Défaut de traçabilité des objets de savoir et défaut d’objets d’apprentissage

MOHAMED BAHRA*, AOUATIF NAJOUA, JALILA ACHOUAQ AAZIM*****

*Centre Régional des Métiers de l’Éducation
et de la Formation de Casablanca
Maroc
mohamed.bahra@gmail.com

**École Normale Supérieure de l’Enseignement Technique
Université Hassan II
Maroc
aouatif.najoua@gmail.com

***École Normale Supérieure de l’Enseignement Technique,
Université Mohamed V
Maroc
azimjalila@gmail.com

RÉSUMÉ

En faisant « tourner » une demi-droite autour de son origine, on effectue le balayage d’une partie du plan. On obtient ainsi un angle droit quand ce balayage couvre un quart du plan. On obtient aussi un angle plat quand il couvre un demi-plan quand la partie couverte est un huitième du plan, etc. Comme pour l’angle droit d’un triangle rectangle, chacun de ses deux autres angles est la partie du plan que couvre le balayage effectué en ramenant la demi-droite, support du côté adjacent de l’angle considéré, vers la demi-droite, support de l’hypoténuse du triangle, et vice versa. Ainsi, est-il possible d’opérer sur ces balayages par l’entremise de calculs sur les rapports des côtés de l’angle droit de triangles rectangles. Dans cet article nous montrons que le déplacement sur le quadrillage fait sens aussi quand il est conçu comme substratum pour cette opération et ces calculs, mais que cette voie reste un point aveugle des contrats didactiques successifs que les systèmes didactiques nouent autour de la notion d’angle en particulier et autour de la trigonométrie en général.

MOTS CLÉS

Praxéologie, intelligibilité, traçabilité d’objets de savoir, déplacement sur quadrillage

ABSTRACT

By rotating a half-line around its origin, we accomplish the scanning of a part of the plan. We get thus a right angle when this scanning covers one quarter of the plan. We also get a flat angle when it covers half of the plan when the covered part is one eighth of the plan, etc. As it is for the right angle of a right-angled triangle, each one of its two other angles is the part of the plan which is covered by the scanning accomplished by bringing the half-line support of the adjacent side of the angle, to the half-line, support of the hypotenuse of the triangle, and vice versa. Thus, it is possible to act on those scans by computing on the connections of the right-angled triangles right angles sides. In this article, we demonstrate that the movement on the grid also makes sense when it is conceived as an essence for this operation and those calculations. However this way is still a blind point of the successive didactical contracts that *the didactical systems ties around the notion of angle particularly, and the trigonometry generally speaking.*

KEYWORDS
Praxeology, intelligibility, traceability of objects of knowledge, movement on the grid

DU DÉFAUT D'OBJETS D'APPRENTISSAGE, LE DÉFAUT DE TRAÇABILITÉ D'OBJETS DE SAVOIR. QU'ENTENDONS-NOUS PAR TRAÇABILITÉ D'OBJETS DE SAVOIR ?

Nous adoptons, comme prémisse, que l'intelligibilité d'un objet de savoir n'est pas une donnée acquise ici et maintenant, mais le résultat, jamais complètement atteint, vers lequel tend, de manière progressive, une certaine interaction avec cet objet, via des pratiques se rapportant à sa dimension praxéologique [concernant cette dimension dans la définition d'un objet voir Le Moigne & Morin (2007)].

De cette prémisse, nous tirons que l'intelligibilité pour l'élève d'un objet de savoir est graduelle et qu'elle augmente à mesure que la part qui lui a été dévolue dans la construction de cet objet est grande. Plus précisément, cette part pourrait être vue comme une complémentation progressive de quelque ébauche dans cette construction [sur la notion de complémentation cognitive, voir Brandt (2014)]. Deux complémentations de même niveau se distinguent alors par les ébauches dont elles constituent les compléments : est plus forte la complémentation de l'ébauche la plus rudimentaire. Encore faut-il que cette ébauche ait un pouvoir génétique très important et que ce pouvoir soit mobilisé de manière optimale de la part du système d'enseignement visant l'objet de savoir en question.

