

O. TESTUDO

Ο ΧΩΡΟΣ
ΓΙΑ ΤΟΝ ΖΗΝΩΝΑ*

Μετάφραση: Παῦλος Καλλιγᾶς

Μιά φορά κι ἓναν καιρό, στό μακρινό πριγκιπάτο τῆς Πλάνειας, ζοῦσε ἓνας παλιός σοφιστής πού εἶχε τό ὄνομα Ζήνων. Στά νιάτα του, ὁ Καθηγητής Ζήνων ἦταν ἀξιόλογος ἀθλητής· καθώς ὅμως τά χρόνια περνοῦσαν, τοῦ ἦταν ὄλο καί πιά δύσκολο νά φτάσει τό τέρμα τῆς διαδρομῆς. Τελευταῖα μάλιστα κατέληξε νά παραβγαίνει μέ διάφορα ἔρπετά· κι ἔτσι ὅμως ἀκόμα, οἱ προσπάθειές του συνοδεύονταν ἀπό ταπεινωτικές ἀποτυχίες. Ἡ ἐξωτερική του ἀδυναμία τόν ἔκανε ἐσωστρεφή, κι ἔτσι ἀποφάσισε νά ἐπιζητήσει πιά τήν ἀθανασία στό ἵπποδρόμιο τοῦ πνεύματος.

Γιά πολλά χρόνια, ὁ Ζήνων στενοχωριόταν γιά τήν ἀξιοθρήνητη κατάσταση τῶν μαθηματικῶν στήν Πλάνεια: οἱ ἐκπρόσωποι τῆς θείας αὐτῆς τέχνης ἀρκοῦνταν σέ ἄτυπες ἐπιχειρηματολογίες καί χονδρικές προσεγγίσεις, καί προφασιζόμενοι ρητά τόν ὀρθολογισμό, ἀγνοοῦσαν τοὺς πραγματικούς ἀριθμούς. Ὁ Ζήνων παρατήρησε μέ ἀγανάκτηση πώς ἀκόμα καί οἱ γεωμέτρεις κοροΐδευαν τήν ἀλήθεια καί στήριζαν τοὺς ὑπολογισμούς τους πάνω

*Στῆ: Τό κείμενο πού δημοσιεύεται ἐδῶ εἶχε τήν εὐγένεια νά μᾶς διαβιβάσει ὁ κ. Jonathan Barnes τῆς Ὁξφόρδης.

στή λαθεμένη υπόθεση ότι η τιμή του π ήταν 3, 1416. 'Πώς θα μπορούσα να χαράξω τό όνομά μου στα Χρονικά της 'Επιστήμης;' αναρωτιόταν. 'Θά καταπλήξω τούς σαχλοσοφούς μας υπολογίζοντας με απόλυτη ακρίβεια την τιμή του π . Ποιά άλλη ανακάλυψη θα μπορούσε να είναι ταυτόχρονα τόσο σπουδαία και τόσο χρήσιμη; Τό τένις και τό γκόλφ θα γίνουν τέχνες αυστηρά ακριβείς· τά γνήσια νομίσματα, όταν ρίχνονται κορόνα - γρίμματα, θα ακολουθούν πιστά τόν Νόμο τών Πιθανοτήτων· και οί φιλόσοφοί μας θα μπορούν επιτέλους να κάνουν τέλεια κυκλικούς συλλογισμούς.'

'Η φιλοδοξία έφερε τή δράση. 'Ο Ζήνων πήρε έναν μεγάλο κύλινδρο χαρτί και άρχισε να γράφει. Έκανε ένα ώραίο ξεκίνημα: 3, 14159. . . Όμως, μετά από αρκετούς μήνες άκαρπης προσπάθειας, άρχισε να κουράζεται: οί υπολογισμοί ήταν αρκετά άπλοί, αλλά δέν προέβλεπε σύντομο τέλος τους. 'Η κούρασή του έγινε πρός στιγμήν απελπισία όταν ο παλιός του φίλος, ο δρ. Εύκλειδης, πέρασε να τόν δει και τυχαία τόν πληροφόρησε πώς τό σχέδιό του κυριολεκτικά δέν είχε τέλος: όσα ψηφία και άν έγραφε, θα είχε πάντα να γράψει κι άλλα. "Η έκταση του δεκαδικού τμήματος του π ", αποφάνθηκε ο μάγος εκείνος της Γεωμετρίας, 'έχει άπειρο μήκος· και η ζωή σου είναι πεπερασμένη. Γιατί άντ' αυτού δέν συνεργάζεσαι μαζί μου να γράψουμε ένα βιβλίο μέ Στοιχεία;'

'Όμως του Ζήωνα δέν του άρεσαν τά σχολικά βιβλία. 'Εξάλλου, τό εϋστροφο μυαλό του βρήκε σύντομα ένα αντίδοτο στη ζοφερή πρόγνωση του Εύκλειδη. 'Μά επιτέλους', σκέφτηκε, 'τό μόνο που χρειάζεται είναι να επιταχύνω λίγο την εργασία μου ώστε να μπορέσω να την τελειώσω. Άς αρχίσω ξανά: θα δώσω στον εαυτό μου ένα άνετο δεκάλεπτο για να υπολογίσει τό πρώτο ψηφίο του π , και ένα γενναίο πεντάλεπτο για τό δεύτερο· τό τρίτο μπορεί εύκολα να υπολογιστεί σε $2 \frac{1}{2}$ λεπτά, τό τέταρτο σε $1 \frac{1}{4}$, και ούτω καθεξής. Μέ τόν τρόπο αυτό θα έχω σίγουρα όλόκληρο τόν αριθμό έτοιμο σε είκοσι λεπτά τό πολύ.' 'Ο Εύκλειδης έδωσε στο συλλογισμό αυτό την έγκρισή του· και ο Ζήνων, βάζοντας μπροστά του ένα χρονόμετρο, άρχισε πάλι τή δουλειά. 'Αλίμονο, τά δάχτυλά του είχαν, μέ τά χρόνια, προσβληθεί από άρθριτικά, και μετά από $19 \frac{3}{8}$ λεπτά τό δεξί του χέρι πιάστηκε από μιá γερή κράμπα.

Εϋτυχώς όμως η Πλανειακή τεχνολογία ήταν πολύ αναπτυγμένη. 'Ο Ζήνων παραμέρισε την έμφυτη αποστροφή του για τά μηχανήματα και πήρε τηλέφωνο τόν συνάδελφό του της μηχανολογίας Καθηγητή 'Αρχύτα. 'Ο 'Αρχύτας άφησε στην πάντα τά σχέδιά του για μιá παιδική κουδουνίστρα και δέχτηκε πρόθυμα να συνεργαστεί μέ τόν Ζήωνα. Οί δύο σοφοί αφιέρωσαν όλες τίς προσπάθειές τους για να σχεδιάσουν και να κατασκευάσουν ένα εργαλείο τό όποιο θα μπορούσε να ολοκληρώσει τό έργο που για την ανθρώπινη φύση στάθηκε πολύ βαρύ.

Γρήγορα συναρμολογήθηκε ένα υπέροχο μηχάνημα. Ουσιαστικά, αυτή ή π-μηχανή, καθώς τήν ονόμασαν, ήταν αρκετά άπλή. Τήν αποτελοῦσαν δύο τμήματα, ένας μικρός υπολογιστής κι ένα τηλέτυπο. ‘Ο υπολογιστής θά ἔκανε τή δουλειά τοῦ πυρετικοῦ μυαλοῦ τοῦ Ζήνωνα: ή λειτουργία του ἦταν νά υπολογίζει τά διαδοχικά ψηφία τοῦ π μέ ὄλο καί μεγαλύτερη ταχύτητα· καί εἶχε προγραμματιστεῖ νά κάνει ένα λεπτό για τόν πρῶτο υπολογισμό, $1/2$ λεπτό για τόν δεύτερο, $1/4$ τοῦ λεπτοῦ για τόν τρίτο, κ.ο.κ. Τό τηλέτυπο θά ἀναλάμβανε τή δουλειά πού εἶχαν νά κάνουν τά ἀρθρική δάχτυλα τοῦ Ζήνωνα: ή λειτουργία του ἦταν νά τυπώνει τά ψηφία πού θά υπολογίζονταν· καί εἶχε ρυθμιστεῖ ὥστε νά τυπώνει τό πρῶτο ψηφίο ένα λεπτό μετά τόν υπολογισμό του, τό δεύτερο ψηφίο $1/2$ λεπτό ἀργότερα, τό τρίτο μετά ἀπό ένα ἀκόμα $1/4$ τοῦ λεπτοῦ, κ.ο.κ.

Οἱ δύο ἐφευρέτες ἀποφάσισαν νά κάνουν μιὰ δημόσια ἐπίδειξη. Μπροστά σέ ὄλους τοῦς εὐγενεῖς τῆς χώρας, καί σ’ ένα κοινό πού εἶχε πληρώσει εἰσιτήριο, ὁ ἴδιος ὁ Ζήνων ἔκανε τά ἀποκαλυπτήρια τῆς περίφημης μηχανῆς καί πίεσε τό κουμπί τῆς ἐκκίνησης. ‘Ο υπολογιστής ἔκανε ένα βόμβο καί, μετά ἀπό ἀκριβῶς δύο λεπτά, τό τηλέτυπο χτύπησε τό ψηφίο ‘3’. Μισό λεπτό ἀργότερα, ἄφωνο τό ἀκροατήριο εἶδε τό ψηφίο ‘1’ νά ἐμφανίζεται πάνω στό χαρτί τοῦ τηλέτυπου. Σέ λίγο τό μηχάνημα λειτουργοῦσε τόσο γρήγορα ὥστε νά μήν μπορεῖ κανεῖς νά διακρίνει τίς ἐπιμέρους κινήσεις του, καί τό γεμάτο ψηφία χαρτί σωρευόταν μπρός στά πόδια τοῦ Ζήνωνα. Ὑστερα ἀπό δύο λεπτά ἀκούστηκε ένα δυνατό ‘κλίκ’, καί ὁ υπολογιστής σταμάτησε· μετά ἀπό ἄλλο ένα λεπτό, ένα δεύτερο ‘κλίκ’ ἀνάγγειλε τό τέλος τῆς λειτουργίας τοῦ τηλέτυπου. ‘Ο Ζήνων σήκωσε θριαμβευτικά τήν ἄκρη τοῦ τυπωμένου χαρτιοῦ καί τήν πρόσφερε, μέ μιὰ βαθιά υπόκλιση, στόν φιλόσοφο-πρίγκηπα τῆς Πλάνειας, τόν Γιλβέρτο τόν Μεταφυσικό.

