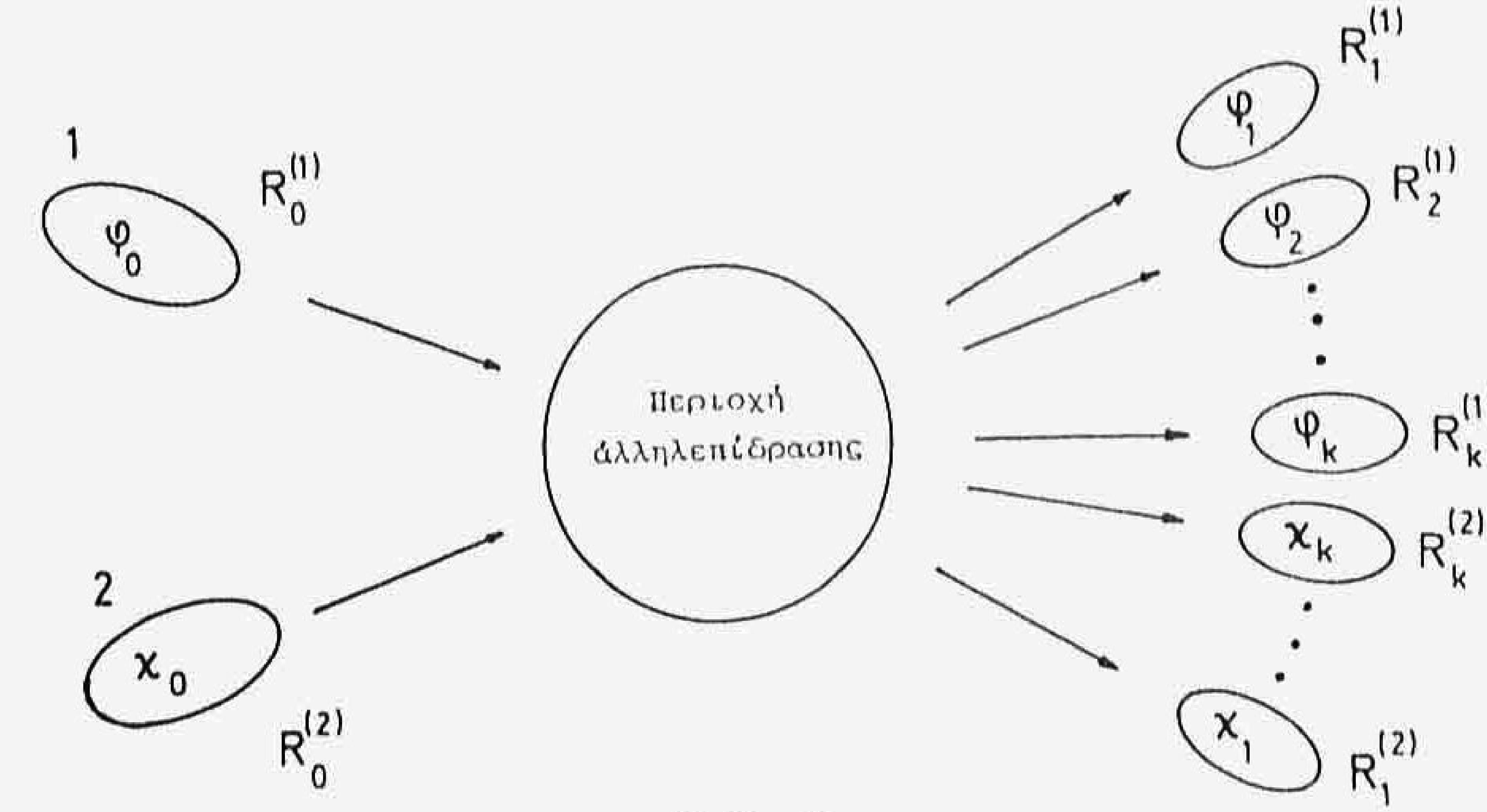


Σχῆμα 1.

ἄλλο. Εἶναι γνωστὸ βέβαια ὅτι τὸ πιὸ διάσημο παράδοξο σ' αὐτὸν τὸν τομέα εἶναι ἐκεῖνο τῶν Einstein, Podolsky καὶ Rosen[7] ἀλλά, ἀπὸ μέρους μας, δὲν τὸ βρίσκουμε πολὺ πειστικό, ἐπειδὴ στιγματίζεται ἀπὸ τὸ βασικὸ λάθος τῆς ἀμέλειας τῆς πεπερασμένης ἔκτασης τῶν κυματοσυρμῶν[8]. Ἀντίθετα, εἶναι ἐνδιαφέρον νὰ ἐπικαλεστοῦμε ἕνα πρόβλημα πολὺ πιὸ ἁπλὸ καὶ πιὸ καθαρὸ ποὺ ἔθεσε ὁ Schrödinger[5,6,9] τὴν ἴδια περίπου ἐποχή, καὶ γιὰ τὸ ὁποῖο δὲν ἰσχύει αὐτὴ ἡ κριτική. Ἂς θεωρήσουμε, ὅπως κάνει ὁ Schrödinger, δύο κυματοδέσμες φ_0 καὶ χ_0 συσχετισμένες μὲ τὰ σωμάτια 1 καὶ 2 πού, ἀφοῦ διαδοθοῦν μέσα σὲ δύο χωριστὲς περιοχὲς τοῦ χώρου $R_0^{(1)}$ καὶ $R_0^{(2)}$, συγκρούονται κι ὕστερα χωρίζουν. Κατὰ κανόνα, θὰ προκύψει μιὰ σειρὰ ἀπὸ δυνατὲς κινήσεις, ποὺ ὅλες τους συμβιβάζονται μὲ τοὺς νόμους διατήρησης τῆς Κυματικῆς Μηχανικῆς τῶν συστημάτων σωματίων. Θὰ ἔχουμε δηλαδή, μετὰ τὴ σύγκρουση, ἕνα σύνολο ἀπὸ συσχετισμένα ζεύγη κυματοσυρμῶν:

$(\varphi_1, \chi_1), (\varphi_2, \chi_2), \ldots, (\varphi_k, \chi_k), \ldots$ ποὺ θὰ διαδοθοῦν, ὅπως δείχνει τὸ Σχῆμα 2, μέσα σὲ χωριστὲς περιοχὲς

$$(R_1^{(1)}, R_1^{(2)}), \quad (R_2^{(1)}, R_2^{(2)}), \ldots, \quad (R_k^{(1)}, R_k^{(2)}), \ldots$$



Σχῆμα 2.