Ce pouvoir et cette mobilisation transparaissent dans les objets d'apprentissages successifs par le biais desquels les pratiques didactiques tentent d'obtenir un rapport de l'élève à l'objet de savoir qui soit un rapport d'intelligibilité en constante progression [concernant la notion d'objets de savoir, d'enseignement et d'apprentissage, voir Chevillard (1985)]. Il est convenable de considérer que ces objets d'apprentissage sont censés constituer pour cet objet sa traçabilité épistémologique scolaire : un noyau de pratiques originel qui, d'un niveau d'enseignement à un autre, se complexifie par strates de complémentations successives toutes dévolues à l'élève et toutes bien ancrées dans un continuum spatiotemporel didactique.

Censée être assurée par la succession des objets d'apprentissage, cette traçabilité permettrait :

- d'agir de façon curative pour rectifier le plus rapidement possible la conformité des conceptions en développement chez l'élève, que le professeur promeut, et gérer les dégâts éventuels occasionnés par rapport aux conceptions visées. Il s'agit d'identifier les conceptions erronées et les corriger pour les mettre en conformité avec l'objet de savoir visé.
- de réaliser une analyse du problème en amont et aval pour mettre en place des actions correctives au niveau des objets d'apprentissage.
- d'intégrer de manière préventive dans la conception et dans la production des objets d'apprentissage tous les éléments pertinents quant à cette conformité.

Le défaut de traçabilité témoignerait de quelque faiblesse dans la conception et la promotion d'objets d'apprentissage dans le milieu scolaire : cette faiblesse s'exprimerait à travers une genèse d'objets d'apprentissage qui est sans lien avec l'objet de savoir, qu'ils sont pourtant censés rendre intelligible pour l'élève, sauf quelque lien bien ténu, prompt à lâcher et de surcroit métaphorique.

Cette genèse, bien connue pour être un phénomène d'enseignement pour la capture duquel les concepts de contrat didactique (Brousseau, 1998a) et de transposition didactique (Chevillard, 1985) ont été développés en didactique des mathématiques au sein de théorisations explicatives de ce type de phénoménologies, est encore à l'œuvre dans le milieu scolaire. En témoigne le hiatus institutionnalisé séparant les objets d'apprentissage par lesquels les pratiques scolaires traduisent le 'Déplacement sur le Quadrillage', en tant qu'objet d'enseignement, de la notion d'angle même pris à l'état d'objet proto-mathématique. Pour se faire une idée sur ce hiatus il suffit de lire le BO n°45 (27 novembre 2008) et reporter son contenu à un autre document officiel tel que « Académie de Toulouse (2011) ».

QU'ENTENDONS-NOUS PAR DÉFAUT D'OBJETS D'APPRENTISSAGE

Dès le primaire, via la manipulation et la structuration selon des règles de regroupement spécifiques d'objets individués, les élèves sont initiés au calcul à la main et aux techniques des quatre opérations arithmétiques. Le langage des formules arithmétiques s'en trouve ainsi plus ou moins bien assimilé avant l'entrée au collège. Par contre, le langage des formules trigonométriques n'a pas bénéficié de la même attention de la part des pratiques didactiques.

Or, si le sort ainsi réservé par les systèmes d'enseignement des mathématiques à ce langage est bien compréhensible quand il s'agit du primaire, aucune justification n'est venue étayer les choix qui sont à l'origine de ce sort quand il s'agit du collège et du lycée : l'établissement des formules trigonométriques, comme objet d'enseignement, y est réservée à une catégorie de lycéens ; ceux, peu nombreux, qui se destinent à se spécialiser en mathématiques. Les autres, soit la grande majorité, sont exclus de l'étude de l'addition de deux angles qui, via les notions d'adjacence, de repérage et de système cartésien de coordonnées rectangulaires, que tout le monde a commencé à étudier dès la première année du primaire, notamment via les objets d'apprentissage relatifs au Déplacement sur Quadrillage, fonde le langage des formules trigonométriques.

L'ancrage chez les élèves de la méthode pour l'établissement des formules trigonométriques basée sur le repérage des points du plan via le système cartésien des coordonnées rectangulaires nécessite leur initiation préalable à des activités de manipulation et de structuration des angles, via des règles de sténographie numérique et des règles d'adjacence spécifiques aux angles. Or, bien qu'elles soient analogues à celles aboutissant au calcul à la main, ces activités n'ont pas fait leur apparition comme objet d'apprentissage. Tout se passe comme si ces activités paraissent onéreuses en temps d'enseignement pour les systèmes d'enseignement des mathématiques.