‘Ο Γιλβέρτος ἔκανε λίγο πίσω καί χτύπησε ἐλαφρά τήν πίπα του. Μετά ἀπό μιὰ μικρή παύση στοχασμοῦ, ἀποφάνθηκε: ‘Ζήνων, εἶσαι ένας ἀπατεώνας. Αὐτό τό κομμάτι χαρτί πού μοῦ ἔδωσες ἔχει μῆκος πεπερασμένο’ — στό σημεῖο αὐτό σήκωσε ψηλά τίς δύο ἄκρες ὡς ἀπόδειξη· ‘καί εἶναι τόσο ἀδύνατο νά συγκεντρώσεις ἄπειρα ψηφία πάνω σ’ ένα χαρτί μέ πεπερασμένο μῆκος, ὅσο καί νά κάνεις “ἔξαρέ” στό πόκερ ἢ νά χωνέψει κανεῖς τήν *Περηγάνεια καί Προχατάληψη* σου. Τό πράγμα εἶναι ἀδύνατον: τούτη ή μηχανή δέν ἔκανε τή δουλειά της.’

Τό ζοηρό ἐπιχείρημα τοῦ Γιλβέρτου ἐπεισε ὄλους ὅσους ἦταν παρόντες — καί ἐξαγρίωσε τό μέρος τοῦ κοινοῦ πού εἶχε πληρώσει εἰσιτήριο. ‘Ο Ζήνων ἐπέστρεψε τίς εἰσπράξεις καί βυθίστηκε σέ σιωπηλή ἀπελπισία. “Ἴσως”, τόλμησε νά ψελλίσει ὁ Ἀρχύτας, ‘μέσα στή μηχανή μας νά μήν ἔχουμε φάντασμα ἀλλά κάποιον δαίμονα: δοκιμάζουμε πάλι;’ Χωρίς πολλές ἐλπίδες οἱ δύο σοφοί ξαναγύρισαν στό ἐργαστήριό τους καί ἄρχισαν ν’ ἀσχολοῦνται

μέ τήν ἐφεύρεση μιᾶς νέας π-μηχανῆς. Ὁ Ἀρχύτας ἔτυχε νά διαβάζει στό κρεβάτι του τά *Φυσικά* τοῦ Ἀριστοτέλη· καί ξαφνικά ἀναλογίστηκε πόσο ἐνδιαφέρουσα ἦταν σχετικά ἡ παρατήρηση τοῦ Ἀριστοτέλη πῶς ὁ κύκλος εἶναι, ἀπό μιάν ἀποψη, ἄπειρος, ἀφοῦ δέν ἔχει οὔτε ἀρχή οὔτε τέλος. Σκέφτηκε πῶς σ' αὐτό βρισκόταν ἡ λύση τοῦ προβλήματος τοῦ Ζήνωνα καί τοῦ ἴδιου: ν' ἀντικαταστήσει τό μακρὸ χαρτί τῆς πρώτης π-μηχανῆς μέ μιὰ συνεχὴ θηλιά ἀπὸ χαρτί· ἐφόσον ἡ θηλιά θά ἦταν ἄπειρη, θά μπορούσε εὐκόλα νά φιλοξενήσει τά ἄπειρα ψηφία τοῦ π· καί ὁ Γιλβέρτος δέν θά μπορούσε πιά νά βρεῖ δύο ἄκρες — οὔτε κἀν μία — στό χαρτί ὥστε νά δημιουργήσει ἀμφιβολίες γιά τό μῆκος τοῦ ὑπολογισμοῦ.

Ἡ Π2, ἡ καινούρια μηχανή, κατασκευάστηκε γρήγορα· ἀλλά ὁ Ἀρχύτας ἔπεισε τόν Ζήνωνα νά τήν δοκιμάσουν κατ' ἴδιαν. Τό μηχανήμα τέθηκε σέ λειτουργία κανονικά· ὁ βόμβος του ἦταν ἐντυπωσιακός· ἄρχισε νά χτυπᾷ καί νά κάνει θορύβους· καί ἡ τυπωμένη θηλιά ἄρχισε νά κινεῖται γρήγορα κάτω ἀπὸ τά χτυπήματα τῶν πλήκτρων τοῦ τηλέτυπου. Μετά ἀπὸ τρία λεπτά, ἡσυχία. Ὁ Ζήνων ἀφαίρεσε τὴ θηλιά τοῦ χαρτιοῦ. Πρὸς μεγάλη του ἀπογοήτευση, δέν μπορούσε νά διακρίνει κανένα ψηφίο πάνω στήν ἐπιφάνειά της: κατὰ μῆκος τοῦ κέντρου τοῦ χαρτιοῦ ὑπῆρχε μιὰ φαρδιά λουρίδα ἀπὸ μαῦρο μελάνι, ὅπου ἡ μηχανή εἶχε τυπώσει καί ξανατυπώσει — τὴ μιὰ φορά πάνω στήν ἄλλη — τά συνεχόμενα ψηφία τοῦ π. Χωρὶς ἀμφιβολία ἡ μαύρη αὐτὴ λουρίδα περιεῖχε ὅλα τὰ ψηφία τοῦ π, μέ τὴ σωστὴ σειρά· ποιός ὅμως θά τό πίστευε;

Ὁ Ζήνων φοβήθηκε πῶς θά τοὺς κατηγοροῦσαν πάλι γιά τσαρλατανισμό ἂν παρουσίαζαν τὴν Π2 στό κοινό. Ὁ Ἀρχύτας συμφώνησε, καί πρότεινε νά προσθέσουν ἓνα μηχανισμό σβησίματος στό τηλέτυπο: κάθε ψηφίο θά σβηνόταν ἀμέσως μόλις θά εἶχε γραφτεῖ, ἔτσι ὥστε ἡ θηλιά νά μὴν εἶναι γραμμὴν μόνο μέ μιὰ μουτζουρωμένη ἀπὸ τά ξανατυπώματα λουρίδα. Ὅμως ὁ Ζήνων ὑποστήριξε μέ πειστικότητα ὅτι ἡ ὀλότελα ἄγραφτη θηλιά χαρτιοῦ πού θά προέκυπτε ἀπὸ τόν μηχανισμό τοῦ Ἀρχύτα θά ἦταν δύσκολο νά πείσει ἓνα δύσπιστο ἀκροατήριό πῶς ἡ Π2 εἶχε πραγματικά τυπώσει ὅλα τὰ ψηφία τοῦ π. Ὁ Ἀρχύτας ἀναλογίστηκε τὴν ὑποδοχὴ πού εἶχε ὁ ὀλότελα σιωπηλὸς δίσκος του μέ τὴ Μουσικὴ τῶν Σφαιρῶν, κι ἐνίωσε τὴν ἀνάγκη νά συγκατανεύσει.

Χωρὶς νά πτοηθοῦν, οἱ δύο ἐφευρέτες στρώθηκαν γιά τρίτη φορά στή δουλειά. Ἡ τρίτη καί τελευταία π-μηχανή χρειάστηκε πολλοὺς μῆνες δύσκολης ἐρευνας. Ἐπιτέλους ὁ Ἀρχύτας βρῆκε πάλι τό κρίσιμο σημεῖο: συνέλαβε τὴν ἰδέα ἑνὸς τηλέτυπου πού τὰ πλήκτρα του νά ἔχουν ὅλο καί μικρότερο μέγεθος. Γιά νά ἀποφύγει τὴν ἀνάγκη ἑνὸς ἄπειρα μεγάλου πληκτρολόγιου, ἔφτιαξε ἓναν μηχανικὸ πληκτροσυστολέα, μέ τόν ὁποῖο τὰ πλήκτρα τοῦ τηλέτυπου του θά μπορούσαν νά συστέλλονται διαδοχικά κατὰ βού-

ληση. Η Π3 λοιπόν ἀπαρτιζόταν από έναν υπολογιστή και ένα τηλέτυπο, μαζί με τόν συστολέα.

Τό κατασκευάσμα αυτό συναρμολογήθηκε και ο Αρχύτας ρύθμισε προσεκτικά τό κουμπί τοῦ συστολέα: ἀμέσως μετά τό τύπωμα τοῦ πρώτου ψηφίου, ο συστολέας θά ἐλάττωνε τό μέγεθος τοῦ κάθε πλήκτρο τοῦ τηλέτυπου στό μισό· και μετά από κάθε ἐπόμενο τύπωμα, κάθε πλήκτρο θά ἐλαττωνόταν πάλι στό μισό του μέγεθος. Μέ τόν τρόπο αυτό, σκέφτηκε ο Αρχύτας, τό τηλέτυπο θά χρειαζόταν ένα πεπερασμένο φύλλο χαρτιοῦ· γιατί θά χρησιμοποιούσε ὅλο και μικρότερο χώρο για τήν καθεμιά από τίς διαδοχικές πράξεις. Ὀλόκληρη ἢ δεκαδική ἔκταση τοῦ π θά μπορούσε νά τυπωθεῖ σ' ένα μεγάλο φύλλο χαρτί.

Τή φορά αὐτή, ο Ζήνων και ο Αρχύτας εἶχαν ἀρκετήν αὐτοπεποίθηση ὥστε νά καλέσουν ἄλλη μιὰ δημόσια συγκέντρωση — και νά προτείνουν στόν ἴδιο τόν Πρίγκιπα Γιλβέρτο νά βάλει μπροστά τή μηχανή. Ἐνα μεγάλο και δύσπιστο κοινό συγκεντρώθηκε σέ λίγο, και ο Γιλβέρτος πίεσε τό κουμπί ρουθονίζοντας μέ σκεπτικισμό. Τό μηχανήμα ἄρχισε νά χτυπᾷ τό χαρτί προχωροῦσε σιγά σιγά· τά πλήκτρα τοῦ τηλέτυπου ἔκαναν ὅλο και πιό ὀξύ ἤχο. Μετά από τρία λεπτά, πάλι, ἤσυχια. Ὁ Ζήνων πῆρε ἀπαλά τό χαρτί και τό ἔδειξε στόν Γιλβέρτο.