Ἡ τωρινὴ θεωρία δὲν μᾶς ἐπιτρέπει νὰ προβλέψουμε ποῦ ἀκριβῶς θὰ μπορέσουμε νὰ παρατηρήσουμε τὰ σωμάτια 1 καὶ 2, ἀλλὰ οἱ νόμοι διατήρησης μᾶς λένε ὅτι ἂν καταγράψουμε τὸ 1 μέσα στὴν περιοχὴ $R_1^{(1)}$, καὶ ἂν παρατηρήσουμε τὸ 1 μέσα στὴν $R_1^{(1)}$, τότε τὸ 2 θὰ βρίσκεται στὴν $R_1^{(2)}$, κτλ.

Ἂν ὅμως δὲν δεχόμαστε τὸ μόνιμο ἐντοπισμὸ τῶν σωματίων, ἂν ποῦμε, ὅπως ἔλεγε ὁ Bohr, ὅτι πρὶν ἀπὸ τὴ μέτρηση τὸ σωμάτιο 1 ἦταν «ἐν δυνάμει παρὸν» σὲ ὅλους τοὺς κυματοσυρμοὺς $\varphi_1, \varphi_2, \ldots \varphi_k, \ldots$ καὶ τὸ σωμάτιο 2 σὲ ὅλους τοὺς κυματοσυρμοὺς $\chi_1, \chi_2, \ldots \chi_k, \ldots$ πῶς θὰ πρέπει νὰ ἑρμηνεύσουμε αὐτὸ τὸ φαινόμενο; Θὰ πρέπει νὰ ποῦμε, ἂν ἀκολουθήσουμε τοὺς Von Neumann, London καὶ Bauer, ὅτι ἐκεῖνο ποὺ ἐντοπίζει ἀκαριαῖα τὸ σωμάτιο 2 μέσα στὸ συσχετισμένο ὑποχῶρο $R_k^{(2)}$, καὶ ποὺ ἐμποδίζει αὐτὸν τὸν ἐντοπισμὸ στοὺς ἄλλους ὑποχώρους $R^{(2)}$ ποὺ ἀνάμεσά τους ἦταν μέχρι τότε στατιστικὰ κατανεμημένο τὸ σωμάτιο 2, εἶναι ἡ συνειδητοποίηση ἀπὸ τὸν παρατηρητὴ τοῦ παρατηρήσιμου μακροσκοπικοῦ φαινομένου ποὺ προκάλεσε τὸ σωμάτιο 1, λ.χ., πάνω σὲ μιὰ πλάκα ἢ μέσα σ' ἕνα μετρητὴ τοποθετημένο στὴν περιοχὴ $R_k^{(1)}$.

Εἶναι πραγματικὰ δύσκολο νὰ δεχτεῖ κανεὶς αὐτὴ τὴν τηλεπαθητικὴ ἑρμηνεία, ἰδιαίτερα ἐπειδὴ τὸ σωμάτιο 1 θὰ μποροῦσαν νὰ τὸ παραμονέψουν δύο παρατηρητές, ποὺ ὁ ἕνας τους θὰ εἶχε τὰ μάτια ἀνοιχτά, καὶ ὁ ἄλλος κλειστά: τότε, πρέπει τὸ σωμάτιο 2 νὰ ἐντοπιστεῖ ἀπὸ μόνη τὴ συνειδητοποίηση τοῦ παρατηρητῆ ποὺ εἶδε τὸ παρατηρήσιμο φαινόμενο, ἢ θὰ πρέπει νὰ περιμένουμε νὰ πληροφορήσει τὸ συνάδελφό του γι' αὐτό, ἐπειδὴ ἡ μὴ συνειδητοποίησή του θὰ κινδύνευε νὰ ἐμποδίσει τὸν ἐντοπισμό; Τὸ ἐρώτημα εἶναι παράλογο.

Ἂν δὲν θέλουμε νὰ παραιτηθοῦμε ἀπὸ κάθε δυνατότητα ὀρθολογικῆς περιγραφῆς τοῦ φυσικοῦ κόσμου, θὰ πρέπει νὰ δεχτοῦμε ὅτι ὁ ἐντοπισμὸς τοῦ σωματίου 2 εἶναι συνδεδεμένος μὲ τὸν ἐντοπισμὸ τοῦ σωματίου 1 καὶ μὲ τὸ παρατηρήσιμο φαινόμενο ποὺ προκλήθηκε ἀπ' αὐτό, καὶ ὄχι μὲ τὴ δυνατότητα συνειδητοποίησής του ἐκ μέρους μας. Ἀλλὰ οὔτε κὰν μποροῦμε νὰ δεχτοῦμε ὅτι τὸ μακροσκοπικὸ φαινόμενο ποὺ προκάλεσε τὸ σωμάτιο 1 εἶναι ἐκεῖνο ποὺ προκαλεῖ τὸν ἀπότομο ἐντοπισμὸ τοῦ σωματίου 2 στὸ συσχετισμένο κυματοσυρμό, γιατὶ τότε θὰ ἔπρεπε νὰ ὑποθέσουμε ἕνα φαινόμενο στιγμιαίας διάδοσης, ἐνῶ τὰ σωμάτια μποροῦν νὰ βρίσκονται σὲ ὁποιαδήποτε ἀπόσταση τὸ ἕνα ἀπὸ τὸ ἄλλο τὴ στιγμὴ ποὺ γίνεται ἡ παρατήρηση: «Θὰ ἦταν κάτι σὰν τὴ μαγεία!» ἔγραφε ὁ Schrödinger σχετικὰ μ' αὐτὴ τὴν ὑπόθεση.

