

Η ΥΠΑΡΞΗ ΑΠΕΙΡΟΥ ΠΛΗΘΟΥΣ ΚΑΤΑ ΤΟΝ ΠΡΟΚΛΟ ΔΙΑΔΟΧΟ

ΑΠΟΣΤΟΛΟΥ Κ. ΔΕΜΗ

Η περίφημη διάκριση του Αριστοτέλη σε *δυνάμει* και *ενεργεία* άπειρο και οι διαπραγματεύσεις του, σχετικά με το αν υπάρχουν άπειρες ποσότητες, τις οποίες συναντούμε κυρίως στα Φυσικά του, αποτελούν ένα ισχυρό δεδομένο για την ιστορία της επιστήμης και της φιλοσοφίας. Η θεμελιώδης σημασία τους και η συνεχής επίδρασή τους στα ρεύματα της φιλοσοφικής σκέψεως, τις καθιστούν επίπεδο αναφοράς σε κάθε προσπάθεια μελέτης των σχετικών δογμάτων και προβλημάτων σε οποιοδήποτε φιλοσοφικό σύστημα.

Εξετάζοντας την σχέση απειρίας και υπάρξεως όπως συναντάται στην φιλοσοφία του Πρόκλου, διαπιστώνουμε ότι οι λύσεις οι οποίες προτείνονται στα προβλήματα τα οποία ανακύπτουν, αντλούνται κατά το κύριο μέρος τους από τον Αριστοτέλη. Με μια βασική διαφορά. Ο Αριστοτέλης με τους συλλογισμούς του και τις μεθόδους του περιγράφει το αρχέτυπο ενός αισθητού κόσμου ο οποίος θα μπορούσαμε να πούμε ότι απλώνεται σε ένα επίπεδο, είναι «μονοδιάστατος», χωρίς φανερό τουλάχιστον βάθος. Ο Πρόκλος, ως πλατωνικός, εφαρμόζει την αριστοτελική θεωρία περί άπειρου όχι σε κάποιο επίπεδο, αλλά στο σύνολο των παραλλήλων βαθμίδων από τις οποίες απαρτίζεται η ιεραρχημένη εκδίπλωση της Πρώτης Αρχής και για τις οποίες ισχύει ότι οι οντολογικά πρότερες δρουν επί των οντολογικά υστέρων εισδύοντας σε αυτές.

Η λογική γλώσσα η οποία χρησιμοποιείται από τον Αριστοτέλη για να περιγραφούν οι θέσεις του οι σχετικές προς το άπειρο, στην φιλοσοφία του Πρόκλου επιδέχεται μια ερμηνεία στα πλαίσια της οποίας υφίστανται κανόνες παραγωγής όντων οι οποίοι περιγράφουν την δομή και την λειτουργικότητα των παραλλήλων οντολογικών επιπέδων του νεοπλατωνικού σύμπαντος. Τα αριστοτελικά κατηγορήματα μετασχηματίζονται από περιγραφικές σε παραγωγικές αρχές με λειτουργικότητα νόμου.

Σε όσα ακολουθούν θα εξετάσουμε το αποτέλεσμα της, από πλευράς Πρόκλου, μίξεως των δοξασιών του Αριστοτέλη και του Πλάτωνα σχετικά με το άπειρο.

Κατ' αρχήν πρέπει να πούμε ότι κατά τον Πρόκλο το *άπειρο* ή *απειρία* είναι ενάδα η οποία ταυτίζεται με την Πρώτιστη των δυνάμεων¹. Αυτή η θέση έχει τις ακόλουθες συνέπειες:

- i. Το άπειρο ως ενάδα υφίσταται στον χώρο του μη όντος, με την έννοια ότι προηγείται οντολογικά της υπάρξεως.
- ii. Κάθε δύναμη απορρέει από την ενάδα άπειρο.
- iii. Το άπειρο ως δύναμη αποτελεί το αίτιο της παραγωγής της, οποιασδήποτε μορφής και είδους, πολλαπλότητας σε όλα τα επίπεδα.
- iv. Ο χαρακτηρισμός άπειρος αποδίδεται ως κατηγορημα σε οτιδήποτε μετέχει της απειρίας ως ενάδας, για να περιγράψει τα αποτελέσματα της παρουσίας της φύσεώς της.

Στην συνέχεια θα εξετάσουμε το πού μπορεί να αποδοθεί κατά τον Πρόκλο το κατηγορημα άπειρος και αν μπορεί να υπάρξει υποκείμενο μιας τέτοιας αποδόσεως.

1. Η έννοια του πλήθους.

Ο Πρόκλος θεωρεί ότι το κατηγορημα άπειρος αποδίδεται σε τρεις κατηγορίες υποστάσεων:

- α. στην δύναμη,
- β. στο πλήθος,
- γ. στο μέγεθος².

Τα δύο τελευταία αποτελούν τα δύο στοιχεία στα οποία διφυώς αναφέρεται η αριστοτελική κατηγορία ποσό³. Το πλήθος είναι η ονομασία του *αριθμητού* ποσού ενώ το μέγεθος είναι η ονομασία του *μετρητού* ποσού, δηλαδή εκείνου το οποίο σε σύγχρονη γλώσσα θα ονομάζαμε συνεχές ποσό.

Συνεπώς πλήθος είναι κάθε κλάση στοιχείων «διατακτικά ισόμορφη» προς την δομή $(\nu, <)$, όπου ν πεπερασμένο υποσύνολο του συνόλου των φυσικών αριθμών εφοδιασμένων με την γραμμική διάταξη, η οποία πηγάζει από την έννοια της ανισότητας.

Καθώς το μέγεθος επιδέχεται διαίρεση σε συνεχή τμήματα είναι φανερό ότι το σύνολο των τομών τις οποίες επιδέχεται μπορεί να καταστεί «διατακτικά ισόμορφο» προς την δομή $(\mathbb{R}, <)$ του συνόλου των πραγματικών αριθμών εφοδιασμένων με την «φυσική» διάταξη.

Οι δομές $(\nu, <)$ και $(\mathbb{R}, <)$ αποτελούν μαθηματικά πρότυπα, τα οποία «αισθητοποιούν» και ερμηνεύουν την «γλώσσα» του Αριστοτέλη σχετικά προς το ποσό.

Ο Πρόκλος, χωρίς να το λέγει ο ίδιος ρητά, χρησιμοποιεί τους δύο όρους πλήθος και μέγεθος φορτισμένους με τις έννοιες τις οποίες τους αποδίδει ο Αριστοτέλης. Αυτό γίνεται φανερό από τις ακόλουθες παρατηρήσεις:

i. Αναφερόμενος στις έννοιες *ίσον* και *άνισον* λέγει ότι συναντώνται στα ποσά και χαρακτηρίζουν αυτά, ενώ η ομοιότητα και η ανομοιότητα συναντώνται στο ποιόν και η ετερότητα με την ταυτότητα συναντώνται στην ουσία⁴. Η εν παραλλήλω παράθεση των αριστοτελικών κατηγοριών *ουσία*, *ποιόν*, *ποσόν*, αλλά και η αποδοχή της θέσεως του Σταγειρήτη σύμφωνα με την οποία το *ίσον* και το *άνισον* είναι ίδια του ποσού καθώς αποδίδονται —κατηγορούνται— σε αυτό⁵, καθιστά φανερό ότι ο Πρόκλος χρησιμοποιεί τον όρο ποσό όπως και ο Αριστοτέλης⁶.

ii. Διαπραγματευόμενος τις διαφορές μεταξύ γεωμετρίας και αριθμητικής λέγει ότι από τα αξιώματα και τα αιτήματα:

— άλλα αναφέρονται αποκλειστικά στην αριθμητική της οποίας το υποκείμενο είναι οι αριθμοί.

— άλλα αναφέρονται αποκλειστικά στην γεωμετρία της οποίας το υποκείμενο είναι τα μεγέθη και τέλος

— άλλα αναφέρονται και στις δύο επιστήμες.

Δίνοντας ένα παράδειγμα της τελευταίας κατηγορίας λέγει ότι τέτοια πρόταση είναι αυτή η οποία διαβεβαιώνει ότι το ποσό είναι ικανό να επιδέχεται επ' άπειρον αύξηση. Δικαιολογεί δε αυτό λέγοντας ότι συμβαίνει γιατί και ο αριθμός και το μέγε-

θος έχουν αυτή την ικανότητα⁷. Έτσι είναι φανερό ότι για τον Πρόκλο ο αριθμός και το μέγεθος αποτελούν μέρη της εννοίας του ποσού όπως ακριβώς και για τον Αριστοτέλη⁸.

Εδώ πρέπει να παρατηρήσουμε ότι ο Πρόκλος μερικές φορές αντί του όρου *αριθμός* ή *πλήθος* χρησιμοποιεί τον όρο *ποσό* και αντί του όρου *μέγεθος* τον όρο *πηλίκον*⁹. Δηλαδή με κάποιο τρόπο χρησιμοποιεί την λέξη *ποσό*, με την οποία αποδίδεται ολόκληρη η αριστοτελική κατηγορία, για να επισημάνει μόνον ένα μέρος της. Επιπλέον φαίνεται ότι, γι' αυτόν, στην πραγματικότητα το *ποσό* και το *πηλίκον* δεν ταυτίζονται πλήρως με το *πλήθος* και το *μέγεθος* αλλά αποτελούν λεπτές εννοιολογικές διαφοροποιήσεις τους. Το ποιοτικό περιεχόμενο αυτής της διαφοράς ανάγεται από τους νεοπλατωνικούς στους πυθαγόρειους. Ο Πρόκλος αναφέρεται σ' αυτήν καθώς διαχωρίζει την Μαθηματική επιστήμη στους κλάδους:

— της αριθμητικής και μουσικής των οποίων το γνωστικό αντικείμενο αποτελεί το ποσό.

— της γεωμετρίας και σφαιρικής (δηλαδή αστρονομίας) των οποίων το αντικείμενο είναι το πηλίκον.