Bien que cet argument ne soit plus tenable grâce notamment à l'avènement et à la généralisation des TICE, le langage des formules trigonométriques continue d'être le point aveugle des contrats didactiques (Brousseau, 2003) successifs que les systèmes didactiques (Chevallard, 1985) continuent de nouer autour de l'angle et des opérations sur les angles ; celles-ci étant des opérations que ce langage permet justement de sténographier. Ce langage est, de la part de ces systèmes, victime de décisions didactiques malencontreuses ; autrement dit, ce langage est victime d'un obstacle didactique majeure (Brousseau, 1998b). En guise d'argument fort en faveur de cette affirmation, dans ce travail :

a) Nous entreprenons, à propos des activités susmentionnées de manipulation et de structuration des angles, leur explicitation et leur transformation en des questions dont les réponses n'exigent de la part des élèves que la mobilisation des connaissances qui sont officiellement exigibles des élèves de l'enseignement obligatoire.
b) Nous tentons d'établir que, bien qu'elle soit erronée, les systèmes d'enseignement des mathématiques fonctionnent selon l'hypothèse avançant que ces connaissances sont

acquises spontanément par les lycéens (sur un fonctionnement de ce type voir Johsua & Dupin, 1993).

IMMANENCE DU DÉFAUT DE TRAÇABILITÉ D'OBJETS DE SAVOIR AU DÉFAUT D'OBJETS D'APPRENTISSAGE

Posons-nous la question de savoir la traçabilité des théorèmes suivants :

- $\left(\arctan(1) + \arctan\left(\frac{1}{2}\right)\right) + \arctan\left(\frac{1}{3}\right) = 90°$
- $2 \times \arctan\left(\frac{1}{2}\right) + \arctan\left(\frac{3}{4}\right) = 90°$
- $\left(\arctan\left(\frac{1}{2}\right) + \arctan\left(\frac{1}{5}\right)\right) + \arctan\left(\frac{1}{8}\right) = 45°$
- $(\arctan(1) + \arctan(2)) + \arctan(3) = 180°$
- pour tout entier naturel n non nul, on a :

$$arctan\,(n+1) - arctan(n) = arctan\left(\frac{1}{n^2+n+1}\right).$$

Nous montrons, dans les paragraphes qui suivent que les égalités ci-dessus sont des sténogrammes de connaissances exigibles officiellement des élèves d'au plus 8-10 ans à propos des déplacements sur quadrillage [sur l'élaboration de sténogrammes comme activité scientifique, voir Milner (1989)]. Cependant, bien que ces sténogrammes renvoient à la notion d'angle et que cette notion revête, via le groupe des rotations, une place considérable dans les mathématiques, aucun lien n'est institutionnalisé entre ces sténogrammes et ces connaissances.

En effet, $\boldsymbol{m}$ et $\boldsymbol{n}$ étant deux entiers naturels différents de 0, dans les triangles rectangles dont les deux côtés de l'angle droit ont une partie aliquote commune, portée $\boldsymbol{m}$ fois dans l'un et $\boldsymbol{n}$ fois dans l'autre**,** les angles dont le côté adjacent est celle où la partie aliquote commune est portée $\boldsymbol{m}$ fois sont superposables, de même que les angles dont le côté adjacent est le côté où cette partie est portée $\boldsymbol{n}$ fois.

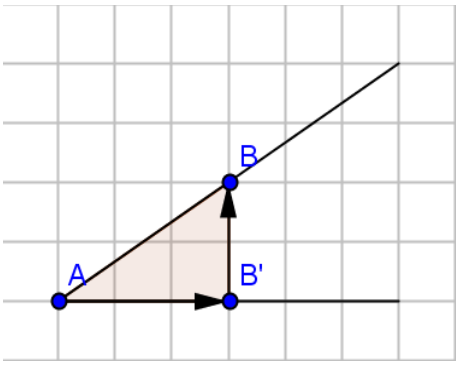
Pour souligner cette indépendance de ces angles par rapport à la longueur de la partie aliquote, nous considérons convenable de noter les premiers angles par « $\boldsymbol{arctan}\left(\frac{\boldsymbol{n}}{\boldsymbol{m}}\right)$ », et les seconds par *«* $arctan\left(\frac{m}{n}\right)$*»*.