Εἶναι γιὰ νὰ δώσει ἀπάντηση σὲ ὁρισμένα προβλήματα τέτοιου τύπου ποὺ ἡ θεωρία τῆς διπλῆς λύσης προτίθεται νὰ ἀποκαταστήσει στὶς κβαντικὲς θεωρίες τὴν ἔννοια τοῦ μόνιμου ἐντοπισμοῦ τῶν σωματίων, ποὺ μὲ τὴ βοήθειά της τὰ προβλήματα ποὺ μόλις σκιαγραφήσαμε δέχονται προφανεῖς ἑρμηνεῖες. Πράγματι, σὲ μιὰ τέτοια θεωρία, πρέπει νὰ δεχτοῦμε στὸ τελευταῖο πρόβλημα ποὺ ἀναφέραμε, πὼς σὰν συνέπεια τῆς ἀλληλεπίδρασης ἀνάμεσα στὰ δύο σωμάτια καὶ μετὰ τὸ χωρισμό τους, ξαναβρίσκουμε τὸ σωμάτιο 1 σ' ἕναν πολὺ συγκεκριμένο κυματοσυρμό, λ.χ., τὸν $R_k^{(1)}$, καὶ τὸ σωμάτιο 2 στὸ συσχετισμένο κυματοσυρμὸ $R_k^{(2)}$· ἡ καταγραφὴ τοῦ σωματίου 1 δὲν εἶναι τότε παρὰ μονάχα ἡ διαπίστωση ἑνὸς ἤδη ὑπάρχοντος συμβάντος καὶ τὸ συμπέρασμα ποὺ συνάγουμε σχετικὰ μὲ τὸ σωμάτιο 2, καὶ ἰδιαίτερα σχετικὰ μὲ τὸν ἐντοπισμό του στὴν περιοχὴ $R_k^{(2)}$, δὲν εἶναι παρὰ μιὰ πληροφορία ποὺ παίρνουμε σχετικὰ μὲ μιὰ κατάσταση πραγμάτων ποὺ κι αὐτὴ ἤδη ὑπῆρχε πρὶν ἀπὸ τὴ μέτρηση. Δὲν εἶναι πιὰ ἡ μέτρηση ποὺ ρίχνει τὸ σωμάτιο στὴν περιοχὴ $R_k^{(2)}$: ἂν βρίσκεται ἐκεῖ, αὐτὸ εἶναι συνέπεια τῆς σύγκρουσής του μὲ τὸ σωμάτιο 1 καὶ ἡ μέτρηση δὲν κάνει τίποτ' ἄλλο ἀπὸ τὸ νὰ μᾶς πληροφορεῖ γι' αὐτό.

Μιὰ τέτοια ἀντίληψη ὅμως θέτει ἕνα λεπτὸ πρόβλημα στατιστικῆς ποὺ ἀναλύθηκε λεπτομερειακὰ στὶς ἀναφορὲς (5) (6) (16) (17) (18) (19), ἀλλὰ ποὺ ξεφεύγει τελείως ἀπὸ τοὺς συγγραφεῖς ποὺ σκέπτονται μὲ τρόπο ὑπερβολικὰ γενικὸ σχετικὰ μὲ τὶς θεωρίες μὲ λανθάνουσες παραμέτρους. Θὰ ποῦμε τώρα μερικὰ πράγματα γι' αὐτό.

Πραγματικὲς πιθανότητες, προβλεπόμενες πιθανότητες, λανθάνουσες πιθανότητες

Εἴδαμε πὼς ἡ θέση ἑνὸς σωματίου ἔχει κατὰ τὴ γνώμη μας τὴν πρωτοκαθεδρία ἀνάμεσα σ' ὅλα τὰ παρατηρήσιμα μεγέθη, ἐφόσον οἱ ἄλλες μετρήσεις ἐκτελοῦνται πάντοτε μὲ τὴ διαμεσολάβηση μιᾶς μέτρησης θέσης. Ἐπιπλέον ὅμως, κι αὐτὸ εἶναι κατὰ κάποιο τρόπο ἕνα πόρισμα αὐτῆς τῆς διαπίστωσης, ἡ πυκνότητα πιθανότητας παρουσίας $\Psi\Psi^*$ εἶναι προνομιοῦχα σὲ σχέση μὲ τὶς ἄλλες πιθανότητες ποὺ ὑπολογίζονται στὴν Κυματικὴ Μηχανική. Πράγματι, γιὰ νὰ κάνουμε μιὰ μέτρηση θέσης, δὲν εἶναι ἀναγκαῖο νὰ προπαρασκευάσουμε τὸ σωμάτιο σὲ μιὰ εἰδικὴ κατάσταση, κι ἐπομένως νὰ τροποποιήσουμε *προηγουμένως* τὴν κατάστασή του.+

Αὐτὸ ἔχει σὰν συνέπεια ὅτι, ἂν βέβαια εἶναι πραγματοποιήσιμη μιὰ πειραματικὴ διάταξη γιὰ τὴ μέτρηση τῆς θέσης ἑνὸς σωματίου σὲ μιὰ ὁρισμένη κατάσταση Ψ, θὰ μπορέσουμε νὰ ἐλέγξουμε τὴν πυκνότητα πιθανότητας ΨΨ* κατευθείαν σ' αὐτὴ τὴν κατάσταση, χάρη σὲ μιὰ σειρὰ ἀπὸ μετρήσεις πάνω σ' ἕνα σύνολο σωματίων ποὺ βρίσκονται στὴν ἴδια κατάσταση· ἂς σκεφτοῦμε, λ.χ., πῶς σὲ ἕνα πεδίο συμβολῶν ἡ πυκνότητα ΨΨ* δίνεται κατευθείαν ἀπὸ πυκνομετρικὲς μετρήσεις ποὺ γίνονται σὲ μιὰ φωτογραφικὴ ἐγγραφὴ τῆς εἰκόνας συμβολῆς. Δηλαδὴ ὅταν λέμε ὅτι σὲ μιὰ κατάσταση Ψ ἡ πυκνότητα παρουσίας εἶναι ΨΨ*, πρόκειται γιὰ ἕναν ἰσχυρισμὸ ἄμεσα ἐπαληθεύσιμο (ὅποιες κι ἂν εἶναι ἀπὸ ἄλλη ἄποψη οἱ τεχνικὲς δυσκολίες μιᾶς τέτοιας ἐπαλήθευσης). Εἰδικὰ ὅταν ὑποθέτουμε τὸ μόνιμο ἐντοπισμὸ τοῦ σωματίου στὸ κύμα του, ἡ πυκνότητα ΨΨ* ἀντιστοιχεῖ στὴν παρουσία τοῦ σωματίου σ' ἕνα σημεῖο τοῦ κύματος πρὶν ἀπὸ τὴ δράση ὁποιουδήποτε ὀργάνου μέτρησης.

Θὰ λέμε ὅτι ἐδῶ πρόκειται γιὰ μιὰ *πραγματικὴ* (actuelle) πιθανότητα, μὲ τὴν ἔννοια ὅτι ἀντιστοιχεῖ σὲ μιὰ κατάσταση ποὺ ὑπάρχει τὴν ἴδια ἐκείνη στιγμὴ ποὺ ὁρίζεται αὐτὴ ἡ πιθανότητα. Δὲν συμβαίνει ὅμως τὸ ἴδιο γιὰ τὰ ἄλλα φυσικὰ μεγέθη.