Λέγει δε σ' αυτό το σημείο ότι δεν πρέπει να εννοήσουμε το ποσό και το πηλίκον απλά ως πλήθος και μέγεθος αλλά τις έννοιες αυτές σε συνθήκες, όπου επικρατεί το πέρας και ο προσδιορισμός. Διότι μόνον στην περίπτωση όπου περιορίζουμε την συμφυή απειρία τους μπορούν να αποτελέσουν αντικείμενα επιστήμης καθιστάμενα περιληπτά από την γνώση¹⁰. Είναι πιθανόν ότι ο Πρόκλος σε αυτό το σημείο αντλεί από κοινή πηγή με τον Νικόμαχο τον Γερασινό ή και από αυτόν τον ίδιο. Ο τελευταίος λέγει στην Αριθμητική Εισαγωγή του ότι το πλήθος και το μέγεθος είναι από την φύση τους άπειρα και επομένως δεν μπορεί να υφίσταται επιστήμη σχετική προς αυτά καθεαυτά αλλά μόνον προς τον προσδιορισμό τους ως ποσό ή πηλίκον¹¹.

Είναι φανερό λοιπόν ότι για τον Νεοπλατωνισμό η μετάβαση από το πλήθος και το μέγεθος στο ποσό και στο πηλίκον σημειοδοτεί την εξαλλαγή από την αόριστη «κατηγορηματική» φύση στην προσδιορισσιμότητα του πεπερασμένου μεταβλητού. Έτσι μπορούμε να πούμε ότι, συμφώνως προς όσα προηγήθηκαν, στα πλαίσια του Νεοπλατωνισμού η συσχέτιση του πλήθους με το ποσό έχει ως συνέπεια την θεώρηση της έννοιας της πεπερασμένης πληθικότητας ή αλλιώς την εισαγωγή του αριθμού ως μέτρου της πολλαπλότητας. Με άλλα λόγια η θεώρηση ενός πλήθους κατά ποσό σημαίνει την υπαγωγή του σε διαδικασίες και λειτουργικότητες οι οποίες σχετίζονται άμεσα με την κατά αριθμό διευθέτηση ή καταμέτρηση των συστατικών του στοιχείων. Τούτο γίνεται φανερό και από το γεγονός ότι στο έργο του Πρόκλου σε πολλά σημεία το πλήθος ή ποσό αντικαθίσταται από τον αριθμό¹².

Ο όρος *πλήθος* έχει και μια άλλη διαφορετική χρήση στον Αριστοτέλη προεκτάσεις της οποίας συναντούμε και στον Πρόκλο.

Ο Αριστοτέλης θεωρεί το πλήθος ως έννοια η οποία αντίκειται στο εν. Λέγει λοιπόν ότι το πλήθος είναι κάτι το οποίο είναι διηρημένο ή μπορεί να διαιρεθεί, ενώ το εν είναι εκείνο το οποίο είναι μη διηρημένο ή δεν μπορεί να διαιρεθεί¹³. Έτσι φαίνεται ότι με μια τέτοια θεώρηση το πλήθος αντιμετωπίζεται ως ένα ενιαίο όλο καθώς ορίζεται ως κάτι στο οποίο έχει εμφανισθεί —ή μπορεί να εμφανισθεί— η πολλαπλότητα. Συνεπώς στην θέση αυτή του Αριστοτέλη μπορούμε να δούμε τρία εννοιολογικά επίπεδα σε σχέση με την διαίρεση:

- α. Αυτό το οποίο αναφέρεται σε ό,τι δεν είναι διηρημένο και δεν είναι διαιρέσιμο.
 β. Αυτό το οποίο αναφέρεται σε ό,τι είναι διαιρέσιμο.
 γ. Αυτό το οποίο αναφέρεται στο διηρημένο.

Το διαιρέσιμο από μια άποψη είναι εν (αφού δεν έχει διαιρεθεί), ενώ από μια άλλη είναι πολλά αφού μπορεί να διαιρεθεί. Στον Πρόκλο αυτό το ενδιαμέσο στάδιο μεταστοιχείωνεται σε θεώρηση του πλήθους ως ενιαίου όλου υπό την εξής έννοια:

- Κάθε πλήθος μετέχει με κάποιο τρόπο του ενός¹⁴.
 — Κάθε τι το οποίο μετέχει του ενός, είναι ενοποιημένο ή ενωμένο¹⁵.

Αυτές οι προτάσεις μας δίνουν ως αναγκαίο συμπέρασμα το ότι κατά τον Πρόκλο κάθε πλήθος είναι ενωμένο. Συνεπώς είναι ένα ενιαίο όλο δυνάμει εξατομικευόμενο.

Ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει το πλέγμα των δοξασιών επί των οποίων εδράζεται μια τέτοια θεώρηση περί του πλήθους. Σύμφωνα με τον Πρόκλο κάθε πλήθος είναι οντολογικά υποδεέστερο του ενός, καθώς απορρέει από αυτό¹⁶. Κάθε ιεραρχημένη κλάση υποστάσεων συναρτάται άμεσα με μια παραγωγική μονάδα. Η μονάδα αυτή γεννά το σύστοιχό της πλήθος. Και αντίστροφα σε κάθε πλήθος τα κοινά χαρακτηριστικά των στοιχείων του, αυτά δηλαδή τα οποία το καθιστούν μια ιεραρχημένη κοινότητα, μια τάξη, δεν πηγάζουν από ένα από αυτά τα ίδια τα στοιχεία του αλλά οφείλονται σε μια αρχή. Υφίσταται δηλαδή μια αρχή ως γενεσιουργό εν, το οποίο προηγείται οντολογικά του πλήθους γεννώντας κάθε στοιχείο του. Σε αυτήν οφείλεται η ενότητα του πλήθους και από αυτήν απορρέει το πλέγμα των σχέσεων των στοιχείων του και μεταξύ τους και με το όλον¹⁷.

Συνοψίζοντας όσα προηγήθηκαν μπορούμε να πούμε ότι κάθε πλήθος ανάγει την ύπαρξή του σε μια μονάδα, η οποία του δίδει και την ενότητα που το καθιστά ένα όλο¹⁸.

Όμως αν, κατά τον Πρόκλο, η αρχική μονάδα αποτελεί το παράγον αίτιο και το πλήθος το αποτέλεσμα, το παράγωγο, μεταξύ αυτών πρέπει να παρεμβάλλεται και ένα επιπλέον στοιχείο, το μέσον δια του οποίου η μονάδα είναι δυνατόν να ασκεί τον παραγωγικό ρόλο της. Τούτο είναι η *δύναμη*. Διότι, όπως λέγει ο φιλόσοφος, κάθε τι το οποίο παράγει, το πράττει με την δύναμη η οποία παρεμβάλλεται μεταξύ παράγοντος και παραγομένων σε τρόπο ώστε του μεν αιτίου να αποτελεί την δημιουργική προέκταση των δε αποτελεσμάτων την γεννητική αιτία. Δηλαδή η μονάδα, το επί την αρχή εν, αποτελεί το αίτιο της υπάρξεως και της ενότητας του πλήθους, η δε δύναμη είναι το αίτιο της γεννήσεώς του¹⁹. Έτσι η παραγωγική δημιουργική διαδικασία δομείται από τρεις λειτουργικές βαθμίδες κατά το ακόλουθο σχήμα²⁰:

Μονάδα	Αίτιο υπάρξεως
Δύναμη	Αίτιο γεννήσεως
Πλήθος	Αποτέλεσμα

Θα μπορούσαμε να πούμε ότι η δομή η οποία περιγράφηκε εδώ αποτελεί ένα

ιδιότυπο νεοπλατωνικό πρότυπο το οποίο «ερμηνεύει» την αριστοτελική θεωρία περί *ενεργεία* και *δυνάμει* όντος καθώς και περί ενεργείας και δυνάμεως, όπως αυτή μεταφέρεται στην παραγωγική διαδικασία εμφάνισης της πολλαπλότητας²¹. Όμως είναι τόσο αυτόνομη εννοιολογικά, ώστε να μπορεί να θεωρηθεί χαρακτηριστικό του συστήματος του Πρόκλου.

Από όσα προηγήθηκαν γίνεται αντιληπτό ότι κατά τον Πρόκλο ο όρος πλήθος, ο οποίος χαρακτηρίζει μια κλάση αντικειμένων, εμπεριέχει τρεις έννοιες:

i. Το ποσό. Η έννοια αυτή χαρακτηρίζει την πληθικότητα της κλάσεως των παραγώνων και συναρτάται άμεσα με την μέτρηση και τον αριθμό.

ii. Την δύναμη. Η έννοια αυτή χαρακτηρίζει την παραγωγική ικανότητα της μονάδος η οποία δίδει υπόσταση στην κλάση και συναρτάται άμεσα με την ποσότητα εφ' όσον αποτελεί την γεννητική αιτία των στοιχείων του πλήθους.

iii. Την αρχική μονάδα. Αυτή χαρακτηρίζει την κλάση ως ενιαίο όλο, δίδοντάς της το χαρακτηριστικό ποιοτικό περιεχόμενό της και την ιδιαίτερη φύση των στοιχείων της.

2. Άπειρη δύναμη και ύπαρξη

Όπως έχουμε ήδη πει, κατά τον Πρόκλο, μια από τις τρεις έννοιες τις οποίες μπορούμε να χαρακτηρίζουμε με τον όρο άπειρος είναι η δύναμη. Πρέπει όμως να τονίσουμε ότι η φύση της δυνάμεως και η φύση της απειρίας ταυτίζονται, εφ' όσον ο Πρόκλος θεωρεί ότι η πρώτιστη δύναμη και η ενάδα άπειρο είναι ταυτόσημες²². Τούτη η θέση είναι ιδιαιτέρως σημαντική, διότι έχει ως συνέπεια την θεώρηση πως κάθε δύναμη αποτελεί εκδίπλωση της υπερούσιας απειρίας πράγμα το οποίο σημαίνει ότι η φύση της είναι η ίδια με εκείνη της απειρίας²³.