Ici nous nous intéressons à des triangles qu'on peut qualifier de rationnels : les deux côtés de l'angle droit de tels triangles ont une partie aliquote commune qui, porté un nombre entier sur l'un et nombre entier de fois sur l'autre, les recouvre complètement. En général, cette partie est soit un carreau, soit l'hypoténuse d'un triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit ont un carreau comme partie aliquote commune. Ainsi :

- l'expression : "$arctan\left(\frac{n}{m}\right) + arctan\left(\frac{m}{n}\right) = 90°$" devrait-elle faire sens pour les élèves qui maîtrisent les objets d'apprentissage relatifs à l'objet d'enseignement 'Déplacement sur Quadrillage';
- $arctan\left(\frac{n}{m}\right)$ est l'angle de sommet A dans le triangle rectangle $AB'B$ tel que, dans le codage en vigueur dans les objets d'apprentissage relatifs à l'objet d'enseignement 'Déplacement sur le Quadrillage' on a :

$$A, \text{étant un noeud dans le quadrillage, on considère :}$$
$$B' = (A\,;\, m \to 0 \uparrow) \text{ et } B = (A\,;\, m \to n \uparrow)\,;$$

FIGURE 1



Ainsi la figure 1 renvoie-t-elle à l'expression $arctan\left(\frac{2}{3}\right)$ comme dénotant l'angle de sommet A dans le triangle $AB'B$, rectangle en B' avec :
$B' = (A\,;\, 3 \to 0 \uparrow)$ et $B = (A\,;\, 3 \to 2 \uparrow)$

- Pour « $arctan\left(\frac{n}{m}\right) + arctan\left(\frac{q}{p}\right)$ », on considère la suite des points suivants, construits récursivement :

$$A_1 = B = (A\,;\, m \to n \uparrow); A_2 = (A_1, m \to n \uparrow); \dots; A_p = \left(A_{p-1}, m \to n \uparrow\right);$$
$$A_{p+1} = \left(A_p, n \leftarrow m \uparrow\right);\ A_{p+2} = \left(A_{p+1}, n \leftarrow m \uparrow\right); \dots$$
$$\dots\ A_{p+q} = \left(A_{p+q-1}, n \leftarrow m \uparrow\right).$$

On obtient les résultats suivants :

- le triangle AA_pA_{p+q} est rectangle en A_p et la partie aliquote commune aux côtés $[AA_p]$ *et* $[A_pA_{p+q}]$ est le côté $[AA_1]$, il est porté ***p*** fois sur le côté $[AA_p]$ et ***q*** fois sur le côté $[A_pA_{p+q}]$;
- $A_{q+p} = \begin{cases}(A; (mp - nq) \to (np + mq) \uparrow)\ si\ mp \geq nq \\ (A; (nq - mp) \leftarrow (np + mq) \uparrow)\ si\ mp < nq\end{cases}$
- <u>On a donc la formule (F) suivante</u> :

$$arctan\left(\frac{n}{m}\right) + arctan\left(\frac{q}{p}\right) = \begin{cases} arctan\left(\frac{np+mq}{mp-nq}\right)\ si\ mp > nq \\ 180° - arctan\left(\frac{np+mq}{nq-mp}\right)\ si\ mp < nq \\ 90°\ si\ mp = nq \end{cases}$$

Remarquons que, m et n étant non nuls, on a :
$arctan\left(\frac{n}{m}\right) + arctan\left(\frac{q}{p}\right) = 90°$ si et seulement si $mp = nq$, c-à-d si et seulement si $\frac{q}{p}$ est l'inverse de $\frac{n}{m}$.

- Ainsi, pour compléter en un théorème l'expression

$$\left(\arctan\left(\frac{1}{1}\right) + arctan\left(\frac{1}{2}\right)\right) + arctan\left(\frac{1}{3}\right),$$

A, étant un nœud du quadrillage :

- $B' = (A, 1 \to 0 \uparrow)$
- et $B = (A, 1 \to 1 \uparrow)$;
- à partir du triangle fondamental $AB'B$, on construit, successivement, la suite finie des points suivante : $A_1 = B$, $A_2 = (A_1, 1 \to 1 \uparrow)$; $A_3 = (A_2, 1 \leftarrow 1 \uparrow)$.