Πράγματι, ἂς ξαναπάρουμε τὸ ἀνάπτυγμα κατὰ Fourier (1) μιᾶς κυματοσυνάρτησης ὡς πρὸς τὶς ἰδιοκαταστάσεις φ_k ἑνὸς φυσικοῦ μεγέθους Α, ποὺ ἀντιστοιχοῦν στὶς ἰδιοτιμὲς α_k αὐτοῦ τοῦ μεγέθους. Ἡ πιθανοκρατικὴ ἑρμηνεία τῆς Κυματικῆς Μηχανικῆς μᾶς διδάσκει (ἀρχὴ τοῦ Born), καὶ τὸ πείραμα *μέχρι στιγμῆς* πάντοτε τὸ ἐπιβεβαιώνει, ὅτι ἂν ἕνα σωμάτιο εἶναι σὲ μιὰ κατάσταση Ψ καὶ ἂν ἐκτελέσουμε πάνω του μιὰ μέτρηση τοῦ μεγέθους Α, θὰ βροῦμε τὴν τιμὴ α μὲ πιθανότητα $|c_k|^2$, ὅπου τὸ c εἶναι ὁ συντελεστὴς τοῦ φ_k στὸ ἀνάπτυγμα (1). Ἀλλὰ τί ἀκριβῶς σημαίνει αὐτό; Συνήθως, οἱ διάφορες συνιστῶσες φ_k τοῦ κύματος Ψ θὰ ἐπικαλύψουν ἡ μία τὴν ἄλλη, τουλάχιστον μερικά, μέσα στὸ χῶρο καὶ θὰ συμβάλουν μεταξύ τους, δίνοντας μάλιστα προσδιοριστικὸ ρόλο στὶς φάσεις τῶν ἀριθμῶν c_k. Εἶναι φανερὸ ὅτι τὸ κύμα Ψ καθόλου δὲν ἀνάγεται στὸ σύνολο τῶν συνιστωσῶν φ_k θεωρημένων μεμονωμένα: μόνον ἡ ἐπαλληλία αὐτῶν τῶν συνιστωσῶν, μὲ τὸ φαινόμενο συμβολῆς ποὺ συνεπάγεται, θὰ παριστάνει τὸ Ψ καὶ ἐπομένως τὴν κατάσταση τοῦ σωματίου. Ἂς φανταστοῦμε λοιπὸν μιὰ μέτρηση πρώτου εἴδους τοῦ μεγέθους Α, δηλαδὴ μιὰ μέτρηση ὅπου δὲν ὑπεισέρχεται κανένα ἄλλο σωμάτιο. Γιὰ νὰ μπορέσουμε νὰ ἰσχυριστοῦμε ὅτι: «τὸ μέγεθος Α ἔχει τὴν τιμὴ α» πρέπει, καθὼς τὸ ἔχουμε ἤδη πεῖ καὶ σχεδιάσει στὸ Σχή-

+Φυσικά, ἡ κατάσταση αὐτὴ θὰ τροποποιηθεῖ *κατόπιν*, ἀπὸ τὴ διαταραχὴ ποὺ προκαλεῖ ἡ μέτρηση, ἀλλὰ αὐτὸ δὲν ἔχει καμιὰ σχέση μὲ τὴν προπαρασκευὴ ἑνὸς συστήματος.

μα 1, ἕνας φασματικὸς ἀναλυτὴς σωστὰ διαλεγμένος νὰ χωρίσει στὸ χῶρο τοὺς πεπερασμένους κυματοσυρμοὺς ποὺ ἀντιστοιχοῦν στὶς διάφορες καταστάσεις $\varphi_1, \varphi_2, \ldots \varphi_k \ldots$ καὶ ἔπειτα πρέπει μιὰ μέτρηση ἐντοπισμοῦ νὰ μᾶς δείξει πὼς τὸ σωμάτιο βρίσκεται στὸν κυματισμὸ φ_k. Μὲ ἄλλα λόγια, προτοῦ μεσολαβήσει ἡ ἴδια ἡ μέτρηση χρειάστηκε νὰ τροποποιήσουμε τὴν κυματικὴ κατάσταση τοῦ συστήματος χωρίζοντας τὶς συνιστῶσες φ_k, καί, σὰν συνέπεια, νὰ διακόψουμε τὶς μεταξύ τους σχέσεις φάσης ποὺ ἔπαιζαν βασικὸ ρόλο στὴν ἀρχικὴ κατάσταση Ψ.

Τί εἶναι λοιπὸν ἡ πιθανότητα $|c_k|^2$; Προφανῶς εἶναι ἡ πιθανότητα νὰ βρεθεῖ τὸ σωμάτιο στὸν κυματοσυρμὸ φ_k. Αὐτὴ ὅμως ἡ ἀπάντηση παίρνει ἐντελῶς διαφορετικὸ νόημα ἀνάλογα μὲ τὸ ἂν βρισκόμαστε πρὶν ἢ μετὰ τὸν ἀναλυτή. Ἂν τοποθετηθοῦμε μετὰ τὸν ἀναλυτή, ἀλλὰ πρὶν τὴν καταγραφὴ τῆς παρουσίας τοῦ σωματίου σ' ἕναν ἀπὸ τοὺς κυματοσυρμούς+, ἔχουμε μιὰ συλλογὴ (ποὺ εἶναι τὸ σύνολο αὐτῶν τῶν κυματοσυρμῶν) ποὺ πραγματώνει ἀντικειμενικὰ τὸ νόμο πιθανότητας στὰ $|c_1|^2, |c_2|^2, \ldots |c_k|^2, \ldots$ Πρόκειται σ' αὐτὴ τὴν περίπτωση γιὰ *πραγματικὲς* πιθανότητες, ὅπως ἦταν ἡ πιθανότητα παρουσίας, μὲ τὴν ἔννοια ὅτι ἀντιστοιχοῦν στὴ μέγιστη πληροφορία ποὺ κατέχουμε γιὰ μιὰ ὄντως πραγματοποιημένη κατάσταση καὶ ποὺ μποροῦμε νὰ ἐλέγξουμε λαβαίνοντας γνώση τοῦ ἀποτελέσματος τῆς μέτρησης.

Ἀλλὰ ἂς τοποθετηθοῦμε τώρα πρὶν ἀπὸ τὸν ἀναλυτή. Μποροῦμε βέβαια χάρη στὸ ἀνάπτυγμα (1) νὰ ὑπολογίσουμε τοὺς ἴδιους αὐτοὺς ἀριθμοὺς $|c_k|^2$, δὲν μποροῦμε ὅμως νὰ ἐξακριβώσουμε ἄμεσα τὴν προβλεπτική τους τιμὴ ὅσο τὸ σύστημα βρίσκεται στὴν κατάσταση ἐπαλληλίας Ψ. Οἱ πιθανότητες αὐτὲς δὲν θὰ πάρουν πραγματικὸ νόημα καὶ δὲν θὰ ἀντιστοιχήσουν σὲ μιὰ πραγματικὴ συλλογὴ παρὰ μόνο μετὰ τὸ πέρασμα ἀπὸ τὸν ἀναλυτή: εἶναι *προβλεπόμενες* πιθανότητες κι αὐτὸ ἰσχύει γιὰ ὅλες τὶς πιθανότητες ποὺ ὑπολογίζονται στὴν Κυματικὴ Μηχανική, ἐκτὸς ἀπὸ τὴ θέση, ἢ ἐνδεχόμενα γιὰ τὰ μεγέθη ποὺ γι' αὐτὰ ἡ κατάσταση Ψ (στὴν ὁποία θεωροῦμε τὸ σωματίδιο) θὰ ἦταν μιὰ ἰδιοκατάσταση ἢ θὰ συνέβαινε νὰ ἀποτελεῖται ἀπὸ ἕνα σύνολο ἰδιοκαταστάσεων κομματιασμένων στὸ χῶρο.