Τό τύπωμα πάνω στό χαρτί εἶχε σχῆμα σφήνας. Στήν ἀριστερή πλευρά τῆς σφήνας διακρίνονταν καθαρά τά ψηφία '3', '1' και '4', τό '1' στό μισό μέγεθος ἀπό τό '3', και τό '4' στό μισό μέγεθος ἀπό τό '1'. Δεξιά ἀπό τό '4' τίποτα δέν διακρινόταν μέ γυμνό μάτι· ο Γιλβέρτος ὁμως πῆρε τόν μεγεθυντικό φακό πού τοῦ πρόσφερε ο Ζήνων και παραδέχτηκε ἀνόρεχτα πῶς τώρα μπορούσε νά διακρίνει και ἄλλα ψηφία, ένα '1', ένα '5' κι ένα '9', πού τό καθένα τους ἦταν ἀναλογικά μικρότερο ἀπό τό προηγούμενο. Ὅλο και δυνατότεροι φακοί ἀποκάλυπταν ὅλο και μικρότερα ψηφία: ἡ προσεκτική παρατήρηση ἀποκάλυπτε πῶς δεξιά ἀπό κάθε ψηφίο ἐμφανιζόταν ένα ἀκόμα ψηφίο· κανένα τελευταῖο ψηφίο δέν μπορούσε νά παρατηρηθεῖ, και ἀκόμα και ὅταν οἱ δυνατότητες τῆς Πλάνειας σέ μικροσκοπία ἐξαντλήθηκαν, ο ἰσχυρότερος μεγεθυντικός φακός ἔδειξε πῶς ὑπῆρχαν και ἄλλα ψηφία τυπωμένα πάνω στό χαρτί, πού ὁμως ἦταν πολύ μικροσκοπικά για νά διαβαστοῦν καθαρά.

Τό συμπέρασμα ἦταν προφανές: ἡ λογική ἀπέδειξε, και ο ἐμπειρικός ἔλεγχος ἐπαλήθευσε, ὅτι ἡ Π3 εἶχε πράγματι υπολογίσει και τυπώσει πλήρη τήν ἀτέλειωτη σειρά τῶν δεκαδικῶν ψηφίων τοῦ π . Τό κοινό χειροκρότησε· ο Γιλβέρτος γρύλισε ἐπιδοκιμαστικά· ο Αρχύτας ξαναγύρισε στή μουσική του· ο Ζήνων δημοσίευσε ένα σύντομο σημείωμα στό *Mind*: οἱ Σουηδοί θά τοῦ ἀπένεμαν σίγουρα τό βραβεῖο Νόμπελ, και ἀκόμα και οἱ Ἄγγλοι θά πείθονταν ἀσφαλῶς νά ἐγκαταλείψουν τή συνηθισμένη τους 'ζηνοφοβία'.

Ὁ Ζήνων ἦταν ἀπογοητευμένος: ἀπέκτησε κάποια φήμη βέβαια, ἀλλά ὄχι ἀρκετούς θαυμαστές· οἱ ξένοι μάλιστα εἶχαν τὴν τάση νὰ περιφρονοῦν τὴν ἐφεύρεσή του ὡς ἀνόητη σοφιστεία. Μερικοὶ περισπούδαστοι φιλόσοφοι τῆς γλώσσας πῆραν τὸν Ζήωνα περισσότερο στὰ σοβαρά, καὶ γιὰ μιὰ περίοδο οἱ σελίδες τοῦ *Analysis* ἦταν γεμάτες ἀπὸ μικρὲς ἐργασίες γραμμένες ἀπὸ ὑποψήφιους γιὰ πανεπιστημιακὲς θέσεις στὴν Ὁξφόρδη: οἱ π-μηχανές τοῦ Ζήωνα, διαπίστωναν, ὑποτίθεται πὺς ἐκτελοῦσαν ἕναν ἄπειρο ἀριθμὸ ἔργων σὲ πεπερασμένο χρόνο· ὁμως μιὰ προσεκτικὴ ἐξέταση τῆς γλώσσας θά ἦταν ἀρκετὴ γιὰ ν' ἀποδείξει πὺς ἡ ὑπόθεση αὐτὴ ἦταν ἐσφαλμένη.

Ἔτσι μερικοὶ ἔκαναν τὴν ἐπιδέξια πρόταση πὺς ἡ λέξη 'ἔργο' μποροῦσε νὰ χρησιμοποιηθεῖ μόνο προκειμένου γιὰ μιὰν ἐπιτέλεση ποῦ νὰ διαρκεῖ γιὰ κάποιο διακριτὸ χρονικὸ διάστημα· καὶ πὺς κανένα πεπερασμένο τμήμα τοῦ χρόνου δὲν περιέχει ἄπειρο ἀριθμὸ διακριτῶν χρονικῶν διαστημάτων ὡς ξεχωριστὰ μέρη τοῦ ἑαυτοῦ του· καὶ πὺς, ἐπομένως, οἱ π-μηχανές δὲν μποροῦσαν νὰ ἐπιτελέσουν ἄπειρο ἀριθμὸ ἔργων σὲ πεπερασμένο χρόνο. Ἄλλοι παρατήρησαν ὅτι 'ἄπειρο' σημαίνει 'χωρὶς τέλος'· καὶ συμπέραναν πὺς ἡ π-μηχανὴ δὲν ἦταν δυνατό νὰ ὀλοκληρώσει τὰ ἔργα τῆς, ἢ νὰ φτάσει στὸ τέλος τους, ἀκόμα καὶ ἂν μποροῦσε νὰ λειτουργεῖ γιὰ ὀλόκληρη τὴν αἰωνιότητα.

Ἡ ἀναλυτικὴ φιλοσοφία ἦταν ἀρκετὰ τῆς μόδας στὴν Πλάνεια· καὶ οἱ συνάδελφοι τοῦ Ζήωνα φοβοῦνταν πὺς τέτοιου εἴδους ἀναλυτικὲς ἐπιθέσεις μπορεῖ νὰ τὸν συνέτριβαν. Ὅμως ὁ ἴδιος ὁ Ζήνων παρέμεινε μακάρια ἀτάραχος ἀπὸ τίς λεπτολόγες παρατηρήσεις τῶν γλωσσολόγων - στοχαστῶν: πρῶτον, θεωροῦσε πὺς τὰ σχόλιά τους ἦταν ὅλα λανθασμένα· καὶ, δεύτερον, πὺς ἦταν, ἐν πάσῃ περιπτώσει, ἄσχετα μὲ τίς ἀξιώσεις τοῦ μηχανήματός του. Οἱ νηφάλιοι κριτές πῆραν τὸ μέρος τοῦ Ζήωνα, κρίνοντας ὅτι οἱ ἀναλυτικοὶ φιλόσοφοι τῆς τάσης αὐτῆς θά ἔπρεπε νὰ ἐξοριστοῦν στὴν Grub Street ἢ στὰ ὑπόγεια τοῦ Oxford English Dictionary.

Μερικὰ χρόνια μετὰ τὴν ἐφεύρεση τῆς Π3, ἡ Ἀκαδημία τῆς Πλάνειας ὀργάνωσε ἕνα μεγάλο Συνέδριο Φιλοσοφίας: περιφανεῖς στοχαστὲς ἀπὸ κάθε ἐποχὴ καὶ τόπο κλήθηκαν νὰ τὸ παρακολουθήσουν. Οἱ ἐπίσημες ἀνακοινώσεις ἔγιναν δεκτὲς μὲ τὴ συννηθισμένη, σὲ τέτοιες συγκεντρώσεις, εὐγενικὴ βαρεμάρα· ἀλλὰ στίς ταβέρνες, μεταξὺ τῶν ἐπίσημων συνεδριάσεων καὶ μετὰ ἀπὸ αὐτές, ἔγιναν μερικὲς ἔντονες λογομαχίες· καὶ τὸ κύριο θέμα ἦταν τὸ θαυμαστὸ μηχανήμα τοῦ Ζήωνα.

Μιὰ ἀπὸ τίς συζητήσεις αὐτές τὴν ξεκίνησε ὁ Σωκράτης:

“Ἀγαπητέ μου Ζήνων”, ἄρχισε, “παρατήρησα τὴ μηχανὴ σου καὶ θαύμασα πολὺ τὴν ἰδιοφυὴ κατασκευὴ τῆς. Ἡ τέχνη σου εἶναι πραγματικὰ σὰν ἐκεῖνη τοῦ Δαίδαλου· γιατί τὸ ἔργο τῶν χειρῶν σου κάνει πολλὰ καὶ θαυμαστὰ πράγματα.”

‘Ποιά πράγματα ἐννοεῖς, Σωκράτη;’

‘Ἐννοῶ, φίλε μου, πώς τά πληκτρα τῆς μηχανῆς σου κάνουν ὅλο καί συντομότερες διαδρομές πάνω σέ ὅλο καί μικρότερα διαστήματα καί σέ ὅλο καί συντομότερους χρόνους — δέν εἶναι ἔτσι;’

‘Ναί, πραγματικά, γιατί κάθε “διαδρομή”, καθώς τή λές, ἔχει ἀκριβῶς τό μισό μήκος ἀπό τήν προηγούμενη καί παίρνει ἀκριβῶς τόν μισό χρόνο γιά νά καλύψει ἀκριβῶς τό μισό διάστημα.’

‘Καί ὑπάρχουν ἄπειρες διαδρομές, ἀλλά ἢ κάθε διαδρομή ἔχει πεπερασμένο μήκος;’

‘Ἀσφαλῶς.’

‘Ἐπομένως δέν μπορεί νά ὑπάρξει ἐλάχιστη διαδρομή;’

‘Προφανῶς ὄχι· γιατί κάθε διαδρομή ἀκολουθεῖται ἀπό μίαν ἄλλη πού ἔχει τό μισό μήκος.’

‘Καί ἐπίσης δέν μπορεί νά ὑπάρξει ἐλάχιστο διάστημα χώρου ἢ ἐλάχιστο διάστημα χρόνου;’

Ὁ Ζήνων συμφώνησε.

‘Πές μου ὁμως, φίλε μου’, εἶπε ὁ Σωκράτης, χαμογελώντας ἡρεμα, ‘δέν γνωρίζεις τόν *Μικρό Λιάκωμο* τοῦ σοφοῦ συμπατριώτη μας τοῦ κ. Δημόκριτου; Γιατί στό ἔργο αὐτό — πού τό διάβασα βιαστικά πρὶν ὁ μαθητής μου ὁ Πλάτωνας τό ρίξει στή φωτιά — ὁ Δημόκριτος λέει πώς ἡ ὕλη δέν εἶναι ἐπ’ ἄπειρον διαιρετή, ἀλλά ὑπάρχουν ἐλάχιστες μονάδες ὕλης, ἄτομα καθώς τά λέει.’

‘Ἐχω πράγματι διαβάσει τό βιβλίο, Σωκράτη, καί θαυμάζω τήν προφητικότητα του· ὁμως τί σχέση ἔχουν τά ἄτομα μέ τό θέμα μας;’

‘Σκέψου το ὡς ἐξῆς’, εἶπε ὁ Σωκράτης· ‘ἂν ὑπάρχουν ἐλάχιστες μονάδες ὕλης, ἢ ἄτομα, δέν θά μπορεί νά ὑπάρχουν ἐξίσου ἐλάχιστες μονάδες χώρου, ἢ τοπόνια ὅπως θά μπορούσα νά τά ὀνομάσω;’

‘Πιθανόν.’