On a :

- $A_3 = (A, 1 \rightarrow 3 \uparrow)$,
- le triangle AA'_3A_3, avec $A'_3 = (A, 1 \rightarrow 0 \uparrow)$, est rectangle en A'_3 et la partie aliquote commune aux côtés $[AA'_3]$ et $[A'_3A_3]$ et un carreau et est portée une fois sur le côté $[AA'_3]$ et trois fois sur le côté $[A'_3A_3]$. Ainsi, on a : $\arctan\left(\frac{1}{1}\right) + arctan\left(\frac{1}{2}\right) = \arctan\left(\frac{3}{1}\right)$. Constatons que la formule (F) est vérifiée.

Ainsi devrions-nous poser $B_1 = A_3$, $B_2 = (B_1,\ 1 \rightarrow 3 \uparrow)$, $B_3 = (B_2, 1 \rightarrow 3 \uparrow)$ et $B_4 = (B_3, 3 \leftarrow 1 \uparrow)$. On a : $B_4 = (A, 0 \rightarrow 10 \uparrow)$. Le triangle $A^{'}AB_4$ est donc droit en A, d'où :
$\left(\arctan\left(\frac{1}{1}\right) + arctan\left(\frac{1}{2}\right)\right) + arctan\left(\frac{1}{3}\right) = 90°$.

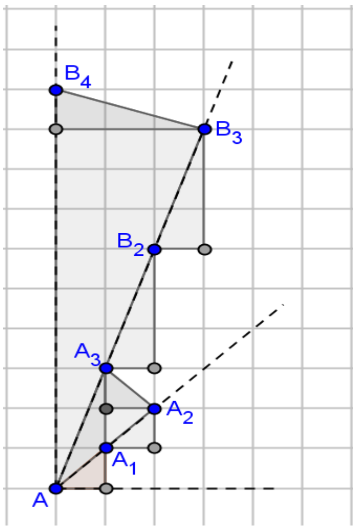
Ce résultat est prévisible depuis l'établissement de l'égalité : Le calcul déroulé ci-dessus à propos de l'égalité :

$$\left(\arctan\left(\frac{1}{1}\right) + arctan\left(\frac{1}{2}\right)\right) + arctan\left(\frac{1}{3}\right) = 90°$$

admet comme réalisation la figure 2

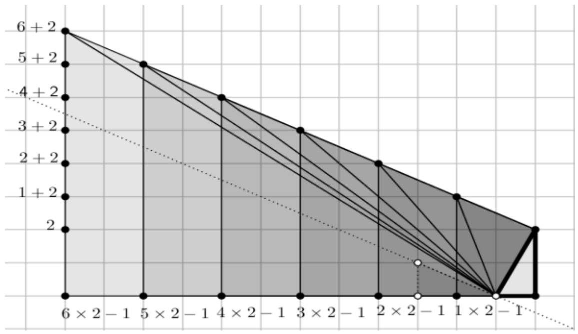
$$arctan\left(\frac{1}{1}\right) + arctan\left(\frac{1}{2}\right) = arctan\left(\frac{3}{1}\right).$$

FIGURE 2



- Dans le contexte qui est le nôtre écrire $arctan(3)$ au lieu de $arctan\left(\frac{3}{1}\right)$ est un abus de langage puisque la définition à laquelle renvoie l'expression « $arctan(x)$ » est une définition corrélative tandis que la définition à laquelle l'expression $arctan\left(\frac{n}{m}\right)$ renvoie est, comme ici, une définition constructive.
- On peut envisager l'étude de la configuration de '*Morceau de Tables d'Additions d'Angles*' à la manière de la figure 3 qui peut être décrite comme représentation d'un morceau de la table d'addition de l'angle $arctan(2)$.

FIGURE 3



Morceau de Tables d'Additions d'Angles

Pour $n \geq 1,\ arctan(2) + arctan(n) = 180° - arctan\left(\frac{2+n}{2n-1}\right)$
La droite en pointillé indique :
plus ***n*** est grand plus "$arctan(2) + arctan(n)$"
$s'approche\ de$ "$180° - arctan\left(\frac{1}{2}\right)$"

- La traçabilité des 5 théorèmes ci-dessus n'a plus aucun secret : Placer sous la responsabilité exclusive de l'élève l'établissement de ce genre de théorèmes est ce qui doit motiver les objets d'apprentissage relatifs à l'objet d'enseignement « Déplacement sur Quadrillage ».