Καταλαβαίνει τότε κανεὶς γιατί οἱ πιθανότητες ποὺ ὑπολογίζονται συνήθως στὴν Κυματικὴ Μηχανικὴ δὲν ὑπακούουν στὸ κλασικὸ πιθανοκρατικὸ σχῆμα, καὶ γιατί, εἰδικότερα, ἂν θεωρήσουμε δύο τυχαῖα μεγέθη A καὶ B, δὲν εἶναι γενικὰ δυνατὸ νὰ ὁρίσουμε, γιὰ μιὰ δεδομένη κατάσταση τοῦ συστήματος, τὴν πιθανότητα P (A, B) τὸ ἀποτέλεσμα μιᾶς μέτρησης τοῦ μεγέθους A νὰ εἶναι α_k *καὶ* τὸ ἀποτέλεσμα μιᾶς μέτρησης τοῦ μεγέθους B νὰ εἶναι β_k. Αὐτὸ συμβαίνει μόνο καὶ μόνο γιατὶ *οἱ πιθανότητες οἱ συσχετισμένες μὲ τὶς μετρήσεις τῶν A καὶ B δὲν εἶναι πραγματικὲς ἀλλὰ προβλεπόμενες.*

+Στὴν πράξη, μπορεῖ νὰ ἔχει πραγματοποιηθεῖ ἡ μέτρηση, φτάνει νὰ μὴν ἔχουμε λάβει ἀκόμα γνώση της.

Κάθε μιὰ ἀπ' αὐτὲς δὲν θὰ γίνει πραγματικὴ παρὰ μόνο ἂν παρασκευάσουμε τὸ σύστημα σὲ μιὰ νέα κατάσταση, χάρη στὸ χωρισμὸ τῶν κυματοσυρμῶν ποὺ ἀντιστοιχοῦν στὶς ἰδιοκαταστάσεις. Ἂν λοιπὸν τὰ μεγέθη Α καὶ Β δὲν ἀντιμετατίθενται, δὲν θὰ ὑπάρχει διάταξη ἱκανὴ νὰ ἐκτελέσει αὐτὸν τὸ χωρισμὸ καὶ γιὰ τὰ δύο μεγέθη συγχρόνως, καὶ ἄρα δὲν θὰ ὑπάρχει κατάσταση τοῦ συστήματος στὴν ὁποία νὰ μποροῦν νὰ πραγματωθοῦν συγχρόνως οἱ πιθανότητες οἱ συσχετισμένες μὲ τὶς μετρήσεις τῶν Α καὶ Β, καὶ στὴν ὁποία θὰ μποροῦσε ἑπομένως νὰ ὁριστεῖ ἡ πιθανότητα P(A, B).

Τί θὰ συμβεῖ, λοιπόν, ἂν προσπαθήσουμε νὰ ἑρμηνεύσουμε τοὺς νόμους τῆς Κυματικῆς Μηχανικῆς μὲ τὴν παραδοχὴ τῆς ὕπαρξης ἑνὸς ὑποκείμενου ντετερμινισμοῦ, ὅπου δεχόμαστε ὅτι κάθε σωμάτιο βρίσκεται, πρὶν ἀπὸ κάθε παρατήρηση, σὲ μιὰ κατάσταση ὅπου ὅλα τὰ φυσικὰ μεγέθη ποὺ τὸ χαρακτηρίζουν εἶναι ταυτόχρονα ὁρισμένα; Ἰδιαίτερα, ἐμεῖς ὑποθέτουμε ὅτι τὸ σωμάτιο εἶναι συνεχῶς ἐντοπισμένο στὸ κύμα του καὶ ξέρουμε πῶς ἡ θεωρία τῆς διπλῆς λύσης τοῦ ἀποδίνει σὲ κάθε στιγμὴ μιὰν ὁρμὴ σύμφωνα μὲ τὸν τύπο τῆς ὁδήγησης[8, 12].

Γιὰ τὴ σύγχρονη Κυματικὴ Μηχανική, βέβαια, ἡ θέση εἶναι μιὰ λανθάνουσα παράμετρος, ἀλλὰ εἴδαμε πῶς ἡ πυκνότητα κατανομῆς της στὸ κύμα ΨΨ* εἶναι πραγματική, γιατὶ μποροῦμε νὰ ἐκτελέσουμε μετρήσεις τῆς θέσης χωρὶς νὰ μεταβάλουμε προηγούμενα τὴν κατάσταση τοῦ συστήματος, φανερώνοντας ἔτσι ἄμεσα τὴ μέχρι τότε λανθάνουσα τιμὴ τῶν παραμέτρων θέσης. Σὲ ὅ,τι ἀφορᾶ τὴν ὁρμή, ἡ τιμή της δὲν εἶναι μονάχα λανθάνουσα σὲ κάθε στιγμή, ἀλλὰ ἡ τιμὴ αὐτὴ εἶναι συνήθως διαφορετικὴ ἀπὸ ἐκεῖνες ποὺ θὰ ἔδινε ἡ μέτρηση, γιατὶ ἀπαιτεῖ μιὰ προπαρασκευὴ τοῦ συστήματος (ἄρα μιὰ ἀλλαγὴ κατάστασης) γιὰ νὰ πετύχουμε τὸ χωρισμὸ τῶν φασματικῶν συνιστωσῶν τοῦ κύματος: πιὸ συγκεκριμένα, ἀποδεικνύεται στὴ θεωρία τῆς διπλῆς λύσης ὅτι μόνο ἀφοῦ χωριστοῦν οἱ φασματικὲς συνιστῶσες, ἡ λανθάνουσα τιμὴ τῆς ὁρμῆς θὰ ἰσοῦται, *σὲ κάθε μιὰ ἀπ' αὐτές*, μὲ τὴν τιμὴ ποὺ θὰ ἔδινε ἡ μέτρηση.

