

ΟΙ ΑΡΧΕΣ ΤΗΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗΣ ΟΥΣΙΑΣ ΚΑΤΑ ΤΟΝ ΙΑΜΒΛΙΧΟ

ΑΠΟΣΤΟΛΟΥ Κ. ΔΕΜΗ

Ένα από τα χαρακτηριστικά στοιχεία ορισμένων αρχαίων ελληνικών φιλοσοφικών συστημάτων είναι η παραδοχή υπάρξεως μιας πολώσεως οντολογικού χαρακτήρα, η οποία αποτελεί το παραγωγικής τάξεως υπόβαθρο της εμφανίσεως όλων των όντων. Το ζεύγος των πόλων, οι οποίοι αισθητοποιούν την εν λόγω πόλωση, εμφανίζονται με διάφορα ονόματα και ποικίλες ιδιότητες στα διάφορα συστήματα.

Στην παρούσα εργασία θα ασχοληθούμε με το σχετικό δίπολο, το οποίο εμφανίζεται στο φιλοσοφικό σύστημα του νεοπλατωνικού Ιάμβλιχου και το οποίο στο σύστημα του Πρόκλου θα παίξει πρωτεύοντα ρόλο. Το δίπολο αυτό απαρτίζεται από το πέρας και την απειρία. Σε όσα θα ακολουθήσουν θα μας απασχολήσει η θέση του μέσα στο ευρύτερο πλαίσιο της κατά Ιάμβλιχον οντολογίας αλλά περισσότερο ο λειτουργικός ρόλος του σε σχέση προς τα μαθηματικά.

Κατά τον Ιάμβλιχο:¹

(Α)... ὅτι μέν οὖν τό πεπερα/σμένον καί ἄπειρον ἀρχαί εἰσι πάντων τῶν μαθημάτων/ καί πάσης μαθηματικῆς οὐσίας, παντί δῆλον, ὡς δοκεῖ/τοῖς Πυθαγορείοις...²

Όπως είναι φανερό, κατά τον φιλόσοφο υπάρχουν δύο στοιχεία —το πεπερασμένο και το ἄπειρο— τα οποία αποτελούν τις αρχες των μαθηματικών και της μαθηματικής ουσίας. Αποδέχεται δε πως η θέση του αυτή αποτελεί δοξασία των Πυθαγορείων.

Σχετικά προς το προαναφερθέν δόγμα απαιτούνται ορισμένες ερμηνευτικές διευκρινήσεις ως προς το νοηματικό περιεχόμενο των όρων, οι οποίοι χρησιμοποιούνται από τον φιλόσοφο αλλά και ως προς τις ιστορικές καταβολές των τρόπων χρήσεώς τους. Πρέπει να τονίσουμε εξ' αρχής ότι το ζεύγος των αρχών ακριβέστερα χαρακτηρίζεται στο σύστημα του Ιαμβλίχου —με τα ονόματα πέρας και ἄπειρο. Τούτο γίνεται φανερό από τις αναφορές του φιλοσόφου στα κεφάλαια III και XIII του έργου του «Περί της Κοινής Μαθηματικής Επιστήμης». Ο λόγος για τον οποίο αναφέρεται —στο κείμενο, το οποίο παραθέσαμε εδώ— με τον όρο περασμένο στο ένα από τα δύο στοιχεία του ζεύγους, νομίζω πως θα γίνει κατανοητός από όσα θα πούμε στην συνέχεια.

I

Το πρώτο θέμα, το οποίο θα μας απασχολήσει εδώ, είναι εκείνο της προελεύσεως της χρήσεως των όρων πέρας και ἄπειρον για να υποδηλωθούν αρχές οντολογικής τάξεως. Ο ίδιος ο Ιάμβλιχος παραπέμπει στους Πυθαγορείους. Γνωρίζουμε από δύο τουλάχιστον σωζόμενα αποσπάσματα του πυθαγορείου Φιλολάου πως

στο φιλοσοφικό σύστημά του, εμπεριείχετο το δόγμα μιας δημιουργικής πολώσεως. Κατά το πρώτο απόσπασμα:

«... η φύση στο σύμπαν συνεστήθη από ἀπειρα και από περαίνοντα, τόσον το σύμπαν ως ολότητα όσον και το κάθε στοιχείο του...»³

Κατά το δεύτερο απόσπασμα:

«τόσον το σύμπαν όσον και τα στοιχεία του συναρμόσθηκαν από περαίνοντα και από ἀπειρα· ...γιατί μερικά από αυτά, τα οποία προέρχονται από περαίνοντα, δίδουν πέρας, όσα δε προέρχονται από περαίνοντα και από ἀπειρα, δίδουν πέρας και δεν δίδουν, τέλος δε όσα προέρχονται από ἀπειρα, προφανώς είναι ἀπειρα...»⁴