Nous savons maintenant que les pratiques didactiques n'inscrivent guère les objets en question dans cette perspective et qu'elles fonctionnent sous l'hypothèse suivante : 'il n'est d'aucune utilité de faire apprendre aux élèves à « poser et effectuer l'addition d'angles » à la manière sténographiée par la Formule (F) présentée ci-dessus et encore moins d'aller avec les élèves à la trigonométrie, à la pointe des angles, c'est-à-dire via cette même formule prise avec son renvoi aux morceaux de tables d'addition d'angles analogues à celui, présenté ci-dessus, de l'angle $arctan(2)$.

Pour montrer que cette hypothèse est erronée nous avons placé des étudiants dans un contexte qui, si leur rapport personnel aux angles ne souffrait d'aucune grande anomalie, ils y reconnaîtraient des figures de réalisation des 5 théorèmes présentés ci-dessus.

INSENSIBILITÉ DES ÉTUDIANTS AUX FIGURES PROTOTYPIQUES DE RECOUVREMENT D'ANGLES REMARQUABLES

Dans ce paragraphe nous exposons le test auquel nous avons soumis un premier groupe de 50 étudiants (l'énoncé du test est en annexe). Chacun de ces étudiants possède soit le baccalauréat type « Sciences Mathématiques A ou B» soit le baccalauréat type « Sciences Physiques ». Le test consiste à exposer ces étudiants au type de contexte qui suggère fortement de mobiliser des connaissances relatives au 'Déplacement sur Quadrillage' pour reconnaître des recouvrements remarquables d'angles aussi remarquables que l'angle droit, l'angle plat et l'angle de 45°. Le but est de mesurer la sensibilité des ces derniers à ce type de contexte. Plus précisément, nous disposons d'une sténographie explicite des angles et de 'compositions des angles' basée sur la commensurabilité des côtés de l'angle droit de triangles rectangles. Nous disposons aussi de configurations de triangles rectangles qui suggèrent fortement leur propre description par des sténogrammes énonçant des « théorèmes » sur les recouvrements remarquables de l'angle droit, de l'angle plat ou de l'angle de 45°. Cette description est issue de la sténographie susmentionnée. Il s'agit de savoir dans quelle mesure le fait de placer ces étudiants devant cette sténographie et devant ces configurations est à même de leur permettre de se l'approprier et la mobiliser pour former les sténogrammes en question pour énoncer le fait d'avoir pu reconnaître les théorèmes correspondant.

Parmi les étudiants testés aucun n'a pu reconnaître dans aucune des configurations présentées une figure prototypique de l'un des recouvrements en question.

Par contre, dans un deuxième groupe de près de 50 étudiants, qui a le même profil que le premier groupe, une vingtaine d'entre eux a pu former les bons sténogrammes après que nous ayons communiqué, comme indication, à tous les membres du groupe le sténogramme correspondant à la première des 5 configurations à décrire. Ceci prouve pour nous que le travail demandé aux étudiants n'est pas, outre mesure, intrinsèquement difficile.

Ainsi, peut-on dire, à propos de la possibilité de faire fonctionner les objets d'apprentissage relatifs au 'Déplacement sur Quadrillage' comme moyen d'une introduction naturelle des savoirs de trigonométrie, que ce qui n'est pas explicitement enseigné ne saurait être spontanément appris.

CONCLUSION

Les intitulés des programmes officiels d'enseignement des mathématiques reprennent les noms d'objets mathématiques qu'ils sont censés représenter. Mais, bien que ces intitulés engendrent les processus transpositifs visant adapter ces objets au milieu scolaire, ils ne sauraient en assurer la traçabilité. Si traçabilité il y a, il faut la chercher dans la succession des objets d'apprentissage censés être la traduction fidèle de l'effectuation des intitulés des programmes dans les classes.

Ainsi, toute carence dans cette succession se traduit par un effacement dans la traçabilité.

Dans ce travail nous avons pu établir que la traçabilité des formules de trigonométrie exige d'inscrire, dans un continuum les liant à ces formules, les objets d'apprentissage relatifs au 'Déplacement sur Quadrillage' en tant qu'un des intitulés des programmes mathématiques.