Ἀλλ' ἂς ξαναγυρίσουμε στὴν ἀρχικὴ κατάσταση, πρὶν ἀπὸ τὸ χωρισμὸ τῶν κυματοσυρμῶν. Θὰ ὁρίζεται σ' αὐτὴ μιὰ πυκνότητα πιθανότητας P_p (p) γιὰ τὴν κατανομὴ τῶν λανθανουσῶν τιμῶν τῆς ὁρμῆς. Ἡ πυκνότητα αὐτὴ *δὲν εἶναι βέβαια πραγματική*, ἀφοῦ δὲν εἶναι δυνατὸ νὰ μετρήσουμε τὴν ὁρμὴ ἄμεσα σ' αὐτὴ τὴν κατάσταση τοῦ σωματίου. Ἀλλὰ οὔτε καὶ εἶναι ἡ πυκνότητα πιθανότητας ἡ *προβλεπόμενη* ἀπὸ τοὺς συνηθισμένους νόμους τῆς Κυματικῆς Μηχανικῆς γιὰ τὸ λόγο ἀκριβῶς ὅτι οἱ λανθάνουσες τιμὲς τῆς ὁρμῆς δὲν εἶναι αὐτὲς ποὺ βρίσκουμε μὲ τὴ μέτρηση: αὐτὸ ἀποδεικνύεται στὴ θεωρία τῆς διπλῆς λύσης. Μὲ ἄλλα λόγια, ἡ πυκνότητα πιθανότητας τῶν λανθανουσῶν τιμῶν τῆς ὁρμῆς εἶναι μιὰ *λανθάνουσα* πυκνότητα καὶ τὸ ἴδιο ἰσχύει καὶ γιὰ τὶς πυκνότητες ποὺ ἀντιστοιχοῦν στὶς λανθάνουσες τιμὲς τῶν ἄλλων φυσικῶν μεγεθῶν ἐκτὸς ἀπὸ τὴ θέση. Ἂν ὅμως μετρήσουμε ἕνα ἀπ' αὐτὰ τὰ μεγέθη χωρίζοντας στὸ χῶρο τοὺς κυματοσυρμοὺς ποὺ ἀντιστοιχοῦν στὶς διάφορες ἰδιοτιμές, οἱ *«λανθάνουσες» πιθανότητες ποὺ ὑπολογίστηκαν γι' αὐτὴν τὴ νέα κατάσταση γίνονται πραγματικὲς καὶ συμπίπτουν μὲ ἐκεῖνες ποὺ ὑπολογίζονται συνήθως*[5, 6]· βέβαια, τὸ ἀποτέλεσμα αὐτὸ θὰ ἰσχύει γιὰ ὅλα τὰ μεγέθη ποὺ ἀντιμετατίθενται μὲ ἐκεῖνο ποὺ διαλέξαμε νὰ μετρήσουμε, ἀφοῦ ἔχουν τὶς ἴδιες ἰδιοκαταστάσεις καὶ αὐτὸς εἶναι ὁ λόγος ποὺ μποροῦν νὰ μετρηθοῦν ταυτόχρονα· ἀντίθετα, γιὰ τὰ μεγέθη ποὺ δὲν ἀντιμετατίθενται μὲ τὸ μέγεθος ποὺ διαλέξαμε, δὲν θὰ ὑπάρξει χωρισμὸς τῶν ἰδιοκαταστάσεων σ' αὐτὴν τὴ διάταξη, καὶ οἱ πιθανότητες ποὺ ἀντιστοιχοῦν στὶς λανθάνουσες τιμὲς αὐτῶν τῶν μεγεθῶν θὰ μείνουν κι αὐτὲς λανθάνουσες.

Ἔχοντας σὰν βάση τὶς ἀρχὲς ποὺ παρουσιάσαμε σύντομα ἐδῶ, ἡ θεωρία τῆς διπλῆς λύσης πετυχαίνει νὰ ἑρμηνεύσει τοὺς νόμους πιθανοτήτων τῆς Κυματικῆς Μηχανικῆς συναρτήσει λανθανουσῶν μεταβλητῶν ποὺ ὑπακούουν στὸ κλασικὸ στατιστικὸ σχῆμα: ἂς σημειώσουμε ἰδιαίτερα ὅτι ἐφόσον ἡ θέση καὶ ἡ ὁρμὴ ὁρίζονται ταυτόχρονα, ἡ θεωρία εἶναι ἱκανὴ νὰ ὁρίσει τὴν πιθανότητα $\rho(x, p)\, dx\, dp$ νὰ βρίσκεται τὸ σωμάτιο στὸ διάστημα $[x, x+dx]$ καὶ ἡ ὁρμή του νὰ εἶναι στὸ διάστημα $[p, p+dp]$. Ἀλλὰ οἱ πιθανότητες ποὺ εἰσάγουμε δὲν εἶναι ἐκεῖνες ποὺ ὑπολογίζονται συνήθως· εἶναι λανθάνουσες πιθανότητες, καὶ γι' αὐτὸ *συμφωνοῦμε μὲ τὴ συνηθισμένη θεωρία σὲ ὅ,τι ἀφορᾶ τὰ ἀποτελέσματα τῶν μετρήσεων καὶ τῶν στατιστικῶν ποὺ ἀντιστοιχοῦν σ' αὐτές*, τουλάχιστον ὅταν οἱ προβλέψεις γίνονται σωστά, λαβαίνοντας ὑπόψη τους τὴν πεπερασμένη ἔκταση τῶν κυματοσυρμῶν καὶ τὸ χωρισμό τους στὸ διάστημα.