Η ταύτιση δυνάμεως και απειρίας δεν δικαιολογεί την απόδοση της δευτέρας εννοίας, θεωρουμένης ως κατηγορήμα, στην πρώτη, θεωρουμένη ως υποκείμενο. Και τούτο διότι η σχέση κατηγορήματος και υποκειμένου συνεπάγεται την ύπαρξη στοιχειώδους διαφοράς μεταξύ τους. Όμως στο έργο του Πρόκλου συχνά συναντούμε την δύναμη να χαρακτηρίζεται ως άπειρη²⁴. Οι ακόλουθοι συλλογισμοί του Πρόκλου αποκαλύπτουν την σημασία αυτού του, κατά πλεονασμό, χαρακτηρισμού μιας δυνάμεως. Όπως λέγει, οι δυνάμεις οι οποίες υπάρχουν κάποτε είναι πεπερασμένες καθώς έχουν εκπέσει από την κατάσταση του να υφίστανται πάντοτε. Αντιθέτως οι δυνάμεις οι οποίες χαρακτηρίζονται ως άπειρες δεν παύουν να υπάρχουν ποτέ, δηλαδή μετέχουν της καταστάσεως του να υφίστανται πάντοτε, δηλαδή της καταστάσεως της απειρίας του αιωνίου²⁵. Είναι φανερό λοιπόν ότι όταν χαρακτηρίζει μια δύναμη ως άπειρη ή πεπερασμένη, δεν αποδίδει αυτές τις ιδιότητες στην ίδια την φύση της —κάτι το οποίο θα αποτελούσε ακατανόητο πλεονασμό ή και αντίφαση— αλλά στον τρόπο με τον οποίο εμφανίζεται σε σχέση με τον χρόνο. Με άλλους λόγους σε αυτή την περίπτωση η απειρία χαρακτηρίζει ή όχι την χρονική διάσταση της εμφάνισης μιας δυνάμεως. Βεβαίως πρέπει να προσέξουμε ότι χρησιμοποιούμε καταχρηστικά όρους σχετικούς με τον χρόνο —όπως ο προσδιορισμός «πάντοτε»— για να αναφερθούμε στην κατάσταση του «αεί όντος», της αιωνιότητας, η οποία όμως υφίσταται ως ανεξάρτητη του χρόνου και ως οντολογικά πρότερη αυτού.

Λόγω όσων προηγήθηκαν μπορούμε να κάνουμε την επόμενη σύμβαση η οποία

είναι σύμφωνη με την ορολογία του Πρόκλου:

Με τον όρο δύναμη θα εννοούμε κάθε απόρροια της πρώτιστης δυνάμεως της οποίας η φύση θα μετέχει της ενάδας άπειρο. Με τον όρο άπειρη δύναμη θα εννοούμε δύναμη η οποία εμφανίζεται ως «αεί» υφισταμένη σε ένα επίπεδο, ενώ με τον όρο πεπερασμένη δύναμη θα εννοούμε δύναμη η οποία δεν υφίσταται πάντοτε σε κάποιο οντολογικό επίπεδο.

Κατά τον Πρόκλο η δύναμη — έχει διττή υπόσταση:

— Στο υπερούσιο επίπεδο υπάρχει ως πρώτη δύναμη ή ενάδα άπειρο.

— Στο επίπεδο της υπάρξεως δεν εμφανίζεται πλέον ως ενάδα αλλά ως αχωρίστως μετεχομένη δύναμη ή αλλιώς ουσιώδης δύναμη. Όλες οι βαθμίδες της υπάρξεως μετέχουν της δυνάμεως αφού τούτη αποτελεί συστατικό της φύσεώς τους, φύσεως μικτού από πέρασ και άπειρο²⁶.

Πρέπει να παρατηρήσουμε όμως ότι η άπειρη δύναμη σημειώνει την παρουσία της, ως συστατικό του όντος, μέχρι και την βαθμίδα της ψυχής²⁷. Σ' όλες τις υποδεέστερες αυτής βαθμίδες η δύναμη-συστατικό του όντος είναι πεπερασμένη. Οι ιδιαίτερες συνθήκες των βαθμίδων του αισθητού την καθιστούν ατελή και θνησιγενή²⁸. Μια ανώλεθρη υπόσταση έχει άπειρη δύναμη, η οποία της επιτρέπει να υφίσταται πάντοτε χωρίς να επιδέχεται φθορά. Καθώς το σώμα δεν είναι ανώλεθρο, θα έχει πεπερασμένη δύναμη συμφυή προς το είναι του²⁹. Βεβαίως η άπειρη δύναμη κάνει την εμφάνισή της και στο χώρο του αισθητού, όμως όχι πλέον ως συστατικό της φύσεώς του αλλά ως έξωθεν επιβολή. Έτσι εμφανίζεται η απειρία στην κυκλοφορία των ουρανίων σωμάτων καθώς η κίνησή τους είναι άπειρη εφ' όσον είναι συνεχής και ακατάληκτη. Τούτο συμβαίνει γιατί η κίνησή τους είναι τέτοιας μορφής, ώστε πάντοτε το τέλος συμπίπτει με την αρχή δίνοντας γένεση σε μια ατελεύτητη σειρά περιόδων. Η απειρία αυτή όμως οφείλεται στην δράση του νου και όχι στην ίδια την σύσταση του σώματος. Η μετοχή του στην απειρία δεν είναι φύσεως παραγωγικής ή δομήσεως μια υποστάσεως, αλλά έξωθεν παρουσία, παθητική αποδοχή και μίξη υπό αίρεση³⁰.

Όσα ελέχθησαν για τα ουράνια σώματα ισχύουν, κατά τον Πρόκλο, επακριβώς και σε οποιαδήποτε άλλη βαθμίδα του αισθητού, όπως:

— Σ' αυτό που χαρακτηρίζει ως γένεσιν, δηλαδή το σύνολο των μεταβλητών μορφών³¹.

— Στην ίδια την ύλη ως υπόβαθρο της γενέσεως³². Σ' αυτήν η απειρία καταλήγει να γίνεται αντιληπτή ως ατελής δύναμη, η οποία αποτελεί την εσχάτη εμφάνισή της, σε σημείο που η ύλη δεν μπορεί να υφίσταται ενεργά, με αιτία της δράσεώς της τον ίδιο τον εαυτό της, αλλά χρειάζεται από κάτι άλλο τον προσδιορισμό του είναι της ως δυνάμεως³³. Δηλαδή επιδέχεται δύναμη η οποία όμως δεν μπορεί να μεταστοιχειωθεί σε ενέργεια. Με άλλους λόγους μπορούμε να πούμε ότι η ύλη υφίσταται δυνάμει και όχι ενεργεία³⁴.

Όλες οι βαθμίδες, οι οντολογικά υποδεέστερες της ψυχής, απαρτίζουν αυτό το οποίο ο Πρόκλος ονομάζει, κατά την πλατωνική ορολογία, γιγνόμενο. Τούτο έχει ως υπόβαθρο την ύλη και χαρακτηρίζεται από την δυνατότητα σχηματισμού αισθητών αντικειμένων³⁵. Έχει δε ανάγκη από κάποια αιτία για να υφίσταται ως υπαρκτό και σχετιζόμενο με το είναι. Χαρακτηριστικό του είναι το ότι πάντοτε γίνεται αλλά ποτέ δεν είναι. Κάθε τι που έχει ύλη γίνεται πάντοτε³⁶.

Η ψυχή είναι κάτι μεταξύ του γιγνομένου και του αεί υφισταμένου³⁷. Συνεπώς έχει χαρακτηριστικά και από τα δύο οντολογικά επίπεδα που την περιβάλλουν αφού είναι η πρώτη των γιγνομένων και η εσχάτη των αιωνίως υφισταμένων³⁸. Έτσι και σ' αυτήν υπάρχει άπειρη δύναμη η οποία προκαλεί απαύστους κινήσεις και ανέκλειπτη, αεί υφισταμένη ενέργεια³⁹.

Όσα βρίσκονται, οντολογικά, πάνω από την ψυχή είναι απειροδύναμα⁴⁰.

Αυτό ισχύει για:

- το ον⁴¹.
- τον αιώνα⁴².
- και τον νου⁴³.

Συνεπώς η άπειρη δύναμη είναι συστατικό των οντολογικών βαθμίδων που προηγούνται της ψυχής και αυτής της ίδιας αλλά δεν είναι συστατικό των αισθητών. Όμως πρέπει να προσέξουμε ότι η άπειρη δύναμη εμφανίζεται κατά τον Πρόκλο και στον κόσμο των αισθητών έξωθεν επιβαλλομένη, όπως ήδη επισημάναμε, δηλαδή δρώσα από αιτία η οποία βρίσκεται στην ψυχή ή και πιο πάνω⁴⁴.

Από όσα προηγήθηκαν λοιπόν μπορούμε να πούμε ότι, κατά τον Πρόκλο, η άπειρη δύναμη υπάρχει παντού, είτε ως ενεργό συστατικό, είτε ως έξωθεν δρώσα.

3. Άπειρο πλήθος ή μέγεθος και ύπαρξη

Κατά τον Πρόκλο δεν υφίσταται άπειρο μέγεθος⁴⁵. Ο ίδιος ανάγει την θέση αυτή στον «δαιμόνιον» Αριστοτέλη ο οποίος, όπως λέγει, έδειξε ότι στα αισθητά δεν υπάρχει κανένα μέγεθος άπειρο ως προς οποιαδήποτε διάσταση.

Βεβαίως για τον Πρόκλο δεν υπάρχει άπειρο μέγεθος και στον χώρο των αμερών αφού σε αυτά δεν υπάρχει ούτε διάσταση ούτε μέγεθος⁴⁶.

Μεγαλύτερο ενδιαφέρον όμως παρουσιάζουν οι διαπραγματεύσεις του οι σχετικές προς την ύπαρξη ή όχι απείρου πλήθους. Αρκετές φορές χαρακτηρίζει ένα πλήθος ως άπειρο. Όπως όμως έχουμε δει, η έννοια πλήθος συναρτάται άμεσα με τρεις άλλες έννοιες, δηλαδή εκείνη της παραγωγικής μονάδας, εκείνη της γεννητικής δύναμews και εκείνη του ποσού, οι οποίες αποτελούν κατά κάποιο τρόπο τα δομικά στοιχεία της έννοιας της πολλαπλότητας. Η ενιαία εμφάνισή της επιτρέπει να της αποδίδεται συνολικά ένας χαρακτηρισμός ο οποίος όμως στην πραγματικότητα θα αναφέρεται σε μερικά από τα συστατικά της, σε κάποιες από τις όψεις της. Πραγματικά, όπως το διευκρινίζει ο ίδιος ο Πρόκλος, ένα πλήθος μπορεί να χαρακτηριστεί άπειρο κατά την δύναμη ή κατά το ποσό⁴⁷.