Nous avons pu établir aussi le fait suivant : bien que cette inscription fasse sens par rapport à la motivation des activités de déplacement sur quadrillage, elle est restée un point aveugle des contrats didactiques successifs que les systèmes didactiques nouent autour du déplacement sur quadrillage et sur ses prolongements et complexifications successives.

Pour faire établir par les élèves les formules de trigonométrie il serait nécessaire de les amener d'abord, via des activités autour du déplacement sur quadrillage, à dresser des morceaux de tables d'addition d'angles à la manière avec laquelle nous avons dressé, dans ce travail, un morceau de la table d'addition de l'angle « arctan (2) ».

L'établissement des formules en question restera hors d'atteinte de la quasi-totalité des élèves tant que les pratiques didactiques continuent de donner de l'objet d'enseignement 'Déplacement sur Quadrillage' une traduction qui la dissocie, à tort, de ce genre de tables d'addition.

RÉFÉRENCES

Académie de Toulouse, (2011). Journée Pédagogique « *Enseigner les mathématiques en collège* ». Toulouse: Inspection Pédagogique Régionale de Mathématiques. Retrieved from http://pedagogie.ac-toulouse.fr/math/stages/college/10_11/brochure_college.pdf

Bulletin Officiel (BO) n°45 (27 novembre 2008). *Attestation de maîtrise des connaissances et compétences au cours élémentaire première année et au cours moyen seconde année*. France, Ministère de l'éducation nationale, Circulaire n°2008-155 du 24-11-2008.

Brandt, P. A. (2014). Sens et modalité – dans la perspective d'une sémiotique cognitive. *Actes Sémiotiques*, 117. Retrieved from http://epublications.unilim.fr/revues/as/5085.

Brousseau, G. (1998a). *Théorie des situations didactiques.* Grenoble : La Pensée Sauvage.

Brousseau, G. (1998b). Les obstacles épistémologiques, problèmes et ingénierie didactique. In G. Brousseau (ed.), *Théorie des situations didactiques* (pp. 115-160). Grenoble : La Pensée Sauvage.

Brousseau, G. (2003). *Glossaire de quelques concepts de la théorie des situations didactiques en mathématiques*. Retrieved from http://pagesperso-orange.fr/daest/guy brousseau/textes/Glossaire_Brousseau.pdf.

Chevallard, Y. (1985) *La transposition didactique – Du savoir savant au savoir Enseigné*. Grenoble: La Pensée sauvage.

Johsua, S. & Dupin, J. J. (1993). *Introduction à la didactique des sciences et des mathématique.* Paris : Presses Universitaires de France.

Le Moigne, J. L. & Morin, E. (2007). *Intelligence de la complexité, Epistémologie et pragmatique*. France : Éditions de l'Aube.

Milner, J. C. (1989). *Introduction à une science du langage*. Paris : Éditions du Seuil.

ANNEXE

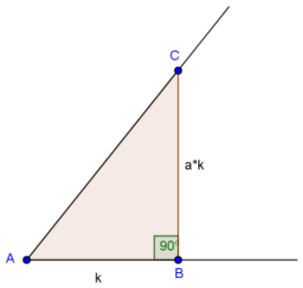
Voici 11 configurations de points :

- Chacune des 6 premières configurations renvoie à l'opération qui consiste à *balayer l'angle Â du triangle rectangle en passant du côté adjacent à Â à l'hypoténuse. Deux sens opposés du balayage entrent en lice : le sens horaire et le sens antihoraire. Le signe (-) est utilisé pour dénoter le sens antihoraire. L'expression à droite de la configuration dénote l'opération seule ou l'opération composée. Deux façons de composer entrent en lice (la composition additive dénotée par + et la composition soustractive dénotée par (-).*
- Chacune des 5 dernières configurations renvoie à une réalisation d'un théorème énonçable en termes d'opérations représentées dans les 6 premières.

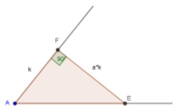
Il s'agit de deviner pour chacune des 5 dernières le théorème auquel elle renvoie.

Travail à faire :

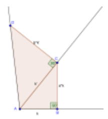
1. pour chacune des 5 dernières configurations, écrire, à droite de la configuration, le théorème auquel elle renvoie.
2. faire un commentaire à propos de la facilité ou la difficulté à deviner et formuler les 5 théorèmes dans le symbolisme introduit avec les 6 premières configurations.