Ἡ διάκριση ποὺ κάνουμε ἀνάμεσα σὲ πραγματικὲς πιθανότητες, προβλεπόμενες πιθανότητες καὶ λανθάνουσες πιθανότητες, καὶ ποὺ ἀναλύθηκε λεπτομερειακὰ στὶς ἀναφορὲς τοῦ Louis de Broglie ποὺ παραθέτουμε, μᾶς φαίνεται κεφαλαιώδης γιατὶ μονάχα αὐτὴ ἐπιτρέπει τὴ συμφωνία ἀνάμεσα σὲ μιὰ θεωρία μὲ λανθάνουσες μεταβλητὲς καὶ τὰ ἀκριβῆ στατιστικὰ ἀποτελέσματα τῆς Κυματικῆς Μηχανικῆς στὴν πρόγνωση τῶν ἀποτελεσμάτων τῶν μετρήσεων. Τὸ οὐσιαστικὸ λάθος, ποὺ ἀναιρεῖ τὸ περίφημο θεώρημα τοῦ von Neumann γιὰ τὸ ὑποτιθέμενο ἀδύνατο τῶν θεωριῶν μὲ λανθάνουσες παραμέτρους, εἶναι τὸ νὰ πιστεύουμε ὅτι οἱ λανθάνουσες παράμετροι ποὺ εἰσάγονται στὴ θεωρία πρέπει νὰ ὑπακούουν στοὺς στατιστικοὺς νόμους ποὺ ὁρίζονται συνήθως στὴν Κυματικὴ Μηχανική: ἡ ὑπόθεση εἶναι ἄτοπη, ἀφοῦ ἡ στατιστικὴ γιὰ τὶς λανθάνουσες παραμέτρους πρέπει νὰ ὑπακούει στὸ κλασικὸ σχῆμα, ἐνῶ εἶναι γνωστὸ ὅτι ἡ συνηθισμένη στατιστικὴ ποὺ κατασκευάζεται στὴν Κυματικὴ Μηχανικὴ δὲν τὸ ἀκολουθεῖ. Αὐτὴ καὶ μόνο ἡ παρατήρηση ἀρκεῖ γιὰ νὰ δείξει ὅτι ἂν ὑπάρχουν λανθάνουσες παράμετροι, ἡ στατιστική τους πρέπει νὰ εἶναι κι αὐτὴ λανθάνουσα.

Συγγραφεῖς πιὸ πρόσφατοι, ποὺ συχνὰ ὑποστηρίζουν τὶς θεωρίες μὲ λανθάνουσες παραμέτρους, κάνουν κι αὐτοὶ τὸ λάθος νὰ συγχέουν τὰ τρία εἴδη πιθανοτήτων ποὺ διακρίνουμε. Ὁδηγοῦνται ἔτσι στὴ θεώρηση ἑνὸς συστήματος ποὺ βρίσκεται σὲ μιὰ ὁρισμένη ἀρχικὴ κατάσταση τὴν ὁποία περιγράφουν μὲ ἕνα σύνολο λανθανουσῶν παραμέτρων (ἐντελῶς ἀφηρημένες, συνήθως), ποὺ πάνω του ὁρίζουν ἕνα κλασικὸ πιθανοκρατικὸ σχῆμα, καὶ χάρη σ' αὐτὲς τὶς κλασικὲς πιθανότητες, ποὺ ὁρίστηκαν στὴν ἀρχικὴ κατάσταση τοῦ συστήματος, ὑπολογίζουν τοὺς μέσους ὅρους τῶν ἀποτελεσμάτων ὅλων τῶν μετρήσεων ποὺ θὰ πραγματοποιηθοῦν στὴ *συνέχεια*. Σ' αὐτὴν μάλιστα τὴν ὑπόθεση βασίζεται ἡ ἀνισότητα τοῦ Bell [13 14 15]. Εἶναι ὅμως φανερὸ ὅτι μιὰ τέτοια διαδικασία ὁδηγεῖ ἀναγκαστικὰ σ' ἕνα κλασικὸ στατιστικὸ σχῆμα πάνω στὰ ἀποτελέσματα τῶν μετρήσεων, κι ἑπομένως σὲ μιὰ ἀντίφαση μὲ τὶς προβλέψεις τῆς Κυματικῆς Μηχανικῆς, καὶ θὰ ἦταν ἀδιανόητο νὰ δεχτοῦμε μιὰ τέτοια ἄποψη, ποὺ ἰσοδυναμεῖ μὲ τὴν ἄρνηση ὁποιασδήποτε δράσης τῆς διάταξης μέτρησης πάνω στὸ παρατηρούμενο ἀντικείμενο.

Οἱ σχέσεις ἀβεβαιότητας

Ἕνα σημαντικὸ ἐπακόλουθο τῆς ἀνάλυσης ποὺ δώσαμε μὲ ἁδρὲς γραμμὲς εἶναι ὅτι αὐτὴ συνεπάγεται μιὰ νέα ἑρμηνεία τῶν σχέσεων ἀβεβαιότητας. Θὰ περιοριστοῦμε ἐδῶ στὶς συνηθισμένες σχέσεις:

$$(2) \qquad \delta x \cdot \delta p_x \geqslant h, \quad \delta y \cdot \delta p_y \geqslant h, \quad \delta z \cdot \delta p_z \geqslant h.$$

Ὅλο τὸ μυστήριο μὲ τὸ ὁποῖο περιβλήθηκαν οἱ σχέσεις αὐτὲς καὶ τὰ συμπεράσματα ποὺ ἔβγαλαν ἀπ' αὐτές, σχετικὰ μὲ τὴν ἀπροσδιοριστία τῶν νόμων τῆς Κυματικῆς Μηχανικῆς, προέρχονται οὐσιαστικὰ ἀπὸ τὸ γεγονὸς ὅτι οἱ ἀβεβαιότητες πάνω στὴ θέση καὶ τὴν ὁρμὴ θεωροῦνται ὡς ταυτόχρονα πραγματικὲς καὶ ἀναφερόμενες στὴν ἴδια κατάσταση τοῦ συστήματος. Ἀλλ' ἂς θεωρήσουμε, παίρνοντας γιὰ ἁπλούστευση τὴν περίπτωση ἑνὸς ἀσυνεχοῦς φάσματος, ἕνα σωμάτιο σὲ μιὰ κατάσταση Ψ ποὺ μπορεῖ νὰ παρασταθεῖ μὲ τὸ ἀνάπτυγμα:

$$(3) \qquad \Psi = \sum_k c_k a_k e^{\frac{i}{h}(E_k t - p_{k_x} x - p_{k_y} y - p_{k_z} z)}$$

ὅπου τὰ a_k εἶναι τὰ κανονικοποιημένα εὔρη τῶν συνιστωσῶν Fourier.

Σύμφωνα μὲ τὴν ἄποψή μας, τὸ σωμάτιο εἶναι σὲ κάθε στιγμὴ ἐντοπισμένο στὸν κυματοσυρμὸ ποὺ παριστάνει ἡ συνάρτηση Ψ, ἀλλὰ ἡ ἀκριβής του θέση μᾶς εἶναι ἄγνωστη καὶ τὴ στιγματίζουν οἱ ἀβεβαιότητες δx, δy, δz ὡς πρὸς τὶς τρεῖς συνιστῶσες: αὐτὲς οἱ ἀβεβαιότητες εἶναι γιὰ μᾶς πραγματικές, ὁρίζονται γι' αὐτὴν τὴν κατάσταση Ψ καὶ μετροῦν τὶς διαστάσεις τοῦ κυματοσυρμοῦ.