Στα προηγούμενα έχουμε δει πώς εννοεί ο Πρόκλος την άπειρη δύναμη. Επίσης πρέπει να πούμε ότι με τον όρο άπειρο κατά το ποσόν πλήθος εννοεί ένα σύνολο διατεταγμένων στοιχείων στο οποίο δεν υπάρχει:

- πρώτο ή
- τελευταίο στοιχείο ή
- και πρώτο και τελευταίο στοιχείο. (Κατά την σχέση η οποία του προσδίδει την διάταξη)⁴⁸.

Σχετικά με την ύπαρξη ή όχι ενός απείρου πλήθους ο Πρόκλος θεωρεί ότι δεν μπορεί να υφίσταται κατά το ποσό άπειρο πλήθος αλλά μόνον κατά την δύναμη. Αυτή την θέση του εμφανίζει και θεμελιώνει με δύο τρόπους αρκετά διαφορετικούς.

Τρόπους οι οποίοι επισημαίνουν και την διαφορά η οποία υφίσταται μεταξύ του αριστοτελικού και νεοπλατωνικού συστήματος. Στην συνέχεια θα εξετάσουμε τον πρώτο τρόπο ο οποίος ανάγεται σαφώς στις αντίστοιχες θεωρήσεις του Αριστοτέλη.

Λέγει ο Πρόκλος ότι το κατά πλήθος άπειρο κατά ένα τρόπο υπάρχει, κατά άλλο δεν υπάρχει. Αν θεωρηθεί το πλήθος ως όλον, *αθρώως*, δεν μπορεί να είναι άπειρο. Αν όμως θεωρηθεί κατά μέρη, είναι άπειρο⁴⁹. Η θέση αυτή φαντάζει γριφώδης και απαιτεί διερεύνηση. Η πιθανότερη ερμηνεία της αντιθέσεως αυτής, που προκύπτει από την θεώρηση των μερών και του όλου ενός πλήθους, φαίνεται πως υπάρχει σε κάποιες παρατηρήσεις του σχετικές με την αντινομία της υπάρξεως διπλασίου του απείρου. Λέγει σχετικά:

δίχα ἄρα ἢ διάμετρος τέμνει τόν κύκλον, ἀλλ' εἰ μιᾶς οὔσης διαμέτρου δύο ἡμικύκλια γίνεται, ἄπειροι δέ διάμετροι διά τοῦ κέντρου ἄγονται, συμβήσεται διπλάσια τῶν ἀπείρων εἶναι κατ' ἀριθμόν, ταῦτα γάρ ἀποροῦσι τίνες πρὸς τήν ἐπ' ἄπειρον τομήν τῶν μεγεθῶν, ἡμεῖς δέ λέγομεν, ὅτι τέμνεται μὲν ἐπ' ἄπειρον τό μέγεθος οὐκ εἰς ἄπειρα δέ, τοῦτο μὲν γάρ ἐνεργεία ποιεῖ τὰ ἄπειρα, τό δέ δυνάμει μόνον, καί τό μὲν οὐσίαν τῷ ἀπείρῳ δίδωσεν, τό δέ γένεσιν μόνην, ἅμα οὖν μιᾷ διαμέτρῳ δύο ἡμικύκλια καί αἱ διάμετροι οὐδέποτε ἄπειροι ἔσονται, εἰ καί ἐπ' ἄπειρον ληφθήσονται, ὥστε οὐδέποτε ἔσται διπλάσια τῶν ἀπείρων, ἀλλά τὰ γινόμενα αἰεὶ διπλάσια τῶν πεπερασμένων ἐστί διπλάσια, αἰεὶ γάρ αἱ ληφθεῖσαι διάμετροι πεπερασμένοι κατ' ἀριθμόν εἰσι, καί πῶς γάρ οὐ μέλει πᾶν μέγεθος πεπερασμένας ἔχειν διαιρέσεις τοῦ ἀριθμοῦ πρό τῶν μεγεθῶν ὄντος καί πάσας αὐτῶν τάς τομάς ἀφορίζοντος καί προκαταλαμβάνοντος τήν ἀπειρίαν καί αἰεὶ τὰ ὑφιστάμενα περατοῦντος⁵⁰;

Εδώ αναφέρεται στην πολλαπλότητα των τομών τις οποίες μπορούμε να επιτύχουμε επί ενός κύκλου καθώς και στο πλήθος των αντιστοιχών διαμέτρων.

Όπως φαίνεται από το κείμενο αυτό κατά τον Πρόκλο το μέγεθος τέμνεται μεν ἐπ' ἄπειρον, ἀλλ' ὄχι σε ἄπειρα. Η έκφραση «εις ἄπειρα» έχει προφανώς την έννοια ότι έχουμε θεωρήσει συνολικά ἄπειρα τμήματα του διαιρουμένου μεγέθους, δηλαδή θεωρούμε ως υφιστάμενο ένα άπειρο πλήθος. Τούτο φαίνεται από το γεγονός ότι λέγει πως σ' αυτήν την περίπτωση δίδουμε ουσία στο άπειρο. Δηλαδή σε μια τέτοια περίπτωση συνδέουμε το άπειρο πλήθος με την ουσία, το είναι, του δίνουμε ύπαρξη. Όπως λέγει ο Πρόκλος αυτό σημαίνει την *ενεργεία* ύπαρξη απείρων στοιχείων. Η περίπτωση αυτή δηλαδή αναφέρεται σ' εκείνη την κατάσταση όπου υπάρχουν, έχουν *εἶναι*, υπόσταση, όλα τα στοιχεία ενός απείρου συνόλου. Δηλαδή δεν υφίστανται ως στοιχεία μιας *προ-ενεργεία* ή δυναμικής καταστάσεως αλλά έχουν εκδηλωθεί στο σύνολό τους σε μια ενεργητική παρουσία στο επίπεδο του είναι, της σταθεράς και συνεχούς υπάρξεως.

Η έκφραση «ἐπ' ἄπειρον» έχει την έννοια της αδιάληπτης θεωρήσεως νέων στοιχείων γιατί, όπως λέγει ο ίδιος ο Πρόκλος, σ' αυτήν την περίπτωση δίνουμε στο άπειρο *γένεση*, δηλαδή το συσχετίζουμε με την γέννηση, με το γίνεσθαι. Έτσι με μια τέτοια θεώρηση υφίσταται μια ατελεύτητη διαδικασία εμφανίσεως νέων στοιχείων σε μια κατάσταση, όπου το πλήθος συνεχώς μεταβάλλεται και μετατρέπεται από υφιστάμενο *δυνάμει* σε υφιστάμενο *ενεργεία* αλλά κατά τα μέρη του και όχι συνολικά. Γίνεται συνεχώς αλλά δεν *εἶναι*, ρέει προς την ολοκλήρωση, αλλά δεν υφί-

σταται ως όλο, τείνει προς το να είναι άπειρο σύνολο, χωρίς να γίνεται τέτοιο. Τα μέρη του αυξάνουν απεριόριστα με την προσθήκη των νεοεμφανιζομένων στοιχείων. Δηλαδή σ' αυτήν την περίπτωση υφίσταται μια δράση δυνάμεως, η οποία εμφανίζει αενάως νέα στοιχεία, μετατρεπομένη συνεχώς σε ενέργεια. Για τον λόγο αυτό ο Πρόκλος λέγει ότι θεωρούμε *δυνάμει* τα άπειρα.

Φαίνεται λοιπόν ότι όταν ο Πρόκλος λέγει ότι ένα πλήθος είναι άπειρο κατά μέρη, εννοεί την δεύτερη περίπτωση που εξετάσαμε εδώ. Σ αυτήν, κάθε θεώρηση του ανθρώπινου νου αφορά στην προσέγγιση συγκεκριμένου και πεπερασμένου μέρους της πολλαπλότητας. Μέρους του οποίου η πληθικότητα μπορεί να είναι οσοδήποτε μεγάλη.

Εφαρμόζοντας αυτή του την θέση στο συγκεκριμένο παράδειγμα, που απετέλεσε αφορμή για τις προηγούμενες θεωρήσεις, λέγει ότι πάντοτε οι θεωρούμενες διάμετροι θα είναι πεπερασμένες κατά το πλήθος και συνεπώς και το διπλάσιό τους θα είναι πεπερασμένο.

Όπως έχουμε ήδη πει κατά τον Πρόκλο δεν υπάρχει άπειρο μέγεθος. Όμως το άπειρο εμφανίζεται στο μέγεθος με δυο τρόπους:

- κατά την πρόσθεση,
- κατά την, δια διαδοχικών τμήσεων, εξάντλησή του.

Αφού το συνεχές είναι:

- επ' άπειρον διαιρετό,
- επ' άπειρον αυξητό⁵¹.

Είναι προφανές ότι η απειρία εδώ αναφέρεται:

- ή στο σύνολο των νοητών βημάτων διαιρέσεως του μεγέθους,
- ή στο σύνολο των δυνατών καταστάσεων του στα πλαίσια μιας διαδικασίας αυξήσεώς του.

Αυτή η απειρία όμως πρέπει να εννοηθεί στα πλαίσια των θεωρήσεων που προηγήθηκαν. Δηλαδή είναι *δυνάμει* απειρία.

Από όσα προηγήθηκαν γίνεται αντιληπτό ότι το άπειρο, κατά το πλήθος (και κατά το μέγεθος), μπορεί να θεωρηθεί ως σχετικό προς την ύπαρξη, μόνον εν δυνάμει⁵². Μια τέτοια αντιμετώπιση της υπάρξεως ή μη απείρου πλήθους είναι καθαρά αριστοτελική στην τυπική μορφή της⁵³. Στην ουσιαστική δόμησή της όμως υποκρύπτονται δοξασίες και θέσεις καθαρά νεοπλατωνικές με έντονη την σφραγίδα της ιδιότυπης μεταφυσικής του Πρόκλου. Αυτό θα φανεί στην συνέχεια όπου θα αναπτύξουμε και τον δεύτερο τρόπο, με τον οποίο ο Πρόκλος αντιμετωπίζει το θέμα της υπάρξεως ή όχι απείρου πλήθους. Η διαφοροποίηση φαίνεται επίσης από το γεγονός ότι την θέση του περί υπάρξεως του απείρου την εφαρμόζει όχι μόνον στον χώρο των αισθητών —κάτι που συμβαίνει με τον Αριστοτέλη στις διαπραγματεύσεις του στα Φυσικά— αλλά ευρύτερα στο σύνολο των απορροιών της Πρώτης Αρχής δηλαδή στο υπερούσιο, στο νοητο, στο νοερό, στο ψυχικό και στο υλικό επίπεδο. Έτσι όπως λέγει, δεν υπάρχει άπειρο πλήθος εν ενεργεία στους χώρους που προηγούνται του επιπέδου των αισθητών⁵⁴. Παράδειγμα αυτής της θεωρήσεως αποτελεί η αναφορά του στις ενάδες, σύμφωνα με την οποία, το πλήθος τους είναι πεπερασμένο κατά τον αριθμό⁵⁵.