Το δόγμα του Ιαμβλίχου είναι πλησιέστερο προς την μαρτυρία του Αριστοτέλους την σχετική προς το προς εξέταση θέμα καθώς ο τελευταίος αποδίδει σε μεριδιά των πυθαγορείων την θέση πως ένα ζεύγος δημιουργικών αντιθέτων —ή αρχών— συνίσταται από το πέρας και το ἀπειρο, τα οποία μάλιστα τοποθετούνται επικεφαλής των λοιπών αντιθέτων.⁵

Από όσα προηγήθηκαν γίνεται φανερό πως οι σωζόμενες μαρτυρίες —οι σχετικές προς τους πυθαγορείους— συμφωνούν κατά κάποιον τρόπο προς την αναφορά του Ιαμβλίχου καθώς βεβαιώνουν ότι στο πλαίσιο του πυθαγορισμού είχε δει το φως το δόγμα πως το σύμπαν αποτελεί το προϊόν μιας δημιουργικής πολώσεως, της οποίας τα στοιχεία χαρακτηρίζονται με τους όρους πέρας και ἀπειρο και της οποίας η φύση αντανακλάται, με την μορφή ενός σχετικού δυϊσμού, στις δομικές συνιστώσες του σύμπαντος. Εδώ πρέπει να παρατηρήσουμε ότι το κατά Ιάμβλιχο σύμπαν αποτελεί μια ολότητα, η οποία εκτείνεται διαστρωματούμενη κατά οντολογικά επίπεδα, δύο εκ των οποίων είναι εκείνο των νοητών και εκείνο των αισθητών, όπως θα δούμε στην συνέχεια. Όμως δεν μπορούμε να αποφανθούμε σχετικά προς την δομή και το περιεχόμενο του συστήματος των πυθαγορείων. Έτσι δεν μπορούμε να πούμε τίποτε:

— σχετικά προς την θέση του ζεύγους των παραγωγικών αρχών ως προς κάποια πιθανά οντολογικά επίπεδα του σύμπαντος των πυθαγορείων,

— σχετικά προς την εμβέλεια της δημιουργικής τους ικανότητας αναφορικά προς το πεδίο των στοιχείων ενός τέτοιου σύμπαντος.

Αντιθέτως στο έργο του Πλάτωνος συναντούμε ένα δόγμα, το οποίο θα μπορούσε να αποτελεί το πρότυπο του προς μελέτην του δόγματος Ιαμβλίχου και συγχρόνως να συνιστά μια πιθανή ενδιάμεση βαθμίδα κατά την μετάβαση από την παραγωγική διαδικασία:

ζεύγος αρχών → σύμπαν,
στην - εξειδικευμένη - παραγωγική διαδικασία:
ζεύγος αρχών → μαθηματικά

Στον διάλογό του «Φίληβος» διατυπώνει την θέση πως τα υπαρκτά είναι ένα και πολλά και πως έχουν σύμφυτα σε αυτά το πέρας και την απειρία.⁶ Είναι χαρακτηριστικό πως ο Πλάτων λέγει πως η θέση αυτή αποτελεί παράδοση, η οποία προέρχεται από τους παλαιούς. Ανάγει και αυτός —όπως και ο Ιάμβλιχος— την προέλευση της εν λόγω θέσεως σε προγενέστερα φιλοσοφικά συστήματα. Στην συνέ-

χεια ο Πλάτων εκφράζεται με ένα τρόπο, ο οποίος μας επιτρέπει να αποδεχθούμε βασιμώς πως αποδίδει την απειρία στην οποιαδήποτε Ιδέα.⁷ Ο συσχετισμός της Ιδέας προς την απειρία αλλά και η αναφορά του φιλοσόφου στα «υπαρκτά» καταδεικνύει πως στο πλατωνικό σύστημα το πέρας και το άπειρο συναντώνται ως σύμφυτα στοιχεία σε όλα τα όντα, συμπεριλαμβανομένων και των Ιδεών, οι οποίες είναι τα κυρίως όντα. Δηλαδή στο πλατωνικό σύστημα φαίνεται ότι ισχύει πως το πέρας και το άπειρο αποτελούν σύμφυτα στοιχεία κάθε όντος οποιουδήποτε οντολογικού επιπέδου.⁸

Το δόγμα της υπάρξεως ενός ζεύγους ευρισκομένου ως παραγωγική αφετηρία στην κορυφή της κλίμακας των όντων ή της υπάρξεως ενός ζεύγους στοιχείων —συνιστωσών όλων των όντων, φαίνεται πως εμφανίζεται ως στοιχείο κάποιων συστημάτων και του μέσου πλατωνισμού αφού ίχνη του συναντούμε στον Σπεύστιπο, στον Εύδωρο Αλεξανδρείας και στον Πλούταρχο.⁹