‘Καί ἐλάχιστες μονάδες χρόνου, ἢ χρονόνια;’

‘Ἀσφαλῶς.’

‘Καί ἐπομένως ἐπίσης ἐλάχιστες διαδρομές, ἢ ὀδόνια;’

‘Οἱ ἀναλογίες σου, φίλε μου, εἶναι ὅπως πάντα ἐξυπνες· ποῦ ὀδηγοῦν ὁμως;’

‘Μά, Ζήνων, ἂν πραγματικά ὑπάρχουν στή φύση τοπόνια καί χρονόνια καί ὀδόνια, ἢ τόσο ἐξυπνα καμωμένη μηχανή σου φοβᾶμαι πώς δέν θά εἶναι σέ θέση νά ἐκτελέσει τά ἔργα της. Γιατί κάθε διαδρομή πού θά κάνουν τά πληκτρα πάνω στό χαρτί θά ἔχει μήκος ἴσο μ’ ἓναν ἀκέραιο ἀριθμό τοπονίων, καί μετὰ ἀπό ἓναν πεπερασμένο ἀριθμό τοπονίων θά κάνει, ἄς ὑποθέσουμε, μιὰ διαδρομή μέ μήκος ἓνα τοπόνιο· μετὰ τή διαδρομή αὐτή πρέπει νά σταματήσει — γιατί δέν μπορεί νά κάνει συντομότερη διαδρομή.’

‘Δέν καταλαβαίνω ἀκόμα καλά τή σκέψη σου’, εἶπε ὁ Ζήνων.

‘Σκέψου το ὡς ἐξῆς: ἄς ὑποθέσουμε ὅτι ἡ πρώτη διαδρομή πού κάνει τό τηλέτυπό σου κατά μήκος τοῦ χαρτιοῦ ἔχει μήκος ἀκριβῶς 128 τοπόνια. Τότε, ἡ δεύτερη διαδρομή θά εἶναι 64 τοπόνια· ἡ τρίτη 32 τοπόνια, κ.ο.κ. Καί ἡ ὄγδοη διαδρομή θά ἔχει, θαρρῶ, μήκος μόνο ἓνα τοπόνιο. Ἐτσι δέν μπορεί νά ὑπάρξει ἑνατη διαδρομή· γιατί ἡ ἑνατη διαδρομή θά ἔπρεπε νά ἔχει μήκος μισό τοπόνιο, καί τοῦτο εἶναι ἀδύνατον. Τό ἴδιο ἐπιχείρημα ἰσχύει καί γιά τά χρονόνια· καί προφανῶς δέν κάνει καμιά διαφορά ὅσο μήκος κι ἂν ὑποτεθεῖ ὅτι ἔχει ἡ πρώτη διαδρομή. Ἐπομένως, ἂν ἡ π-μηχανή σου πρόκειται νά δουλέψει, τότε δέν μπορεί νά ὑπάρχουν τοπόνια οὔτε χρονόνια, παρά πρέπει ὁ χρόνος καί ὁ χῶρος νά εἶναι συμπαγεῖς ἢ ἀλλιῶς ἐπ’ ἄπειρον διαιρετοί.’

Ὁ Ζήνων ἔμεινε σιωπηλός καί μιά ρυτίδα ἀπορίας χάραξε τό πρόσωπό του· ἀλλά πρὶν περάσει πολλή ὥρα ἦρθε ἡ βοήθεια ἀπό τόν παλιό του φίλο, τόν Εὐκλείδη.

‘Αγαπητέ μου Σωκράτη’, εἶπε ὁ Εὐκλείδης, ‘ὁ τρόπος πού μιλάς γιά τοπόνια καί χρονόνια κλπ. κλπ. προδίδει ἀπλῶς τήν ἀξιοθρήνητη ἄγνοιά σου πάνω στή γεωμετρία — φοβᾶμαι πῶς δέν θά σέ ἀφήσουν νά μπεῖς στήν Ἀκαδημία τοῦ μαθητῆ σου. Γιατί, καθώς ἀποδεικνύω στό δέκατο βιβλίο τῶν *Στοιχείων* μου, δέν μπορεί, ἀπό γεωμετρική σκοπιά, νά ὑπάρξει οὔτε ἐλάχιστο μέγεθος οὔτε ἐλάχιστο μήκος· ἐπομένως δέν μποροῦν νά ὑπάρξουν τοπόνια. Γιατί κάθε μέγεθος οἴωνδήποτε διαστάσεων εἶναι διαιρετό — καί μάλιστα κάθε μέγεθος εἶναι διαιρετό ἐπ’ ἄπειρον. Ἄν τό ἀρνηθεῖς αὐτό, γκρεμίζεις ὅλα τά μαθηματικά: τά *Στοιχεῖα* μου προστατεύουν τήν π-μηχανή τοῦ Ζήνωνα ἀπό τίς ἐρασιτεχνικές ἀντιρρήσεις σου.’

Ἡ γνωμάτευση τῆς αὐθεντίας τοῦ Εὐκλείδη ἔγινε δεκτή μέ σχεδόν καθολική ἐπιδοκιμασία· τά μουρμουρίσματα διαφωνίας μερικῶν Ἐπικουρείων ἔδω καί κεῖ πνίγηκαν ἀπό τό δυνατό ‘ναί’ τοῦ Ἀριστοτέλη. Ἡ ἀντίθεση ὅμως ἔσπρωξε ἀπλῶς τόν Σωκράτη πρὸς μεγαλύτερους στόχους:

‘Μίλησες, Εὐκλείδη, γιά τά μαθηματικά σου· καί ἀσφαλῶς τά *Στοιχεῖα* σου θά θεωρηθοῦν ἀπό τίς μέλλουσες γενιές ὡς ἓνα ἀπό τά μεγάλα ἐπιτεύγματα τῆς Ἑλλάδας. Σκέψου ὅμως, εἶναι τά δικά σου μαθηματικά τά μόνα πού ὑπάρχουν; Ἡ Εὐκλείδεια γεωμετρία εἶναι ἄραγε ἡ μόνη γεωμετρία;’

‘Ἐν πάσῃ περιπτώσει’, εἶπε ὁ Εὐκλείδης, ‘εἶναι ἡ καλύτερη γεωμετρία.’

‘Ἐνας γνωστός μου νεαρός πού τόν λένε Ξενοκράτη’, ἀπάντησε ὁ Σωκράτης, ‘ὁ ὁποῖος εἶναι ἱκανός μαθηματικός καί φιλόσοφος, ἐπιχειρεῖ νά σοῦ φέρει ἀντιρρήσεις. Πιστεύει πῶς ὑπάρχουν ἄτομες γραμμές, κι ἔχει φτιάξει ἓνα γεωμετρικό σύστημα πού, ἀντίθετα μέ τό δικό σου, δέχεται ὅτι ὑπάρχουν πράγματι ἐλάχιστα μήκη. Καί μπορεί νά ἔχει δίκιο καί σύ ἄδι-

κο. Ἡ μᾶλλον σκέψου το ὡς ἐξῆς: ὑποστηρίζεις, νομίζω, ὅτι οἱ παράλληλες γραμμές, ὅσο καί νά προεκταθοῦν, δέν θά συναντηθοῦν ποτέ;

Ἐπί. 'Ναί.'

Ἐπί. 'Γνωρίζεις, ἀγαπητέ μου, πῶς μεταξύ τῶν βαρβάρων ὑπάρχουν φημισμένοι γεωμέτρεις πού παίρνουν σάν προϋπόθεση ὅτι οἱ παράλληλες γραμμές τέμνονται σ' ἓνα σημεῖο, καί πού χτίζουν καινούριες γεωμετρίες πάνω σ' αὐτή τήν ὑπόθεση;'

Ἐπί. 'Βάρβαρες γεωμετρίες', μούγκρισε ὁ Εὐκλείδης, 'καί κατάλληλες γιά βάρβαρες ψυχές καί μόνο.'

Ἐπί. 'Ἄς τό δεχτοῦμε αὐτό', εἶπε ὁ Σωκράτης· 'ἄλλωστε δέν θέλω νά ὑποστηρίξω τήν ὑπόθεση τῶν βαρβάρων. Μᾶλλον, τό ἐπιχείρημά μου εἶναι τό ἐξῆς: τό νά ἀναρωτηθεῖ κανεῖς ἂν ἡ γεωμετρία τῶν βαρβάρων ἢ τοῦ Εὐκλείδου εἶναι σωστή σημαίνει, ὑποθέτω, νά ἀναρωτηθεῖ ἂν ὁ χώρος πού μᾶς περιβάλλει, καί στόν ὁποῖο βρισκόμαστε ἐμεῖς καί ὁ κόσμος, ταιριάζει περισσότερο μέ τά δόγματα τῶν βαρβάρων ἢ μέ τά δόγματα τοῦ Εὐκλείδου· σημαίνει νά ἀναρωτηθεῖ ποιά γεωμετρία ἐφαρμόζει καλύτερα στόν φυσικό κόσμο — ἂν πράγματι ἐφαρμόζει. Τώρα, σ' αὐτό τό ἐρώτημα ἀσφαλῶς δέν μπορεῖ νά ἀπαντήσῃ ἡ ἐπιστήμη τῆς γεωμετρίας. Οὔτε τά δικά σου ἀξιώματα, οὔτε ἐκεῖνα τῶν βαρβάρων, μποροῦν νά μᾶς ποῦν τά ἴδια ἂν περιγράφουν τήν τοπολογία τοῦ χώρου ἢ ὄχι· γιατί αὐτό δέν εἶναι γεωμετρικό ἐρώτημα. Ἄκόμα καί ἂν οἱ σκυτοτόμοι καί οἱ ναυπηγοί μας πιστεύουν ὅτι ὁ χώρος μέσα στόν ὁποῖο ἐργάζονται κυβερνιέται ἀπό τούς νόμους τῶν *Στοιχείων* τοῦ Εὐκλείδου, ποιός μπορεῖ νά μᾶς ἐγγυηθεῖ πῶς κάποιος ἐξυπνος φιλόσοφος τῆς φύσης δέν μπορεῖ νά μᾶς πληροφορήσῃ αὔριο πῶς στήν πραγματικότητα ὁ χώρος εἶναι καμπύλος, ἢ κάποια ἄλλη τέτοια ἀνοησία, καί πῶς ταιριάζει περισσότερο σέ μιᾶ γεωμετρία τῶν βαρβάρων παρά σέ μιάν Εὐκλείδεια; Δέν λέω, ἀγαπητέ μου Εὐκλείδη, ὅτι οἱ βάρβαροι ἔχουν δίκιο καί σύ ἄδικο. Λέω μόνο πῶς ἡ ἴδια ἡ γεωμετρία ἀσχολεῖται μέ ἀφηρημένα ἀντικείμενα τῆς θεώρησης τοῦ νοῦ καί ὄχι μέ τόν φυσικό χώρο μέσα στόν ὁποῖο κινοῦνται τά σώματά μας. Ὁ χώρος μπορεῖ πραγματικά νά ἔχει τή δική σου γεωμετρία· ἢ μπορεῖ νά ἔχει μιᾶ βάρβαρη γεωμετρία: ἐσύ, ὡς ἀληθινός γεωμέτρεις, δέν μπορεῖς νά πεῖς ποιά γεωμετρία ἔχει πραγματικά.'