Ο δεύτερος τρόπος προσεγγίσεως, από πλευράς Πρόκλου, του θέματος της υπάρ-

ξεως απείρου πλήθους στηρίζεται στο τριαδικό της δομής της εννοίας του πλήθους, το οποίο επισημάναμε στα προηγούμενα. Όπως έχουμε ήδη αναφέρει, κατ' αυτόν το άπειρο είναι το παραγωγικό αίτιο του πλήθους. Κάθε πλήθος είναι άπειρο κατά την φύση του, αφού απορρέει από την πρώτη απειρία⁵⁶. Όμως ένα πλήθος μπορεί να χαρακτηριστεί ως άπειρο κατά δύο τρόπους των οποίων το ανάλογο —αριστοτελικό— ζεύγος εξετάσαμε στα προηγούμενα. Οι τρόποι αυτοί είναι οι ακόλουθοι:

α. Κατά το ποσό.

Ένα πλήθος το οποίο χαρακτηρίζεται ως άπειρο κατά το ποσό, έχει σε κατάσταση εκδηλωμένη, ενεργητική, σε ταυτόχρονη ύπαρξη, όλα τα στοιχεία του σε τρόπο ώστε να μπορούμε να το χαρακτηρίσουμε ως άπειρο με την έννοια ότι δεν επιδέχεται κατά μια διάταξη πρώτο ή τελευταίο στοιχείο. Πρόκειται γι' αυτό που προηγουμένως ονομάσαμε *ενεργεία* άπειρο πλήθος.

β. Κατά την δύναμη.

Αναφερόμενος ο Πρόκλος στην έκφραση «άπειρα το πλήθος» που χρησιμοποιεί ο Πλάτων στον «Παρμενίδη»⁵⁷, λέγει ότι πρέπει να εννοήσουμε την απειρία του πλήθους, όχι κατά την ποσοτική θεώρηση των στοιχείων του, αλλά κατά την δύναμη⁵⁸.

Αλλά πως πρέπει να εννοηθεί το πλήθος ως άπειρο κατά την δύναμη;

Για την κατανόηση αυτού του χαρακτηρισμού θα μας βοηθήσουν οι παρατηρήσεις του σχετικά με την εμφάνιση του πρώτου ουσιώδους πλήθους, του νοητού πλήθους, στο επίπεδο της τρίτης νοητής τριάδας⁵⁹.

Λέγει λοιπόν ότι, αν η πρωτίστη δύναμη, η αυτοπειρία, ήταν κατά το ποσόν άπειρη, θα έπρεπε και το νοητό πλήθος να είναι άπειρο κατά το ποσόν. Καθώς όμως το άπειρο είναι δύναμη, δύναμη άπειρη, αναγκαστικά και το νοητό πλήθος που μετέχει του πρωτίστου απείρου κατά τη δύναμη εμφανίζει την απειρία⁶⁰. Δύναμη που την δέχεται από το άπειρο και διά της οποίας εμφανίζει κάθε άλλο πλήθος. Δύναμη η οποία δεν παύει να υφίσταται ούτε με την παραγωγή του πλήθους των, οντολογικά, εσχάτων ατομικοτήτων⁶¹.

Με την θεώρηση αυτή ο Πρόκλος αφήνει να διαφανεί ότι άπειρο κατά την δύναμη πλήθος σημαίνει μία ολότητα στα ενδότερα της οποίας δρα μια άπειρη δύναμη, η οποία δεν παύει να υφίσταται με την παραγωγή κάποιων στοιχείων αλλά αποτελεί συνεχή πηγή ενεργείας ή με άλλους λόγους το αίτιο της, δια διακρίσεως, παραγωγής στοιχείων. Τούτο τεκμηριώνεται και από την αναφορά του στη ροϊκή —κατά τα Χαλδαϊκά Λόγια— φύση της τρίτης νοητής τριάδος⁶²:

Κατ' ἀμφοτέρας ἄρα/τάς προυπαρχούσας τριάδας αὐτή προελήλυθε, ρέουσα/κατά το λόγιον καί ἐπί πᾶν προιοῦσα τό νοητόν πλήθος. /Τῆς γάρ ροῆς ταύτης καί τοῦ ἀπεριλήπτου της δυνάμεως/τό ἀπειρον πλήθος ἐνδεικτικόν.

Κατά το κείμενο αυτό το πλήθος τούτο είναι ενδεικτικό της φύσεως της πηγής του. Είναι αποτέλεσμα που χαρακτηρίζει το αίτιό του, εμφανίζει τις ιδιότητές του. Η απειρία του είναι ενδεικτικό του απεριλήπτου της δυνάμεως από την οποία απορρέει. Συνεπώς άπειρο κατά την δύναμη πλήθος είναι εκείνο το οποίο αενάως επιδέχεται νέα στοιχεία, τα οποία είναι τα αποτελέσματα της δράσεως μιας απείρου δυνάμεως. Απειρία κατά την δύναμη, σε ένα πλήθος, σημαίνει ανέκλειπτο γεννητική ικανότητα. Είναι αυτό το οποίο προηγουμένως το χαρακτηρίσαμε ως *δυνάμει* άπειρο

πλήθος. Κατά τον Πρόκλο τέτοιου είδους απειρία σε πλήθος —και κατ' επέκταση σε μέγεθος— μπορούμε να θεωρήσουμε. Δεν μπορούμε όμως να αποδεχθούμε απειρία κατά το ποσό⁶³.

Αυτά τα δύο είδη απειρίας του πλήθους έχουν μια ιδιόμορφη σχέση. Για να την αντιληφθούμε πρέπει πρώτα να παρατηρήσουμε ότι κατά τον Πρόκλο η δύναμη —καθώς, προβαίνοντας σε παραγωγή πλήθους, υποχρεώνεται να συνεχίσει την δράση της στα επιμέρους στοιχεία του πλήθους για την παραγωγή νέων στοιχείων— εξασθενίζει και εμφανίζεται ως μερικότερη και με λιγότερα παράγωγα. Και τούτο γιατί με την αρχική της ενιαία μορφή παράγει περισσότερα απ' ό,τι κάθε ένα από τα μέρη της⁶⁴. Όπως δέχεται ο Πρόκλος, όσο ελαττώνεται το ποσό, το πλήθος, σε μια πολλαπλότητα τόσο αυξάνει η δύναμη της και αντιστρόφως⁶⁵. Κάθε πλήθος όσο πιο προωθημένο είναι οντολογικά τόσο είναι μικρότερο στην ποσότητα και μεγαλύτερο στην δύναμη. Η οντολογική του ανωτερότητα είναι ευθέως ανάλογη προς την ομοιότητά του προς το εν. Δηλαδή εξαρτάται από τον βαθμό της ενότητας και της αμέρειας, η οποία το χαρακτηρίζει. Όσο πιο όμοιο είναι κάτι προς το εν, τόσο περισσότερα παράγει, συνεπώς τόσο μεγαλύτερη δύναμη έχει⁶⁶. Η βαθμιαία απομάκρυνση από το εν σημαίνει και αύξηση της πληθικότητας⁶⁷. Συνεπώς όσο πλησιέστερο είναι ένα πλήθος προς το εν τόσο πιο ελαττωμένο είναι ως προς το ποσό και τόσο «πιο» άπειρο ως προς την δύναμη, μιμούμενο το στατικό και απλήθυντο Πέρασ-Εν και το δυναμικό Άπειρο⁶⁸. Τούτες οι θέσεις είναι εξαιρετικής σημασίας γιατί δείχνουν ότι κατά τον Πρόκλο η ποιότητα της δυνάμεως συναρτάται άμεσα με την πληθικότητα των παραγώγων της. Όσο ισχυρότερη είναι η δύναμη τόσο περισσότερα παράγει. Ισχυρή δύναμη όμως σημαίνει ενοειδής δύναμη, δηλαδή αμερής⁶⁹. Κάθε δύναμη, όσο πιο ενοειδής είναι σε σχέση με μια άλλη που πληθύνεται, τόσο πιο άπειρη από αυτήν είναι⁷⁰. Αντίθετα ένα ενεργεία, κατά το ποσό, άπειρο πλήθος ή μέγεθος χαρακτηρίζεται από την έλλειψη της αμέρειας. Ένα τέτοιο πλήθος είναι το πλέον απομακρυσμένο από το εν και την κατάσταση της αμέρειας⁷¹.

Τα ανωτέρω καταδεικνύουν ότι κατά τον Πρόκλο υφίσταται μια κατ' αντιστροφήν αναλογία μεταξύ των όρων δύναμη και ενέργεια, απειρία κατά το ποσό και απειρία κατά την δύναμη, αμέρεια και μερισμός, ενοειδές και πολλαπλό. Μια δύναμη η οποία είναι, υφίσταται —είτε ως συστατικό ενός οντολογικού επιπέδου είτε ως έξωθεν επιβαλλόμενη— καθώς μεταστοιχείωνεται σε ενέργεια οδηγείται στην κατάσταση όχι της αλλαγής φύσεως αλλά, οριακά, στην εξασθένησή της, καθώς αυξάνεται η πληθικότητα της παραγόμενης πολλαπλότητας. Η περίπτωση της θεωρήσεως ενεργεία άπειρης κατά την ποσότητα πολλαπλότητας ισοδυναμεί με πλήρη απουσία της παραγούσης απείρου δυνάμεως, αφού η ολοκλήρωση ενός τέτοιου πλήθους σημαίνει την στατικότητα στην δομή του και συνεπώς την μη πρόσθεση νέων στοιχείων, δηλαδή τον μηδενισμό κάθε παραγωγικής ικανότητας. Είναι χαρακτηριστικό το γεγονός ότι ο Πρόκλος θεωρεί πως η καθ' ολοκληρίαν μεριστή δύναμη είναι καθ' ολοκληρίαν πεπερασμένη, πάντως πεπερασμένη⁷².