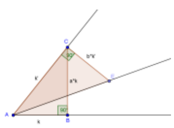
$$\left(\widehat{([AB);[AC)}\right) = \arctan(a)$$



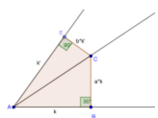
$$\left(\widehat{([AF);[AE)}\right) = -\arctan(a)$$



$$\left(\widehat{[AB);[AD)}\right) = \arctan(a) + \arctan(b)$$

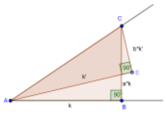


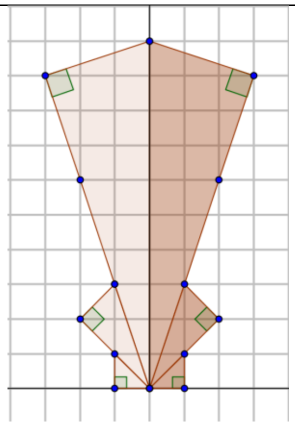
$$\left(\widehat{[AB);[AE)}\right) = \arctan(a) + (-\arctan(b))$$

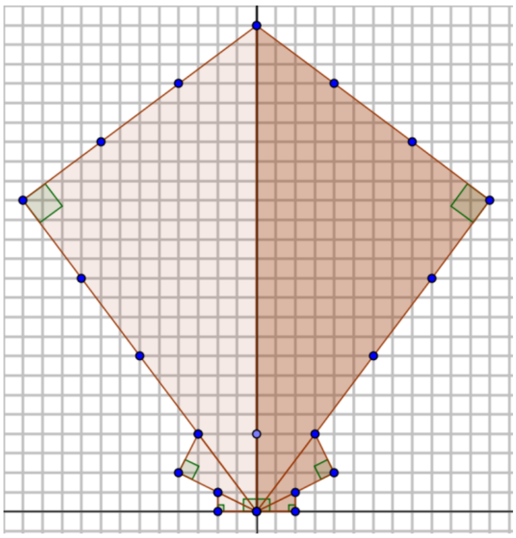


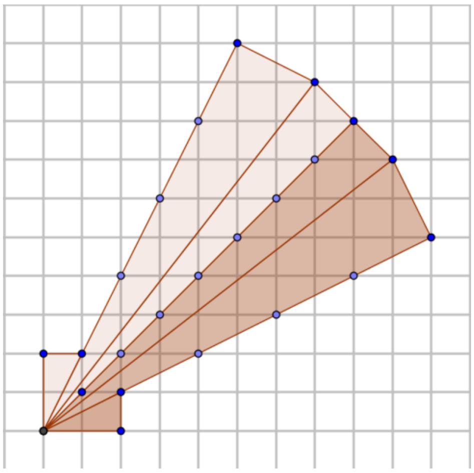
$$\left(\widehat{[AB);[AE)}\right) = \arctan(a) - (-\arctan(b))$$

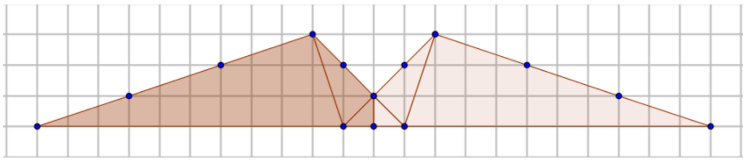
$$\left(\widehat{[AB);[AE)}\right) = \arctan(a) - (\arctan(b))$$

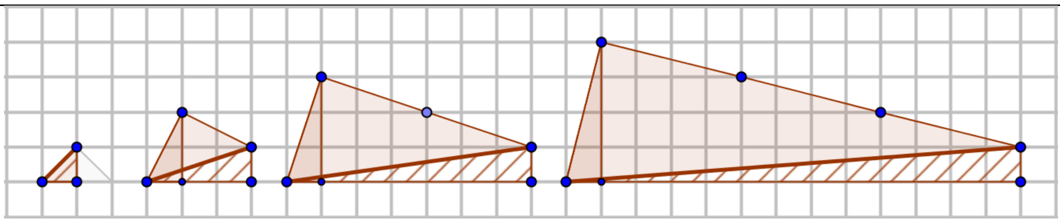












…

$$arctan(n+1) - arctan(n) = arctan(\frac{1}{\qquad\qquad})$$