Ἐπί. 'Καί τί, σέ παρακαλῶ', ρώτησε ὁ Εὐκλείδης, 'ἔχει νά κάνει ἡ βάρβαρη ὑπόθεση ὅτι οἱ παράλληλες γραμμές συναντῶνται μέ τήν ὑπόθεση τοῦ φίλου μου τοῦ Ζήωνα;'

Ἐπί. 'Τήν ἐξῆς', εἶπε ὁ Σωκράτης: 'ὅπως ἀκριβῶς ἡ ἴδια ἡ γεωμετρία δέν μπορεῖ ν' ἀποφανθεῖ γιά τή διαμάχη ἀνάμεσα στόν Εὐκλείδη καί στούς βαρβάρους, ἔτσι καί ἡ ἴδια ἡ γεωμετρία δέν μπορεῖ νά κρίνει τή διαμάχη μεταξύ Εὐκλείδου καί Ξενοκράτη. Ἐσύ, φίλε μου, κατασκεύασες μιάν ἀξιοθαύμαστη γεωμετρία μέ βάση τήν παραδοχή ὅτι ὁ γεωμετρικός χώρος εἶναι συμπα-

γής ἢ συνεχῆς· ἡ γεωμετρία τοῦ νεαροῦ Ξενοκράτη δέχεται ἄτομα, καί ὁ γεωμετρικός του χῶρος δέν εἶναι οὔτε συνεχῆς οὔτε συμπαγῆς. Ὅμως οὔτε σύ οὔτε ἐκεῖνος μπορεῖτε νά μᾶς πεῖτε, μέ βάση μόνο τίς γεωμετρικές σας μελέτες, ἂν ἡ δομή τοῦ φυσικοῦ χώρου εἶναι συνεχῆς ἢ — καθῶς θά μπορούσα νά τή χαρακτηρίσω — κοκκώδης. Αὐτό εἶναι ἐρώτημα πού ἀφορᾷ ἄλλο πεδίο. Ἄν ἡ μηχανή τοῦ Ζήνωνα λειτουργεῖ, τότε δέν ὑπάρχουν τοπόνια, καί ὁ φυσικός χῶρος εἶναι συμπαγῆς σάν τόν γεωμετρικό σου χῶρο· ἀλλά ἀπό τό γεγονός ὅτι ἡ γεωμετρία σου δέχεται ὅτι ὁ χῶρος εἶναι συμπαγῆς, δέν μπορεῖς, φίλε μου, νά συμπεράνεις πῶς ὁ φυσικός χῶρος εἶναι στήν πραγματικότητα συμπαγῆς. Οἱ γεωμετρικοί σου στοχασμοί, ὅσο θαυμαστοί κι ἂν εἶναι, δέν μποροῦν νά βοηθήσουν τόν Ζήωνα.'

Στό σημεῖο αὐτό τῆς συζήτησης, μία μεγάλη μορφή σηκώθηκε ἀπό τό τραπέζι μέ τό τάβλι ὅπου ἀπασχολημένος εἶχε λησμονήσει τίς ἀλήθειες τῆς ἴδιας του τῆς φιλοσοφίας. Ἀποφεύγοντας τίς περιττές προσφωνήσεις δήλωσε:

Ἐἶναι βέβαιον ὅτι ἔχομεν μίαν ἰδέαν τῆς ἐκτάσεως· εἶδ' ἄλλως πῶς θά ὠμιλούσαμε καί θά ἐσκεπτόμεθα περί αὐτῆς; Εἶναι ἐξ ἴσου βέβαιον ὅτι ἡ ἰδέα αὐτή, ὅπως αὕτη ὑπό τῆς φαντασίας συλλαμβάνεται, ἂν καί δύναται νά διαιρεθεῖ ἀπό κατωτέρας ἰδέας εἰς μέρη, δέν εἶναι ἐπ' ἄπειρον διαιρετή, οὐδέ ἐξ ἀπείρου ἀριθμοῦ μερῶν συνίσταται: Διότι τοιοῦτον τι ὑπερβαίνει τήν ἀντίληψιν τῶν ἡμετέρων περιορισμένων δυνατοτήτων. Ἴδοῦ λοιπόν ἰδέα τις τῆς ἐκτάσεως, ἀπαρτιζομένη ἐκ μερῶν ἢ ἰδεῶν κατωτέρων, αἱ ὁποῖαι εἶναι τελείως ἀδιαίρετοι: συνεπῶς, ἡ ἰδέα αὕτη οὐδεμίαν ἀντίφασιν συνεπάγεται: συνεπῶς, εἶναι δυνατόν ἡ ἐκτασις νά ὑφίσταται πράγματι συμφώνως πρὸς αὐτήν: συνεπῶς αἱ ἀξιοθαύμαστοι ἐπινοήσεις τοῦ κ. Ζήωνος εἶναι χίμαιραι καί φαντασιώσεις τοῦ μυαλοῦ του, καί δέν δύνανται νά ἔχουν πραγματικὴν ὑπόστασιν.'

Μέ τά λόγια αὐτά ὁ Hume (γιατί αὐτός ἦταν) ἔκανε νά ξαναγορίσει στό παιχνίδι του ὅμως ἡ παρέα σπρώχτηκε γεμάτη περιέργεια γύρω του, ζητώντας κάποια διευκρίνιση σχετικά μέ τήν ἀπόφασή του. Γιατί, ἔλεγαν, ἀκόμα καί ἂν εἶναι πιθανό ὁ χῶρος ἢ ἡ ἐκτασις νά ἀποτελεῖται ἀπό ἄτμητα μέρη ἢ τοπόνια, τοῦτο δέν συνεπάγεται καθόλου πῶς ὁ χῶρος ἀποτελεῖται στήν πραγματικότητα ἀπό τοπόνια ἢ πῶς οἱ περίφημες π-μηχανές εἶναι ἀπάτη. Ἡ ἀπάντηση τοῦ Hume ἦταν τελεσίδικη.

Ἄποδέχεσθε', εἶπε, ὅτι εἶναι δυνατόν ὁ χῶρος νά ὑφίσταται συμφώνως πρὸς τήν ἰδέαν τήν ὁποίαν ἔχομεν δι' αὐτόν, καί νά συνίσταται ἐκ πεπερασμένου ἀριθμοῦ ἀτόμων μερῶν ὄντος ὅμως τούτου δυνατό, καθίσταται βέβαιον ὅτι ὁ χῶρος ὑφίσταται πράγματι συμφώνως πρὸς τήν ἰδέαν ταύτην· διότι ἡ ἐπ' ἄπειρον διαιρετότης του εἶναι ὅλως ἀδύνατος καί ἀντιφατική.'

Ὁ Hume δέν δεχόταν νά πεῖ τίποτε ἄλλο· καί ἡ σειρά τῶν συλλογισμῶν

του ἔγινε δεκτὴ ἀπὸ τὴν πλειοψηφία τῶν παρευρισκομένων μέ σιωπηλό θαυμασμό. Χρειάστηκε ἕνας Γάλλος γιά νά ἀπαντήσῃ στὸν Σκῶτο.

‘Le bon David’, παρατήρησε, ‘μᾶς πληροφορεῖ πὼς ἡ βόρεια φαντασία του δέν μπορεῖ ν’ ἀπεικονίσει τμήματα τοῦ χώρου μικρότερα ἀπὸ ἕνα δεδομένο μέγεθος· καί θά ἤθελε νά συμπεράνουμε ὅτι λογικά δέν μπορεῖ νά ὑπάρξει μικρότερο μέγεθος. Γιατί ὅμως νά δώσουμε βάση στίς διαπιστώσεις μιᾶς φαντασίας τυλιγμένης σέ σκοτσέζικη ὀμίχλη καί ναρκωμένης ἀπὸ σκοτσέζικο οὐίσκι; Δέν μᾶς ἔχει ἤδη ἀποδείξει ὁ κ. des Cartes ὅτι τό νά ποῦμε πὼς ὑπάρχουν ἄτομα, τὰ ὁποῖα θεωροῦνται ὡς ἔκτατά καί ἄτμητα, μᾶς ὀδηγεῖ σέ ἀντίφαση; Γιατί, καθὼς λέγει, ἀσφαλῶς μποροῦμε νά θεωρήσουμε φυσικό νά διαιρεῖται ἕνα ἄτομο, ἐφόσον προϋποθέτουμε ὅτι ἔχει ἔκταση. Βέβαια οἱ παρατηρήσεις τοῦ κ. des Cartes γιά τὴ φύση τῆς ὕλης δέν εἶναι πέρα ἀπὸ κάθε ἀμφισβήτηση· εἶναι ὅμως ἀναντίρρητες ἂν τίς ἐφαρμόσουμε στό χώρο: τὰ τοπόνια τοῦ κ. Hume εἶναι, ἐξ ὑποθέσεως, ἔκτατά· ὅ,τι ὅμως ἔχει ἔκταση μποροῦμε νά τό φανταστοῦμε νά διαιρεῖται σέ μέρη. Καί ἐφόσον τὰ μέρη ἐνός χώρου εἶναι τὰ ἴδια χώροι μικρότεροι ἀπὸ τὸν γονικό χώρο, δέν εἶναι δυνατόν νά ὑπάρξουν ἀδιαίρετες μονάδες χώρου ἢ τοπόνια.’

Ἀκολούθησε ἕνα ἐπιχείρημα σχετικά μέ τὰ ὄρια τῆς ἀνθρώπινης φαντασίας: ὁ Hume εἶχε ἰσχυριστεῖ πὼς ὑπάρχει ἕνα μέγεθος πού μικρότερό του δέν μποροῦσε νά συλλάβῃ ἡ φαντασία· ὁ γάλλος ἀντίπαλός του ὑποστήριζε ὅτι, ἀντίθετα, μποροῦσε νά φανταστεῖ ἕνα μέγεθος μικρότερο ἀπὸ ὁποιοδήποτε μέγεθος, καί πὼς ἡ φαντασία τοῦ Hume εἶχε στομώσῃ ἐξαιτίας τῆς σκληρῆς του ἀνατροφῆς. Ἡ διαμάχη κατέληξε σύντομα σέ προσωπικό καί καθόλου ἐποικοδομητικό ἐπίπεδο· καί κανένας ἀπὸ τοὺς παρόντες φιλοσόφους δέν φαινόταν ἱκανός νά τὴ λύσει.