Όσα αναφέραμε εδώ τονίζουν το γεγονός ότι η απειρία του πλήθους ή ο μηδενισμός της δυνάμεως είναι οριακές καταστάσεις. Επιπλέον δε δείχνουν ότι κατά τον Πρόκλο απειρία ποσοτική και δυναμική ενός πλήθους είναι καταστάσεις ασύμβατες. Και τούτο γιατί η απειρία της δυνάμεως είναι στην υπέρτατη έκφρασή της ισότιμη προς το Πέρασ-Εν, είναι ενάδα, άρα απλή και ενοειδής, συνεπώς συναρτάται ά-

μεσα με την αμέρεια του υποκειμένου το οποίο την επιδέχεται. Αντίθετα η απειρία, κατά ποσόν, του πλήθους συναρτάται άμεσα με τον πλήρη και ολοκληρωμένο μερισμό του υποκειμένου και συνεπώς με την πλήρη απουσία του ενός και με την πλέον προωθημένη όψη της πληθικότητας.

Όσα προηγήθηκαν αισθητοποιούνται με το ακόλουθο σχήμα:

Εν	Αμέρες	Άπειρη δύναμη	Πλήθος ενοειδές	Άπειρο κατά δύναμη
Πολλά αμιγή ενός	Μεμερισμένα πλήρως	Πεπερασμένη δύναμη	Άπειρο πλήθος	Άπειρο κατά ποσόν

Οι θέσεις του Πρόκλου που αναπτύχθηκαν εδώ ερμηνεύουν το γιατί δεν υπάρχει θέση στην φιλοσοφία του για ένα κατά ποσόν άπειρο πλήθος. Γιατί παντού, ακόμη και στην έσχατη ύλη, υφίσταται η δύναμη, η φύση της απειρίας και συνεπώς ή συνεχής και ατελεύτητη παραγωγική ικανότητα:

α. Στους χώρους που προηγούνται του αισθητού η δύναμη είναι. Στις βαθμίδες του πραγματικού όντος η δύναμη είναι παραγωγική, γεννητική πλήθους, εις το διηνεκές.

β. Στους χώρους του αισθητού, του γιγνομένου το κάθε στοιχείο αυτού του επιπέδου πάντοτε γίνεται αλλά ποτέ δεν είναι. Την άπειρη δύναμη του είναι την δέχεται από τα ανώτερα επίπεδα. Η αποδοχή αυτή είναι συνεχής και συνεπώς κάθε τι το γιγνόμενο τελεί επ' άπειρον εν δυνάμει και σε διαρκή μεταβολή⁷³. Τούτη η μεταβολή συναρτάται άμεσα με τον χρόνο αφού το γίνεται υφίσταται κατά την απειρία του χρόνου⁷⁴. Ο δε χρόνος δεν είναι⁷⁵.

Συνεπώς στο σύνολο των επιπέδων της πραγματικότητας η (άπειρη) δύναμη είναι ή υφίσταται δρώσα εις το διηνεκές, πράγμα που σημαίνει ότι δεν υπάρχει η δυνατότητα υπάρξεως απείρου, κατά το ποσόν, πλήθους.

Μια τέτοια θέση δικαιολογείται και από το γεγονός ότι, κατά τον Πρόκλο, το ποσοτικά εννοούμενο άπειρο πλήθος, αποτελεί πολλαπλότητα στην οποία δεν υφίσταται με κανένα τρόπο το εν⁷⁶. Κάτι τέτοιο όμως δεν μπορεί να υφίσταται καθώς κάθε πλήθος μετέχει με κάποιο τρόπο του ενός⁷⁷.

Απο όσα προηγήθηκαν γίνεται φανερό ότι η έννοια «άπειρο, κατά το ποσό πλήθος» είναι κάτι το ανυπόστατο για τον Πρόκλο. Βεβαίως σε πολλά σημεία του έργου του αναφέρεται σε άπειρα, κατά το ποσό, πλήθη. Η θεώρησή τους όμως δεν σημαίνει και την αποδοχή τους με την έννοια μιας ολοκληρωμένης και πλήρους υποστάσεως αλλά στην πραγματικότητα αποτελεί την προϋπόθεση μελέτης της παρουσίας και της δράσεως σ' αυτά μιας —ένδον ή έξωθεν προερχομένης— άπειρης γεννητικής δυνάμεως.

Στο σημείο αυτό είμαστε σε θέση να επισημάνουμε τις διαφορές μεταξύ των θέσεων του Αριστοτέλους και του Πρόκλου σχετικά με την ύπαρξη απείρου πλήθους.

Κατά τον Αριστοτέλη το άπειρο κατά το ποσό υφίσταται εν δυνάμει. Δηλαδή ο φιλόσοφος δέχεται ότι υπάρχει η δυνατότητα χαρακτηρισμού ως ατελεύτητης μιας

απορροής ή θεωρήσεως νέων στοιχείων, χωρίς αυτός ο χαρακτηρισμός να αποτελεί κατηγορηματικά μια ενιαίας και ολοκληρωμένης πολλαπλότητας ή ενός συγκεκριμένου και δομικά στατικού μεγέθους αλλά μάλλον κατηγορηματικά, το οποίο περιγράφει τον τρόπο με τον οποίο υφίσταται μια πολλαπλότητα.

Κατά τον Πρόκλο το άπειρο δεν είναι απλά ένα κατηγορηματικό οποίο αποδίδεται σε μια πολλαπλότητα αλλά αποτελεί και φύση του όντος. Φύση της οποίας τα αποτελέσματα της παρουσίας της μπορούν να χαρακτηρισθούν από τον αριστοτελικό όρο άπειρο. Όταν ο Πρόκλος χαρακτηρίζει κάτι ως άπειρο, σημαίνει ότι αυτό έχει από την φύση του την ικανότητα, την δύναμη της άνευ τέλους εμφανίσεως πολλαπλότητας. Είναι άπειρο, γιατί μετέχει της απειρίας, της δυνάμεως, η οποία αποτελεί την φύση της εννοίας της ατελεύτητης διαφοροποιήσεως. Στο σύστημά του η φύση άπειρο και το κατηγορηματικό «ατελεύτητος» ταυτίζονται στα πλαίσια της εννοίας της δυνάμεως.

Την διαφορά την οποία επισημάναμε εδώ μπορούμε να την εκφράσουμε και με άλλο τρόπο:

Ο Αριστοτέλης λέγει ότι το ποσό είναι εν δυνάμει άπειρο — με την έννοια ότι υπάρχει η δυνατότητα να αυξάνεται απεριόριστα — χωρίς να αποδίδει στην δυνατότητα αυτή λειτουργικό ή δομικό χαρακτήρα.

Αντίθετα ο Πρόκλος θεωρεί ότι η δυνατότητα αυτή υφίσταται, υπάρχει, ως δύναμη η οποία είναι λειτουργικός ή δομικός παράγοντας της εννοίας πλήθους. Δεν λέγει ότι το πλήθος έχει την δυνατότητα να αυξάνει απεριόριστα αλλά ότι το πλήθος είναι άπειρο κατά την δυναμική του πλευρά.

Με άλλα λόγια ο Αριστοτέλης θεωρεί το ποσό και την δυνατότητα μεταβολής του ως έννοιες ανεξάρτητες. Το ποσό μπορεί να μεταβάλλεται, είναι αυτό το οποίο επιδέχεται ή όχι την απεριόριστη αύξηση. Ο Πρόκλος θεωρεί το πλήθος ως ενότητα, ένα ενιαίο όλο, όπου η δύναμη και το ποσόν είναι αλληλοεξαρτώμενα συστατικά του. Από αυτά το πρώτο είναι άπειρο ενώ το δεύτερο όχι, διότι ευρίσκεται σε κατάσταση ροής, κινήσεως, ή έχει την δυνατότητα να βρεθεί σε μια τέτοια κατάσταση. Δεν είναι το πλήθος αυτό το οποίο μεταβάλλεται, αλλά το ποσό το οποίο το χαρακτηρίζει. Η μεταβολή του ποσού είναι εσωτερική διαφοροποίηση και παραγωγική λειτουργία ενός συστατικού του πλήθους, αλλά όχι και τροποποίηση του ενιαίου όλου. Αυτή η θέση του φαίνεται καθαρά όταν αναφέρεται στην απειρία του πρωτίστου όντος το οποίο, όπως λέγει, μετέχει και του ενός και της πολλαπλότητας. Αυτό το ένα Όν το χαρακτηρίζει ως άπειρο πλήθος, κατά την πλατωνική ορολογία, όπως συναντάται στον «Παρμενίδη»⁷⁸. Λέγει δε σχετικά ότι το όντως ον είναι άπειρο καθώς η ζωή του είναι άσβεστη, η ύπαρξή του ανέκλειπτη και η ενέργειά του ανελάττωτη. Η απειρία όμως του όντος δεν αναφέρεται στο μέγεθος ούτε στην ποσοτική όψη του πλήθους, αλλά στην δύναμη.

Οι όροι ζωή ή ενέργεια τους οποίους χρησιμοποιεί εδώ ο Πρόκλος αποκαλύπτουν μια δυναμική όψη του όντος, μια πλευρά του η οποία σχετίζεται με την κίνηση και την εμφάνιση στην ύπαρξη νέων μονάδων. Η όψη αυτή είναι απόρροια της δυνάμεως και η μορφή της αποτελεί τεκμήριο για την απειρία της⁷⁹.

4. Το άπειρο σύνολο στα πλαίσια της θεωρίας Zermelo — Frankel και η σχέση του με τις θέσεις του Πρόκλου

Η θεώρηση του Πρόκλου περί απείρου πλήθους, η οποία περιγράφηκε στα προηγούμενα, εμπεριέχει την απάντηση των νεοπλατωνικών στο ερώτημα το σχετικό με την ύπαρξη ή όχι απείρου πολλαπλότητας. Στα πλαίσια του συστήματος του Πρόκλου γίνεται αποδεκτό το άπειρο στο πλήθος, αναφερόμενο όχι στο ποσό του (την πληθικότητά του) αλλά στην παραγωγική του ικανότητα. Παρουσιάζει ιδιαίτερο ενδιαφέρον η παραβολή αυτής της θέσεως με τις θεωρήσεις των μαθηματικών σχετικά με την ύπαρξη απειροσυνόλων.