Ἀλλὰ τὰ πραγματα εἶναι ἐντελῶς διαφορετικὰ σὲ ὅ,τι ἀφορᾶ τὰ δp_x, δp_y,

δp_z. Πράγματι, στὴν κατάσταση Ψ οἱ διάφορες συνιστῶσες τοῦ ἀναπτύγματος συμβάλλουν, μονάχα τὸ ἄθροισμά τους Ψ ἔχει φυσικὴ ἔννοια, καὶ δὲν ἔχουν ἀκόμα καμία ἐπιμέρους σημασία: τὸ ἴδιο ἰσχύει καὶ γιὰ τοὺς ἀριθμοὺς P_k ποὺ δὲν εἶναι οἱ πραγματικὲς τιμὲς τῆς ὁρμῆς ἢ γιὰ τοὺς ἀριθμοὺς c_k ποὺ δὲν εἶναι παρὰ εὕρη προβλεπομένων πιθανοτήτων· ἄρα οἱ ἀβεβαιότητες δp_x, δp_y, δp_z δὲν ἔχουν οὔτε αὐτὲς πραγματικὴ σημασία, δὲν εἶναι παρὰ *προβλεπόμενες ἀβεβαιότητες* καὶ δὲν θὰ ἀποκτήσουν φυσικὸ νόημα παρὰ μόνον ὅταν, ἀφοῦ ἡ ἀρχικὴ κατάσταση θὰ ἔχει καταστραφεῖ ἀπὸ ἕναν ἀναλυτὴ ποὺ θὰ χωρίσει στὸ χῶρο τὶς διάφορες συνιστῶσες τοῦ ἀναπτύγματος (3), τὸ σωμάτιο θὰ μπορέσει νὰ ἀποκτήσει μιὰ κίνηση ποὺ θὰ ἔχει μιὰ ἀπὸ τὶς τιμὲς P_k τῆς ὁρμῆς. Μὲ λίγα λόγια, γιὰ μᾶς οἱ ἀβεβαιότητες δx, δy, δz ἀπὸ τὴ μιά, καὶ δp_x, δp_y, δp_z ἀπὸ τὴν ἄλλη, πράγματι συνδέονται μὲ τὶς ἀνισότητες (2), ἀλλὰ δὲν ἀναφέρονται στὴν ἴδια κατάσταση τοῦ συστήματος. Αὐτὲς οἱ ἀνισότητες λοιπὸν ἐκφράζουν τὸ γεγονὸς ὅτι ἡ θέση καὶ ἡ ὁρμὴ δὲν εἶναι δυνατὸν νὰ *μετρηθοῦν* ταυτόχρονα μὲ ἄπειρη ἀκρίβεια, καὶ μὲ κανέναν τρόπο δὲν ἐκφράζουν τὸ ἀδύνατο τοῦ νὰ μποροῦν ἡ θέση καὶ ἡ ὁρμὴ νὰ *ὁριστοῦν* ταυτόχρονα ὡς λανθάνουσες παράμετροι.

Ἡ θεωρία τῆς διπλῆς λύσης δίνει ἀκριβῶς τὸ παράδειγμα μιᾶς θεωρίας στὴν ὁποία τὰ δύο αὐτὰ μεγέθη εἶναι ταυτόχρονα ὁρισμένα καὶ ποὺ ὡστόσο συμβιβάζεται μὲ τ' ἀποτελέσματα καὶ τὴ στατιστικὴ τῶν μετρήσεων ποὺ προβλέπει ἡ συνηθισμένη θεωρία. Ἀκόμα καὶ ἂν δέχεται κανεὶς τὴν φυσικὴ ἀξία τῆς θεωρίας τῆς διπλῆς λύσης, ἀκόμα κι ἂν τὰ γεγονότα κάποτε τὴν ἀνασκευάσουν, δὲν θὰ πάψει νὰ ἀποτελεῖ ἕνα ἀντιπαράδειγμα ποὺ διαψεύδει τὶς ἀπαγορεύσεις τοῦ θεωρήματος τοῦ Von Neumann κι ἀποδεικνύει τὴν ἀσυνέπεια τῶν φιλοσοφικῶν ἐπακόλουθων τῆς Σχολῆς τῆς Κοπεγχάγης ὡς πρὸς τὴν ὑποτιθέμενη ἀπόδειξη τῆς θεμελιώδους ἀπροσδιοριστίας τῶν φυσικῶν φαινομένων.

Μετάφραση: Χ. Ζερμπίνη

Βιβλιογραφία

1. Louis de Broglie. C. R. 175, 811, (1922).
2. Louis de Broglie, C. R. 179, 1039, (1924).
3. Louis de Broglie, J. Ph. Rad. Série VI, 8, no 5, p. 225 (1927).
4. David Bohm, Phys. Rev. 85, pp. 166 et 180 (1951).
5. Louis de Broglie, La Théorie de la mesure en Mécanique ondulatoire (Interprétation usuelle et Interprétation causale) Gauthier Villars, Paris, (1957).

6. —, Etude critique des bases de l'interprétation actuelle de la Mécanique ondulatoire, Gauthier-Villars, Paris (1963) ('Αγγλική μετάφραση)
7. A. Einstein, Podolsky, Rosen, Phys. Rev. 47, 777 (1935).
8. Louis de Broglie. Une tentative d'interprétation causale et non linéaire de la Mécanique ondulatoire (La théorie de la double solution) Gauthier-Villars, Paris (1956).
9. E. Schrödinger, Naturwissenschaften 23, 787, 823, 844 (1935).
10. J. von Neumann, Mathematische grundlagen der quantenmechanik, Berlin (1932).
Γαλλική μετάφραση: Alcan, Paris (1946).
'Αμερικάνικη μετάφραση: Princeton University Press (1955).
11. F. London, E. Bauer, La théorie de l'observation en mécanique quantique, Actualités Scientifiques et Industrielles, no 755, Hermann, Paris (1939).
12. Louis de Broglie, La réinterprétation de la Mécanique ondulatoire, Gauthier-Villars, Paris (1971).
13. J. S. Bell, Physics, 1, 195 (1964).
14. Louis de Broglie, C. R. 278 B, 721 (1974).
15. G. Lochak: Paramètres cachés et probabilités cachées στὸ "1/2 siècle de Mécanique quantique" (à paraître). "Has Bell's inequality a general meaning for Hidden-variable theories", Foundations of Physics (ὑπὸ ἔκδοση).
16. J. Andrade a Silva, Foundations of Physics, 2 no 4, 245 (1972).
17. J. Andrade a Silva, Foundations of quantum mechanics, Proc. Int. Int. Schools Enrico Fermi, Varenna (1971).
18. Louis de Broglie, — ἴδια συλλογή —
19. "Louis de Broglie, sa conception du monde physique", ouvrage collectif, Gauthier-Villars. Paris (1973).