Ἐτυχε ὅμως ὁ ζωγράφος Ἀπελλῆς, πού εἶχε ἀναλάβῃ νά τραβήξῃ τίς ἐπίσημες φωτογραφίες τοῦ συνεδρίου, νά ἀκούσῃ ἕνα μέρος ἀπὸ τὴ λογομαχία. Εἶχε τὴν τόλμη νά ἐλπίζει πὼς ἡ Τέχνη θά μποροῦσε νά θριαμβεύσῃ ἐκεῖ ὅπου ἡ Φιλοσοφία εἶχε ἀποτύχει· καί ζήτησε τὴν ἄδεια νά ἀπευθυνθεῖ στή συντροφιά. Οἱ φιλόσοφοι, πάντα πρόθυμοι νά περιγελάσουν ἕναν ἐρασιτέχνη, τοῦ ἔδωσαν ἀμέσως τὸ λόγο· καί αὐτός ἄρχισε ὡς ἑξῆς:

‘Κύριοι, ἐπιτρέψτε μου νά σᾶς προσφέρω ταπεινά τίς ἀκόλουθες παρατηρήσεις. Θεωρῶ πέρα ἀπὸ κάθε ἀμφισβήτηση πὼς ὅ,τι μπορῶ νά ζωγραφίσω μπορῶ καί νά τό φανταστῶ — γιατί πῶς μπορῶ νά εἰκονίσω στό τελάρο κάτι πού δέν μπορῶ νά εἰκονίσω στό μυαλό μου; Αὐτό συνεπάγεται, θαρρῶ, πὼς ἂν δέν ὑπάρχει ἐλάχιστο μέγεθος πού νά μπορεῖ νά ζωγραφιστεῖ, δέν ὑπάρχει καί ἐλάχιστο μέγεθος πού νά μποροῦμε νά φανταστοῦμε. Προσέξτε τώρα πὼς παριστάνω τό μέγεθος στή δική μου τὴ δουλειά — ὑποθέστε, λόγου χάρι, πὼς πρέπει νά ζωγραφίσω πρῶτα ἕναν κοντό ἄνθρωπο καί μετὰ ἕναν ψηλό ἄνθρωπο. Σέ κάθε περίπτωση θά δημιουργήσω μιᾶν εἰκόνα ἢ

ἀναπαράσταση μιᾶς ἀνθρώπινης μορφῆς· καί κάθε εἰκόνα θά ἔχει βέβαια κάποιο μέγεθος — ἀφοῦ θά καταλαμβάνει μιάν ὀρισμένη ἔκταση στό τελάρο μου. Ὅμως τό μέγεθος τῆς εἰκόνας τοῦ κοντοῦ ἀνθρώπου δέν ἀναπαριστάνει τό μικρό του ὕψος, οὔτε τό μέγεθος τῆς εἰκόνας τοῦ ψηλοῦ ἀνθρώπου ἀναπαριστάνει τό μεγαλύτερο ὕψος του. Γιατί, προφανῶς, ἡ εἰκόνα τοῦ κοντοῦ ἀνθρώπου (ἂν εἶναι ἀρκετά πλούσιος) μπορεῖ νά ἔχει διπλάσιο μέγεθος ἀπό τήν εἰκόνα τοῦ ψηλοῦ.

Ἐπί, λοιπόν, ἡ πρώτη μου ζωγραφιά εἶναι ἡ εἰκόνα ἐνός κοντοῦ ἀνθρώπου; Πῶς μπορεῖ μιᾶ σχετικά μεγάλη εἰκόνα νά ἀναπαριστάνει ἕναν σχετικά μικρόν ἄνθρωπο; Εἶναι φανερό πῶς τό μπόι τοῦ κοντοῦ ἀνθρώπου μπορεῖ νά ὑποδεικνύεται ἀπό τά σχετικά μεγέθη τῆς εἰκόνας του καί τῆς εἰκόνας τοῦ δέντρου πάνω στό ὁποῖο γέρνει ἀνέμελα· ἢ, ἂν θέλω, μπορῶ νά σχεδιάσω στό φόντο τῆς ζωγραφιᾶς μου ἕνα μέτρο ἢ ἕνα ὄργανο μέτρησις· ἢ μπορῶ ἀπλῶς νά ὀνομάσω τή ζωγραφιά μου: *Πορτραῖτο ἐνός Κοντοῦ Ἀνθρώπου*. Τίποτα ἀπ' αὐτά δέν ἔχει σημασία· γιατί αὐτό πού θέλω νά πῶ, κύριοι, εἶναι κάτι ὑπερβολικά ἀπλό: μιᾶ εἰκόνα πού ἔχει, ἄς ποῦμε, ὕψος δύο πόδια μπορεῖ νά ἀναπαριστάνει ἕναν ἄνθρωπο μέ ὕψος ἕξι πόδια, ἢ πέντε πόδια, ἢ τέσσερα πόδια — ἢ ἀκόμα κι ἕναν Λιλλιπούτειο δέκα πόντων. Μπορεῖ νά ἀναπαριστάνει ἕναν ἄνθρωπο μέ ὁποιοδήποτε μπόι. Ἐφοῦ λοιπόν τό σχῆμα αὐτό (στό σημεῖο αὐτό ὁ Ἀπελλῆς σχεδίασε μιᾶ γρήγορη καρικατούρα τοῦ Hume) ἔμπορεῖ νά ἀναπαριστάνει ἕναν ἄνθρωπο ὁποιοδήποτε μεγέθους, συμπεραίνω πῶς δέν ὑπάρχει ὄριο στίς δυνατότητες τῆς εἰκαστικῆς μου τέχνης, καί πῶς δέν ὑπάρχει ἐλάχιστο μέγεθος πού μπορεῖ νά ζωγραφιστεῖ. Ἐπομένως δέν ὑπάρχει ἐλάχιστο μέγεθος πού μποροῦμε νά φανταστοῦμε — καί θεωρῶ πῶς ἔτσι λύνεται ἡ διαμάχη σας σχετικά μέ τή φαντασία.'

Ἡ παρέα τά ἔχασε μέ αὐτές τίς νηφάλιες καί πειστικές παρατηρήσεις καί ὁ Σωκράτης κράτησε σημεῖωση στό μυαλό του νά ἀφήσει ἕναν τουλάχιστον καλλιτέχνη στήν Καλλιπόλη. Δέν φτάνει ὅμως ἡ Τέχνη γιά νά κάνει τούς φιλόσοφους νά σωπάσουν: μετά ἀπό ἕνα σύντομο διάλειμμα ἀκούστηκε ἡ χαρακτηριστικά ἐγγλέζικη φωνή τοῦ Καθηγητῆ Pigstream.

“Ὅλα αὐτά πού λέει ὁ Ἀπελλῆς εἶναι πολύ ἀληθινά. Δέν νομίζω ὅμως ὅτι προάγουν τή συζήτηση. Ἡ ἐννοια τῆς φαντασίας, ἡ ὁποία τόσο ἀπασχολεῖ τόν κ. Hume καί τούς φίλους του, δέν ἔχει, τέλος πάντων, καμιά ἰδιαίτερη σχέση μέ τή λογική. Θέλουμε νά μάθουμε ἂν ὁ χῶρος μπορεῖ νά διαιρεθεῖ ἐπ' ἄπειρον: ὁ κ. Hume καί ὁ μαθητής τοῦ κ. des Cartes μᾶς εἶπαν ὁ καθένας κάτι σχετικά μέ τίς δυνατότητες τῆς φαντασίας τους· καί ὁ Ἀπελλῆς τώρα μόλις πῆρε τό μέρος τοῦ Γάλλου. Ὅμως αὐτό πού μποροῦμε νά φανταστοῦμε εἶναι πραγματικά ἐντελῶς διάφορο ἀπό αὐτό πού εἶναι δυνατόν. Μερικοί ἀπό τούς ἴδιους τούς διαδόχους τοῦ Ἀπελλῆ ἔχουν κατορθώσει νά παραστήσουν

ἀντικείμενα ἀδύνατα νά υπάρξουν, καί κάθε παιδί πού κάνει ἕνα ἀριθμητικό λάθος, στήν οὐσία σκαρώνει μέ τή φαντασία του κάτι τό ὁποῖο δέν μπορεῖ ποτέ νά εἶναι ἔτσι. Ἀντίστροφα, ἀπό τό γεγονός ὅτι κάτι εἶναι δυνατόν, δέν μποροῦμε νά συμπεράνουμε ὅτι μποροῦμε καί νά τό φανταστοῦμε· γιατί ἀσφαλῶς υπάρχουν πολλές δυνατότητες — καί μάλιστα πολλά πραγματικά γεγονότα — τῶν ὁποίων ἡ φύση εἶναι ὑπερβολικά πολύπλοκη γιά τίς ἀνθρώπινες φαντασίες μας. (Σκεφτεῖτε τά πράγματα τά ὁποῖα συνήθως λένε οἱ θεολόγοι γιά τόν Θεό.) Τό ζήτημά μας ὅμως ἀφορᾷ τή δυνατότητα — ἐπομένως τά ὅρια τῆς φαντασίας δέν παίζουν πραγματικό ρόλο.'