Στην σημαντικότερη αξιωματική θεμελίωση της θεωρίας συνόλων, στην κατά Zermelo — Frankel, η εισαγωγή της έννοιας του απείρου γίνεται με το λεγόμενο αξίωμα ύπαρξης του απείρου⁸⁰. Συμβολικά τούτο διατυπώνεται ως εξής:

$$(\exists x) [\varphi x \ \& \ (\forall \psi) (\psi x \rightarrow \psi \cup \{\psi\} \mid x)] \quad (A)$$

Αυτό σημαίνει ότι υπάρχει ένα (τουλάχιστον) σύνολο x το οποίο περιέχει το κενό σύνολο φ και για κάθε στοιχείο του ψ ισχύει ότι και το σύνολο $\psi \cup \{\psi\}$ θα αποτελεί στοιχείο του⁸¹. Κάθε σύνολο με αυτή την ιδιότητα ονομάζεται επαγωγικό (inductive) και έχει ως υποσύνολό του το σύνολο ω του οποίου στοιχεία είναι ακριβώς τα: $\varphi, \varphi', \varphi'', \varphi''', \dots$ τα οποία ταυτίζουμε με τους φυσικούς αριθμούς⁸².

Εδώ πρέπει να πούμε ότι ένα σύνολο ονομάζεται άπειρο όταν και μόνον όταν είναι ισοδύναμο προς ένα γνήσιο υποσύνολό του⁸³. Σύμφωνα με αυτό τον ορισμό γίνεται αντιληπτό ότι το σύνολο ω είναι άπειρο εφ' όσον είναι ισοδύναμο —επι παραδείγματι— προς το γνήσιο υποσύνολό του $x = \omega - \{\varphi\}$ όπως φαίνεται από την θεώρηση της απεικονίσεως $\alpha : \omega \rightarrow x$ με $\alpha(\psi) = \psi'$ για κάθε $\psi \in \omega$. Όπως είναι φανερό, το αξίωμα (A) βεβαιώνει ότι υπάρχει ένα σύνολο το οποίο είναι άπειρο. Όμως όταν ισχυριζόμαστε ότι ένα σύνολο με συγκεκριμένες ιδιότητες υπάρχει, αυτό θα σημαίνει ότι υφίσταται ως αντικείμενο σ' ένα οντολογικό επίπεδο. Τούτο εκφράζεται πολύ καθαρά από τον ίδιο τον Ernst Zermelo καθώς λέγει ότι η θεωρία συνόλων ασχολείται με ένα πεδίο επιμέρους στοιχείων τα οποία ονομάζονται αντικείμενα. Ένα αντικείμενο υπάρχει μόνον όταν ανήκει στο συγκεκριμένο πεδίο. Μεταξύ των αντικειμένων αυτών είναι και αυτά τα οποία ονομάζουμε σύνολα⁸⁴.

Θεμελιώδης έννοια η οποία υπεισέρχεται στην έννοια του συνόλου είναι εκείνη του περιέχειν (και κατ' επέκταση εκείνη του περιέχεσθαι). Αυτή η έννοια όμως, παρά το γεγονός ότι είναι κατανοητή διαισθητικά, εμφανίζει δυσκολίες σε κάθε προσπάθεια σαφούς καθορισμού της. Στην αξιωματική θεωρία συνόλων είναι πάντα καθορισμένο το αν κάποιο αντικείμενο περιέχεται ή όχι από κάποιο σύνολο. Το ότι όμως μπορούμε πάντοτε να αποφανθούμε για την ισχύ ή όχι της σχέσεως αυτής δεν σημαίνει ότι είμαστε και σε θέση να καθορίσουμε το ποιοτικό της περιεχόμενο. Στα πλαίσια της ZF-θεωρίας συνόλων θεωρείται ως σχέση απλή και πρωταρχική και επομένως δεν ορίζεται συναρτήσει άλλων. Η απλότητα της καθιστά δύσκολο τον ακριβή προσδιορισμό του εννοιολογικού περιεχομένου της. Ως έννοια έχει δύο όψεις, οι οποίες σχετίζονται με την θεώρηση απείρων συνόλων όπως, επί παραδείγματι, του ω . Υπάρχει η δυνατότητα των εξής δύο διαφορετικών θεωρήσεων σχετικά με την ύπαρξη του συνόλου ω .

α. Σύμφωνα με την ZF-θεωρία συνόλων αποδεχόμαστε το ω ως απλή συλλογή στοιχείων, δηλαδή ως έννοια ύστερη σε σχέση προς τα αντικείμενα τα οποία περιέχει. Σ' αυτή την περίπτωση όλα τα στοιχεία του υπάρχουν στο συγκεκριμένο πεδίο

αναφοράς και το ω δεν είναι τίποτα άλλο παρά μια υποστασιοποίηση της οριοθέτησής τους σε σχέση με τα υπόλοιπα συνολοθεωρητικά αντικείμενα. Υπ' αυτήν την έννοια η αποδοχή της υπάρξεως ενός απείρου συνόλου είναι αποφαντική πράξη υστέρου χαρακτήρα σε σχέση με την πρωταρχική έννοια του περιέχειν. Με αυτό θέλουμε να πούμε ότι η ύπαρξη ενός απείρου συνόλου, όπως το ω , έπεται της υπάρξεως των επιμέρους στοιχείων του. Μια τέτοια θεώρηση έχει και ένα άλλο χαρακτηριστικό. Απορρίπτεται κάθε ανοικτή διαδικασία προσθήκης στοιχείων στο συγκεκριμένο σύνολο ω και αντί αυτής εισάγεται η στατικότητα μιας ολοκληρωμένης διαδικασίας μεταβάσεως από κάθε στοιχείο συνόλου στο επόμενο του.

β. Μια άλλη θεώρηση αντίστροφη αυτής που εισάγεται με την ΖΦ-θεωρία συνόλων είναι εκείνη σύμφωνα με την οποία η έννοια ενός απείρου συνόλου είναι πρότερη των στοιχείων του και ώστε δι' αυτής είναι δυνατόν να ορισθεί η έννοια του περιέχειν. Δηλαδή θεωρούμε το ω ως ένα όλο το οποίο περιέχει σε κατάσταση εκδηλωμένη ή μη, αυτά για τα οποία υπάρχει η δυνατότητα να είναι τα στοιχεία του. Επομένως μια τέτοια θεώρηση του ω αποκαλύπτει δύο διαφορετικές βαθμίδες στις οποίες μπορεί να υφίσταται το οποιοδήποτε στοιχείο του:

i. Την βαθμίδα εκείνη στην οποία, αν υφίσταται το στοιχείο, δεν διακρίνεται σε σχέση με τα άλλα, δηλαδή δεν υφίσταται ως αντικείμενο του ευρύτερου πεδίου. Ένα τέτοιο στοιχείο όμως περιέχεται στο ω , αφού υπάρχει η δυνατότητα να εμφανιστεί, να προσδιορισθεί ως αντικείμενο υπάρχον και δεν μπορεί παρά να ανήκει, στην περίπτωση αυτή, στο ω .

ii. Την βαθμίδα εκείνη στην οποία αν υφίσταται κάποιο στοιχείο θα υπάρχει ως αντικείμενο του πεδίου στο οποίο αναφερόμαστε.

Οι δύο αυτές διαφορετικές φιλοσοφικές θεωρήσεις αντιστοιχούν σε δύο όψεις της εννοίας του απείρου συνόλου. Σ' εκείνη σύμφωνα με την οποία το σύνολο εμφανίζεται ως στατικόν όλον ύστερο των στοιχείων του και της σχέσεως του περιέχειν.

Σ' εκείνη σύμφωνα με την οποία το σύνολο εμφανίζεται ως δυναμικό όλον πρότερο των στοιχείων του και της σχέσεως του περιέχειν, από το οποίο μπορούμε να ανασύρουμε οποιοδήποτε στοιχείο του. Τούτη η όψη του χαρακτηρίζεται από την έννοια της κινήσεως καθώς εμπεριέχει την δυνατότητα μιας συνεχούς απόρροιας στοιχείων.

Η τελευταία θεώρηση του συνόλου ω αρμόζει άριστα στις σχετικές θεσεις του Πρόκλου περί πλήθους, όπως φαίνεται από όσα προηγήθηκαν.

ΣΗΜΕΙΩΣΕΙΣ

1. Πλατ. Θεολ. III. η'.
2. Εις Τίμ. I. 453, 14-16. Θεολ. Στοιχ. πρότ. 86. 78, 21-22.
3. Μετ. 1020α.7 κ.ε. και Κατηγ. 4b.20 κ.ε.
4. Εις Παρμ. 1176, 36-40 1207, 26-27 806, 2-3. Εις Ευκλ. 123, 24-25 124, 8-10 191, 5-15.
5. Κατηγ. 6α, 26-35.
6. Το ότι ο Πρόκλος χρησιμοποιεί ως όρους του φιλοσοφικού του συστήματος ένα μέρος, τουλάχιστον, των αριστοτελικών κατηγοριών φαίνεται και όταν διαπραγματεύεται το ζήτημα του τι είναι γωνία, εξετάζοντας αν είναι κάτι το οποίο αντιστοιχεί στην ποιότητα, το ποσόν ή το προς τι. Βλ. Εις Ευκλ. 123, 7-13 125, 2-3 315, 2-4.
7. Εις Ευκλ. 184, 11-29. Π8. αυτ. 196, 4-7 95, 21-25 και 9,3 κ.ε.
8. Άλλη αναφορά στο ζεύγος πλήθος και μέγεθος, θεωρουμένου ως κεφαλαιώδης διαμέρισης μιας όψεως της