Ἐπιχειρήματα, συνέχισε ὁ Pigstream, 'Θά ἔπρεπε νά ἀναφερθοῦμε ὄχι στή φαντασία, ἀλλά στή λογική· καί μπορῶ εὐκόλα νά σᾶς παρουσιάσω ἕνα ἀπλό μικρό ἐπιχείρημα πού θά δείξει τό ἀδύνατο τῶν τοπόνιων καί τήν ἀναγκαιότητα τοῦ συνεχῶς διαιρετοῦ χώρου.' (Στό σημεῖο αὐτό, ὁ Σωκράτης φάνηκε νά χαμογελάει ἐλαφρά ὁ ἴδιος του, καί μερικοί ἀπ' ὅσους βρίσκονταν κοντά του ἐτοιμιάστηκαν γιά ἄλλον ἕνα γύρο διαλεκτικῆς.) 'Τό ἐπιχείρημά μου', εἶπε ὁ Pigstream, 'βασίζεται ἀποκλειστικά στίς λογικές ἢ ἐννοιολογικές ιδιότητες τῆς ἐννοίας μας γιά τό χωρικό μέγεθος. Ἄς ὑποθέσουμε πῶς υπάρχουν τοπόνια, καί ἄς ὀδηγήσουμε τήν ὑπόθεση αὐτή σέ ἄτοπο. Ἄς ποῦμε ὅτι αὐτό εἶναι ἕνα τοπόνιο' — τράβηξε μιᾶ μικρή γραμμή μέ τό δάχτυλό του στή χυμένη πάνω στό τραπέζι μύρα — 'καί ἄς ὀνομάσουμε τά ἄκρα του Α καί Β. Θά συμφωνήσουμε, ὑποθέτω, ὅτι τό Α εἶναι ἕνα σημεῖο διαφορετικό ἀπό τό Β· γιατί ἂν δέν ἦταν, τό τοπόνιό μας δέν θά εἶχε μέγεθος, καί θά ἦταν ἕνα ἀπλό σημεῖο. Θά συμφωνήσουμε ὅμως πῶς ὑπάρχει καί ἕνα τρίτο σημεῖο, τό Γ, μεταξύ Α καί Β· γιατί, ἂν δέν ὑπῆρχε, τά Α καί Β θά ἦταν ἐφαπτόμενα, καί δέν ὑπάρχουν σημεῖα ἐφαπτόμενα. Ἄς σκεφτοῦμε τώρα τό διάστημα ΑΓ: σαφῶς, τό διάστημα αὐτό ὀρίζει μιάν ἀπόσταση (γιατί τό Γ δέν εἶναι τό ἴδιο μέ τό Α)· ἐξίσου σαφῶς, τό διάστημα πού ὀρίζεται ἀπό τό ΑΓ εἶναι μικρότερο ἀπό ἐκεῖνο πού ὀρίζεται ἀπό τό ΑΒ (γιατί τό Γ βρίσκεται μεταξύ Α καί Β). Ἐπομένως, ἡ ἀπόσταση πού ὀρίζεται ἀπό τό ΑΒ δέν εἶναι τελικά ἢ μικρότερη δυνατή χωρική ἀπόσταση. Ὅμως, ἐξ ὑποθέσεως, εἶναι ἡ μικρότερη δυνατή ἀπόσταση. Ἐχουμε φτάσει σέ ἀντίφαση, καί μποροῦμε ἐπομένως νά συμπεράνουμε πῶς ἡ ἀρχική μας ὑπόθεση εἶναι λανθασμένη καί πῶς δέν υπάρχουν τοπόνια.'

Ὁ Σωκράτης φαινόταν νά χαμογελά εἰρωνικά κατά τή διάρκεια τοῦ μακροῦ αὐτοῦ μονολόγου· συγκρατήθηκε ὅμως γιά ἄρκετά λεπτά ἀφοῦ ὁ Pigstream σταμάτησε νά μιᾷ, πρὶν μπεῖ καί πάλι στή σειρά τῶν συνομιλητῶν.

Ἐξένη, ἄρχισε, 'τό ἐπιχείρημά σου εἶναι καί ἐπιδέξιο καί εὐφυές· καί δέν εἶμαι βέβαιος ὅτι ἔχω καταλάβει ὅλα ὅσα περιέχει. Δέν θέλω ὅμως νά μοῦ βγεῖ ἡ φήμη πῶς μετέρχομαι ἐριστικά τεχνάσματα, γι' αὐτό δέν θά σοῦ ζητήσω νά ἐπαναλάβεις ὅσα εἶπες, οὔτε θά ἐξετάσω λεπτομερειακά τά διά-

φορα βήματα πού ἀκολούθησε ὁ συλλογισμός σου — παρ' ὅλο πού φοβᾶμαι πώς μπορεί νά ἔχεις διαπράξει τό σφάλμα τό ὁποῖο μερικοί ἀπό τούς κομψούς διαλεκτικούς μας ὀνομάζουν “λήψη τοῦ ζητουμένου”. Ἀντί γι' αὐτό, ἄς σέ ρωτήσω κάτι ἀπλούστερο. Ἡ μᾶλλον, ἄς σκεφτοῦμε τή γραμμή αὐτή, XY' — καί τράβηξε μιὰ γραμμή πάνω στό τραπέζι κάπως μεγαλύτερη ἀπό τήν AB τοῦ Pigstream. — “Ὅποιοσδήποτε πιστεύει ὅτι ὑπάρχουν στή φύση τοπόνια θά δέχεται, ὑποθέτω, πώς ἡ XY μπορεί νά διαιρεθεῖ σέ ὀρισμένα σημεῖα καί πουθενά ἄλλοῦ;”

‘Βέβαια.’

“Ἄς ὑποθέσουμε λοιπόν ὅτι ἡ XY ἀποτελεῖται ἀπό ἀκριβῶς τέσσερα ἀδι-αίρετα τοπόνια. Τώρα ἐγώ, ξένε, μπορεί μέσα στήν ἄγνοιά μου νά θελήσω νά πιστέψω πώς ἡ XY μπορεί πραγματικά νά εἶναι ἔτσι φτιαγμένη ἀπό τέσσερα τοπόνια· ὅμως ἐσύ, ἂν καταλαβαίνω αὐτό πού θέλεις νά πεῖς, θεωρεῖς ὅτι αὐτό δέν συμβαίνει, ἀλλά ὅτι, σύμφωνα μέ τή λογική, ἡ γραμμή XY μπορεῖ νά διαιρεθεῖ σέ περισσότερα ἀπό τρία σημεῖα.’

“Ἐτσι εἶναι, Σωκράτη’, εἶπε ὁ Pigstream.

‘Γιατί, καθώς λές, μέσα στό τμήμα XZ, πού ἐγώ μπορεί ἀνόητα νά θεωρῶ ὅτι ὀρίζει τό πρῶτο τοπόνιο πάνω στήν XY, πρέπει νά ὑπάχει ἓνα ἐνδιάμεσο σημεῖο, καί τό σημεῖο αὐτό θά διαιρεῖ τό XZ σέ δύο διαστήματα, τό καθένα ἀπό τά ὁποῖα θά εἶναι λιγότερο ἀπό τό XZ καί ἐπομένως λιγότερο ἀπό τό ὑποτιθέμενο τοπόνιό μας;’

‘Ἀκριβῶς.’

‘Τί ἐννοοῦμε ὅμως ὅταν ἰσχυριζόμαστε ὅτι ὑπάρχει ἓνα δεδομένο σημεῖο πάνω σέ μία δεδομένη γραμμή στό χῶρο; — Σκέψου το ὡς ἐξῆς: Ἄν ὑπάρχουν τοπόνια, τότε ὁποιοδήποτε διδιάστατο σκουλήκι πού καταλαμβάνει τή γραμμή XY πρέπει νά ἔχει μήκος ἓναν ἀκέραιο ἀριθμό τοπονίων — 1 ἢ 2 ἢ 3 ἢ 4 τοπόνια, καί τίποτε ἄλλο. Καί κάθε σκουλήκι πού κινεῖται κατὰ μήκος τῆς XY πρέπει νά κινεῖται κατὰ ἓναν ἀκέραιο ἀριθμό τοπονίων κάθε φορά· γιατί δέν μπορεί νά σταθεῖ μεταξύ τοῦ X καί τοῦ Z — γιατί δέν ὑπάρχει τίποτα μεταξύ X καί Z στό ὁποῖο θά μποροῦσε νά σταματήσει.’

‘Αὐτό φαίνεται σωστό, Σωκράτη’, συμφώνησε ὁ Pigstream. ‘Καί πρέπει νά προσθέσω πώς ὅταν λέγω ὅτι δέν ὑπάρχουν τοπόνια, θέλω νά ἀρνηθῶ, πρῶτον, πώς ὅλα τά σώματα ἔχουν μήκος ἴσο μέ ἓναν ἀκέραιο ἀριθμό τοπονίων· καί, δεύτερον, πώς ὅλες οἱ κινήσεις πρέπει νά γίνονται κατὰ ἓναν ἀκέραιο ἀριθμό τοπονίων. Ἀρνοῦμαι πώς τό σκουλήκι σου πρέπει νά ἔχει μόνο ἓνα ἀπό τά τέσσερα μήκη πού ἀνέφερες, καί ἀρνοῦμαι πώς θά πρέπει νά κινεῖται μέ τόν σπασμωδικό τρόπο πού τά λόγια σου ὑπονοοῦν. Μέ λίγα λόγια, δέν πιστεύω πώς ὅλα τά μήκη, εἴτε σωμάτων εἴτε κινήσεων, εἶναι ἀκριβή πολλαπλάσια κάποιου δεδομένου μήκους.’

‘Καί τώρα, ξένε, ἄς ὁμολογήσω τή δυσκολία μου. Ἡ λογική σου, λές,

ἀρκεῖ γιὰ νά σέ διαβεβαιώσῃ ὅτι δέν ὑπάρχουν τοπόνια· γιατί μπορεῖ νά ἀποδείξῃ πῶς ὑπάρχουν πράγματι σημεῖα τοῦ χώρου στή γραμμή μου XY μετὰ ξύ X καί Z. Τί παράξενες καί ἀπίστευτες δυνατότητες θά πρέπει νά ἔχει ἡ λογική σου! ‘Ο φίλος μου ὁ Κέβης ἀπό δῶ εἶναι, θαρρῶ, ἕνα κεφάλι κοντύτερος ἀπό μένα· καί ἡ λογική σου, νομίζω, θά ἔχει τήν ἀξίωση νά μοῦ πεῖ πῶς εἶναι δυνατόν νά ὑπάρχουν ἄνθρωποι μέ ὕψος ἐνδιάμεσο ἀπό τοῦ Κέβη καί τό δικό μου.’

‘Ἴσως.’

‘Πές μου ὅμως, μά τόν κύνα, πῶς μπορεῖ νά γίνῃ αὐτό;’

‘Μά εὐκολο δέν εἶναι αὐτό πού μοῦ ζητᾷς, Σωκράτη; Γιατί ἀσφαλῶς ὑπάρχει ἕνα ἐνδιάμεσο ὕψος· καί ἀσφαλῶς ὁ φίλος σου, ἢ κάποιος ἄλλος, μπορεῖ νά φτάσῃ στό ὕψος αὐτό.’

‘Λοιπόν, φίλε μου, αὐτό ἀκριβῶς εἶναι πού ἀρνοῦμαι. Ἡ μᾶλλον, ἀρνοῦμαι πῶς ἡ λογική σου μπορεῖ νά δείξῃ ὅτι ὑπάρχουν τέτοια ὕψη καί τέτοιες ἀναπτύξεις. Γιατί τά ὕψη στά ὁποῖα οἱ ἄνθρωποι μποροῦν νά φτάσουν καθορίζονται, νομίζω, ἀπό τήν ἐπιστήμη τῆς φυσιολογίας μέ τήν ὁποία τόσο ἐντατικά ἀσχολεῖται ὁ νεαρός Ἀριστοτέλης· καί ὅ,τι καί νά πῶ ἐγώ ἢ ἐσύ, ἡ ἐπιστήμη μπορεῖ νά ἀποδείξῃ πῶς κανένας ἄνθρωπος δέν μπορεῖ νά φτάσῃ σέ ὕψος ἐνδιάμεσο μετὰ τοῦ Κέβη καί μένα — δέν συμφωνεῖς;’

Συμφώνησε.

‘Καί ἡ λογική, νομίζω, δέν μπορεῖ νά ὑπαγορεύσῃ μιάν ἀπάντηση στή φυσιολογία· ἔτσι δέν εἶναι;’

‘Πράγματι, δέν μπορεῖ’, εἶπε ὁ Pigstream. ‘Ἡ λογική μπορεῖ νά βεβαιώσῃ πῶς ὀρισμένες ἀπαντήσεις εἶναι δυνατές καί ἄλλες ἀδύνατες· μπορεῖ νά διαπιστώσῃ τή συνέπεια ἢ τήν ἀσυνέπεια ὀρισμένων φυσιολογικῶν ὑποθέσεων. Δέν μπορεῖ ὅμως νά δώσῃ ἢ ἴδια ἀπάντηση στά ἐρωτήματα αὐτά, οὔτε μπορεῖ νά προσδιορίσῃ σέ ποιᾷ ὕψη μπορεῖ στήν πραγματικότητα νά φτάσῃ ἕνας ἄνθρωπος.’

‘Μά τότε, φίλε μου...’

‘Τότε τί, Σωκράτη; Δέν βλέπω τί σχέση ἔχουν οἱ πεζολογίες σου γιὰ τήν ἀνθρώπινη ἀνάπτυξη μέ τή θεωρία τοῦ χώρου πού συζητᾷμε.’

‘Μά τότε, φίλε μου’, ἐπανελάβε ἀτάραχος ὁ Σωκράτης, ‘δέν δεχόμαστε πῶς ὑπάρχει μιᾷ ἐπιστήμη πού λέγεται φυσική;’

‘Ναί.’

‘Καί δέν εἶναι δυνατόν μιᾷ μέρα ἡ φυσική νά ἐπιβεβαιώσῃ τήν ὑπόθεση τοῦ ἀγαπητοῦ Δημόκριτου, καί νά μᾶς πεῖ πῶς ὅλα τά φυσικά σώματα πρέπει νά ἀπαρτίζονται ἀπό ὀρισμένα ἐλάχιστα στοιχεῖα;’

‘Μπορεῖ.’

‘Καί πῶς ἡ ἐνέργεια πού διαθέτουν πρέπει νά ἔρχεται σέ ὀρισμένες ποσότητες;’

‘Ναί.’

‘Καί πώς οί ἀποστάσεις πού διανύουν πρέπει νά ἀποτελοῦνται ἀπό ὀρισμένα διαστήματα; καί πώς οί διαστάσεις τίς ὁποῖες κατέχουν πρέπει νά ἀποτελοῦνται ἀπό ὀρισμένα μεγέθη;’

‘Υποθέτω.’

‘Τότε ὅμως, φίλε μου’, εἶπε ὁ Σωκράτης, ‘ἡ ὑπέροχη ἐπιστήμη τῆς φυσικῆς δέν θά ἔχει δείξει πώς ὑπάρχουν πράγματι τοπόνια στή φύση; Ἡ λογική σου μπορεῖ ἀσφαλῶς νά μᾶς πεί κάτι σχετικά μέ τή συνέπεια τῶν ἰσχυρισμῶν πού κάνει ἡ φυσική (ἐκτός πάλι ἂν κανένας ἐξυπνος λογικός σκεφτόταν ν’ ἀλλάξει τήν περίφημη λογική σας ὑπό τό φῶς τῶν ἀνακαλύψεων τῆς φυσικῆς), ὅμως ἡ λογική δέν μπορεῖ νά ὑπαγορεύσει στή φυσική τίποτα, ἢ νά μᾶς πεί ἂν ὑπάρχουν ἢ ὄχι τοπόνια στό χῶρο.’

‘Ἔτσι φαίνεται.’

Μέ αὐτό, οἱ φιλοσοφικές ὑποθέσεις τῆς βραδιᾶς τελείωσαν, καί ὅσοι πῆραν μέρος ἀποσύρθηκαν ὁ καθένας σέ αὐτό πού τόν εὐχαριστοῦσε. Ὁ Καθηγητής Ζήνων ἔμεινε μόνος του, προσπαθώντας νά συγκεντρώσει τίς σκέψεις του. ‘Φαίνεται τώρα’, μουρμούρισε στόν ἑαυτό του, ‘πώς οἱ π-μηχανές μου θά λειτουργήσουν μόνο ἂν τίς θέσω σέ λειτουργία μέσα σ’ ἓνα χῶρο πού νά εἶναι συμπαγῆς — ἓνα χῶρο πού νά μήν ἀπαρτίζεται ἀπό ἀδιαίρετα σταγονίδια ἢ τοπόνια. Λοιπόν; Ὁ χῶρος στόν ὁποῖο κατοικοῦμε ἐμεῖς οἱ Πλάνειοι εἶναι συμπαγῆς, ἢ ἡ δομή του εἶναι, κατά κάποιον τρόπο, κοκκώδης; μπορεῖ νά διαιρεθεῖ ἐπ’ ἀπειρον, ἢ μήπως ἡ διαίρεση θά βρεθεῖ στό τέλος ἀντιμέτωπη μέ ἀδιαίρετα *minima*; Φαίνεται πώς ἡ βασιλική ἐπιστήμη τῆς γεωμετρίας εἶναι ἀνίκανη νά δώσει ἀπάντηση στό ἐρώτημα γιατί ἡ γεωμετρία, ἂν θεωρηθεῖ καθ’ αὐτήν, εἶναι μιὰ τέχνη ἀφηρημένη καί ἐξωπραγματική πού δέν μπορεῖ νά πληροφορήσει τούς θιασῶτες της γιά τίς ιδιότητες τοῦ πραγματικοῦ φυσικοῦ χῶρου. Ἡ ἀνθρώπινη φαντασία, ἀπό τήν ἄλλη μεριά, μᾶς λέει πολλά· ἀλλά μιλάει μέ διχαλωτή γλώσσα — ἄλλα λέει στόν κ. Hume καί ἄλλα στόν κ. des Cartes. Καί ἐν πάση περιπτώσει, εἶναι ἡ φωνή τῆς φαντασίωσης καί δέν μπορεῖ νά μᾶς δώσει ἀξιόπιστες πληροφορίες γιά τίς πραγματικές δυνατότητες. Ἡ λογική εἶναι ἰσχυρότερη ἀπό τή γεωμετρία καί λιγότερο ἄστατη ἀπό τή φαντασία· ἀλλά παρ’ ὅλο πού δέν θά μᾶς παραπλανήσει, δέν θά μᾶς ὀδηγήσει κιόλας. Ἡ *a priori* σκέψη μπορεῖ νά καθορίσει ποιές δομές μπορεῖ νά ἔχει ὁ χῶρος μέ συνέπεια· δέν μπορεῖ ὅμως νά καθορίσει ποιὰ δομή ὁ χῶρος μας πράγματι ἔχει. Τί μένει τότε; Ἡ ἐμπειρική ἐπιστήμη — ἡ φυσική. Οἱ φυσικοί, αὐτοί οἱ φιλόσοφοι τοῦ *a posteriori*, εἶναι πού πρέπει ν’ ἀνακαλύψουν — μέ ἀπαγωγή ἀπό ὑψηλές θεωρίες ἢ μέ ταπεινή καί μικροσκοπική παρατήρηση — ἂν ἡ ὕλη κινεῖται ὁμαλά ἢ μέ αὐτά πού μπορεῖ νά ὀνομαστοῦν κβαντικά ἄλλατα, καί ἂν ὁ χῶρος στόν ὁποῖο κινεῖται ἡ ὕλη εἶναι συμπαγῆς ἢ κοκκώδης.’

Τό ἄλλο πρωί οἱ ξένοι φιλόσοφοι πέρασαν θορυβωδῶς ν' ἀποχαιρετήσουν τόν Ζήνωνα. Τόν βρῆκαν νά ἐργάζεται σ' ἕνα πρόχειρο ἐργαστήριο: τούς εἶπε ὅτι μόλις τελειοποιῶσε ἕνα καινούριο μηχανικό κατασκεύασμα γιά νά διερευνήσει τήν τοπολογία τοῦ χώρου. Τούς ἔδειξε ἕναν ἐκτεινόμενο γρύλο αὐτοκινήτου, ἐφοδιασμένο μέ ἕνα λεπτοκαμωμένο χειριστήριο μέ γρανάζια. Ἡ πρώτη πλήρης περιστροφή τοῦ χειριστηρίου θά ἔκανε τόν γρύλο νά ἀνοίξει κατά ἕξι Ἴντσες· ἡ δεύτερη πλήρης περιστροφή θά ἄνοιγε τόν γρύλο κατά τρεῖς Ἴντσες· ἡ τρίτη κατά $1\frac{1}{2}$ · ἡ τέταρτη κατά $\frac{3}{4}$. . .

Σ Η Μ Ε Ι Ω Σ Η: Ἐνα κουρελιασμένο χφ. τοῦ ἔργου πού δημοσιεύεται πιο πάνω ἀνακαλύφθηκε σέ μιά σκονισμένη γωνιά τῆς βιβλιοθήκης τοῦ Oriel College, στήν Ὁξφόρδη. Ἡ προέλευσή του εἶναι ἄγνωστη· ὅμως ἡ συζήτηση πού ἀναφέρει ἐπηρέασε προφανῶς τό ἔργο τοῦ Adolf Grünbaum (βλ. τό ἔξοχο βιβλίο του *Modern Science and Zeno's Paradoxes*, London 1968). Οἱ ἀναγνώστες πού θά ἠθελαν νά ἐξακριβώσουν τήν ἱστορική πιστότητα τοῦ Πλανειακοῦ ἀφηγήματος, θά μπορούσαν νά συμβουλευτοῦν τόν πρώτο τόμο, κεφάλαια XI - XII τῆς πρόσφατης ἐργασίας τοῦ Jonathan Barnes *The Presocratic Philosophers* (Λονδίνο 1979).