- πραγματικότητας, συναντούμε στους Εισ Ευκλ. 37, 11-18.
9. Εισ Ευκλ. 35, 21-36, 5. Πβ. αυτ. 183, 7-8. Ως πληθικό ο Πρόκλος εννοεί το πεπερασμένο μέγεθος και όχι την ακεραία τιμή του λόγου δύο αριθμών.
 10. Αυτ. 35, 21-36, 7.
 11. Αριθμ. Εισ. Ι. 2. 5. Πβ. Ιαμβλίχου Περί της Νικ. Αριθ. Εισ. 7, 3-9,1.
 12. Εισ Ευκλ. 184, 11-29.
 13. Μετ. 1054α. 20 κ.ε.
 14. Θεολ. Στοιχ. πρότ. 1. 2, 1-14.
 15. Αυτ. πρότ. 6, 6, 25-26.
 16. Αυτ. πρότ. 5. 6, 20-21.
 17. Αυτ. πρότ. 21. 24, 1-33.
 18. Αυτ. πρότ. 22. 26, 1-21.
 19. Πλατ. Θεολ. ΙΙΙ. 31, 20-23. Θεολ. Στοιχ. πρότ. 7. Πβ. S. E. Gersh. *Κίνησις Ακίνητος a Study of Spiritual Motion in the Philosophy of Proclus*. ΙΙ. (Leiden/E.J. Brill/1973).
 20. Αυτή η τριαδική δομή αποτελεί αντανάκλαση της τριάδας: ουσία - δύναμη - ενέργεια ή Πέρας - 'Απειρο - Μικτό. Βλ. W. Beierwaltes, *Proklos*, Ι. Trias, 24 κ.ε. (V. Klostermann/Frankfurt Am Main/1979).
 21. Μετ. 1049b και γενικώς το βιβλ. Θ.
 22. Πλατ. Θεολ. ΙΙΙ. 45, 3-6 96, 15-20. Εισ Ι. 183, 14-15. Θεολ. Στοιχ. πρότ. 91 και 92.
 23. Θεολ. Στοιχ. πρότ. 92.
 24. Αυτ. πρότ. 91. 92. Φυσ. Στοιχ. ΙΙ. προτ. 7. 8. 38, 11 κ.ε.
 25. Θεολ. Στοιχ. πρότ. 91. 82, 17-22. Πβ. αυτ. προτ. 84 και 85.
 26. Πλατ. Θεολ. ΙΙΙ. 33, 3-34, 11
 27. Εθς Ιαρ. 1119,30 κ.ε.
 28. Φυσ. Στοιχ. 40, 19-42, 5. Πβ. Αριστοτέλους Φυσ. 266σ, 24 κ.ε.
 29. Εισ Τίμ. Ι. 253, 8-13: Πβ. Εισ Παρμ. 1119, 26-27.
 30. Εισ Παρμ. 1119, 23-30: Πλατ. Θεολ. ΙΙΙ. 33, 18-23.
 31. Εισ Παρ. 1119, 15-22, Πλατ. Θεολ. ΙΙΙ. 33, 23-34, 1.
 32. Εισ Παρμ. 1119, 4-8. Πλατ. Θεολ. ΙΙΙ. 34, 1-11: «...δυνάμει δέ η ύλη τά πάντα, καθ' όσον εκ της πρώτης υπέστη δυνάμεως. Αλλ' εκεί μέν/ γεννητική των πάντων η δύναμις, η δε της ύλης δύναμις /ατελής και της των πάντων κατ' ενέργειαν υποστάσεως/ ενδεής.» Το ότι η ύλη είναι «δυνάμει τα πάντα» αποτελεί αριστοτελική δοξασία. (De anim. ΙΙΙ 5, 430α, 10-11) Σε τούτο το κείμενο του Πρόκλου αντιπαρατίθενται η πρώτη και η έσχατη μορφή της δυνάμεως.
 33. Πλατ. Θεολ. ΙΙΙ. 40σ, 10-16.
 34. Αυτ. ΙΙΙ. 41, 6-8 10-11. 34, 7-11. Εισ Αλκ. 122, 8-10. S. E. GERSH: αυτ. σελ. 43-48. Σημ. 3 της σελίδας 34 και 1 της σελίδας 40 στο βιβλίο ΙΙΙ, της Πλατωνικής Θεολογίας στην έκδοση των H. D. Saffrey et L. G. Westerink.
 35. Εισ Τίμ. Ι. 233, 8-18.
 36. Αυτ. Ι. 233, 30-234, 3. Πβ. αυτ. Ι. 295, 1-14.
 37. Αυτ. Ι. 235, 16-17.
 38. Αυτ. Ι. 235, 5-10.
 39. Αυτ. ΙΙ. 131, 4-15. Εισ Παρμ. 1119, 30-35. Πλατ. Θεολ. ΙΙΙ. 33, 16-18.
 40. Εισ Παρμ. 1120, 5-21.
 41. Πλατ. Θεολ. ΙΙΙ. 39, 4-14.
 42. Αυτ. ΙΙΙ. 33, 4-7.
 43. Αυτ. ΙΙΙ. 33, 10-13. Εδώ ως νους βεβαίως αναφέρεται ανώτερη οντολογική αρχή της οποίας πρώτη εμφάνιση υφίσταται στα πλαίσια της τρίτης, κατά Πρόκλο, νοητής τριάδας.
 44. Εισ Τίμ. Ι. 453, 17-19. Πβ. Εισ Παρμ. 1120, 33-1121, 16.
 45. Εισ Τίμ. Ι. 453. 21.
 46. Εισ Ευκλ. 284, 17 κ.σ. Πβ. Αριστοτέλους Φυσ. 205α, 7 κ.ε.
 47. Πλατ. Θεολ. ΙΙΙ. 91, 25 κ.ε. ΙV 104, 23-25 και 94, 26-95, 4. Εισ Παρμ. 890, 22-24.
 48. Πλατ. Θεολ. ΙΙ. 26, 7 κ.ε. Θεολ. Στοιχ. προτ. 4 και 11.
 49. Εισ Τίμ. Ι. 453, 19-20. Ο.Α. J. Festugiere αποδίδει ως εξής το χωρίο αυτό: «...l' infini en nombre d' une certaine maniere existe, d' une autre, non-il n' existe pas si on prend le nombre comme une somme, il existe si on prend le nombre comme partie d' un autre nombre...» Μια τέτοια ερμηνεία αυτού του κειμένου όμως δεν αρμόζει στις θέσεις του Πρόκλου περί πλήθους και περί απείρου όπως είναι φανερό από όσα αναπτύσσονται εδώ.
 50. Εισ Ευκλ. 158, 1-20.
 51. Εισ Ευκλ. 198, 12-15.
 52. Λέγοντας πλήθος θα εννοούμε πολλαπλότητα είτε ανεξάρτητη είτε αναφερομένη σε δραστηριότητες επί μεγέθους.
 53. S. Breton: *Philosophie et Mathematique chez Proclus* σελ. 100 κ.ε. A. Charles-Saget: *L' architecture du divin* σελ. 214 Πβ. Αριστοτέλους Φυσ. Βιβλ. Γ. Πβ. Δ. Αναπολιτάνου: *Εισαγωγή στην φιλοσοφία των μαθηματικών*

- 1.5. (Νεφέλη/Αθήνα/1985).
54. Εις Τίμ. 45α, 29-31.
 55. Θεολ. Στοιχ. πρότ. 149. 130, 20-21.
 56. Πλατ. Θεολ. III. 92, 5-7.
 57. Παρμ. 132B, 3.
 58. Εις Παρμ. 890, 15-24.
 59. Πλατ. Θεολ. III. κεφ. κς'.
 60. Αυτ. III. 92, 15-20.
 61. Αυτ. III. 92, 22-28.
 62. Αυτ. III. 91, 4-8. Πβ. απόσπασμα 31 των Χαλδαιικών Λόγων. (Έκδ. E. de Places.)
 63. Αυτ. IV. 104, 23-25. Πβ. Συρ. Εις Μετ. 145, 24-25.
 64. Θεολ. Στοιχ. πρότ. 86. 78, 30-32.
 65. Εις Τίμ. I. 23, 19-22. Πβ. αυτ. 137, 21-26 178, 22-25 432, 22-23. Θεολ. Στοιχ. προτ. 86, 95, 110, 149, 179, 203
Πβ. Ιαμβλίου: Περί της κ. Μαθ. επ. 35, 7. Συριανού: Εις Μετ. 108, 19.
 66. Θεολ. Στοιχ. πρότ. 62. 58, 22-29.
 67. Εις Παρμ. 865, 7-9.
 68. Αυτ. 1174, 4-13. Πβ. αυτ. 752, 1-2.
 69. Θεολ. Στοιχ. πρότ. 86. 80, 2-8.
 70. Αυτ. πρότ. 95. 84, 28-35.
 71. Αυτ. πρότ. 86. 80, 5-11.
 72. Θεολ. Στοιχ. πρότ. 86. 78, 31-32.
 73. Εις Τίμ. II. 100, 17-24.
 74. Εις Παρμ. 1230, 15-17. Εις Τίμ. I. 286, 23 κ.ε.
 75. Αυτ. 824, 33-34.
 76. Αυτ. 807, 6-7.
 77. Θεολ. Στοιχ. πρότ. 1.
 78. Εις Παρμ. 639, 21.
 79. Θεολ. Στοιχ. πρότ. 86.
 80. Αxiom of infinity. Βλ. Δ. Αναπολιτάνου. Εισαγωγή στην φιλοσοφία των Μαθηματικών 186 κ.ε.
 81. Το σύνολο $\psi(\psi)$ ονομάζεται επόμενος (successor) του ψ και περιέχει ακριβώς τα στοιχεία του ψ και το ίδιο το ψ . Συμβολίζεται συνήθως με: ψ' ή ψ^+ . Βλ. .H. Enderton. *Elements of set theory*, 68 κ.ε.
 82. Αυτ. σελ. 68 κ.ε.
 83. Ορισμός κατά Dedekind. Βλ. p. Suppes, *Axiomatic set Theory*, Δύο σύνολα A και B ονομάζονται ισοδύναμα όταν υπάρχει απεικόνιση $\varphi: A \rightarrow B$ η οποία είναι αμφιμονοσήμαντη και επί.
 84. Έρευνες για την θεμελίωση της θεωρίας συνόλων. Μεταφρασμένο στο: Η φιλοσοφία των μαθηματικών, I (Επιμ. Π. Χριστοδουλίδη) Πβ. P. Suppes αυτ. 19.

ΑΠΟΣΤΟΛΟΣ ΔΕΜΗΣ
ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ Μ.Ε.
ΑΘΗΝΑ