Τέλος σχετικά προς την ιστορία του δόγματος αυτού πρέπει να πούμε ότι στα πλαίσια του νεοπυθαγορισμού έχουμε μια κατ' ευθείαν αναφορά του Νικομάχου Γερασηνού στις ήδη μνημονευθείσες θέσεις του Φιλολάου.¹⁰ Επίσης θα μπορούσαμε να πούμε ότι στοιχεία του εν λόγω δόγματος είναι δυνατόν να αντιχεινθούν στα ζεύγη εν —πολλά και είδος— ύλη όπως αυτά συναντώνται στο φιλοσοφικό σύστημα του Πλωτίνου. Δεν θα επεκταθούμε όμως σε περαιτέρω διερεύνηση του θέματος καθώς κάτι τέτοιο εκφεύγει των σκοπών του παρόντος.

Επιστρέφοντας στην μελέτη του προηγηθέντος κειμένου (Α) του Ιαμβλίχου πρέπει να κάνουμε κάποιες παρατηρήσεις σχετικές προς ορισμένους όρους, οι οποίοι χρησιμοποιούνται από τον φιλόσοφο σ' αυτό.

Κατ' αρχήν πρέπει να αναφερθούμε στον όρο ουσία. Στο σωζόμενο έργο του φιλοσόφου δεν συναντούμε μια σαφή αναφορά στο τι ακριβώς σημαίνει ο όρος αυτός. Ο τρόπος με τον οποίο χρησιμοποιείται όμως σε πολλά σημεία των γραφομένων του μας επιτρέπει να πούμε ότι ουσία πρέπει να σημαίνει κατά τον Ιάμβλιχο το υπόβαθρο υπάρξεως του οποιουδήποτε στοιχείου της πραγματικότητας. Λέγοντας υπόβαθρο υπάρξεως δεν εννοούμε κάτι το απλό και ποιοτικά κενό, το οποίο πέπρωτε να αποτελέσει —εν είδει αμόρφου και άνευ ποιοτήτων ύλης— τον φορέα εξατομικεύσεων και ποιοτικών επιβολών, αλλά τον μεστό ποιοτικών χαρακτηριστικών δομικό παράγοντα του οποιουδήποτε χαρακτηρίζομένου ως υπάρχοντος. Μια τέτοια θεώρηση είναι ομοιογενής προς την αριστοτελική θέση περί ουσίας συμφώνως προς την οποία με τον όρο αυτόν εννοούμε:

— είτε το έσχατο υποκείμενο το οποίο δεν είναι δυνατόν να εκφωνείται —να αποδίδεται ως κατηγορούμενο— επί οποιουδήποτε άλλου,

— είτε ως κάτι το οποίο είναι συγκεκριμένο, αυθύπαρκτο, ανεξάρτητο από οτιδήποτε άλλο — όπως είναι η μορφή και το είδος.¹¹

Πρέπει να προσθέσουμε ότι είναι πιθανόν πως ο Ιάμβλιχος θεωρεί την ουσία ως κάτι επιδεχόμενο διαφοροποίηση αφού αποδέχεται πως δύναται να συστηματοποιηθεί κατά γένη (και είδη).¹² Ετσι λοιπόν η αναφορά του σε μαθηματική ουσία —στο κείμενο (Α)— έχει την έννοια πως αυτή αποτελεί διακεκριμένη και ιδιαίτερη περίπτωση της ουσίας. Ως τοιαύτη διαφοροποιείται των λοιπών κατηγοριών της ουσίας φέροντας εν εαυτή τα χαρακτηριστικά εκείνα, τα οποία την διακρίνουν

από τις λοιπές. Ιδιαιτέρου μνείας χρήζει μιαν αναφορά του στην ουσία περί την οποία υφίσταται έκαστο είδος και γένος των μαθηματικών.¹³ Ο τρόπος με τον οποίο εκφράζεται σ' αυτή ενισχύει την άποψη, την οποία διατυπώσαμε πριν, ότι δηλαδή η ουσία αποτελεί κατά κάποιον τρόπο το υπόβαθρο των υπαρκτών.

Το συμπέρασμα, το οποίο εξετάζεται από τα προηγηθέντα, είναι πως κατά τον Ιάμβλιχο η μαθηματική ουσία:

- αποτελεί κατηγορία της ουσίας,

- είναι το υπόβαθρο περί το οποίο υφίστανται τα γένη και είδη των μαθηματικών.

Με τον όρο μαθηματικά ή και μαθήματα ο φιλόσοφος εννοεί:

- τα μαθηματικά γένη και είδη, (όπως σχήμα τρίγωνο, κύκλος, κοινωνική τομή κ.λπ., ή αριθμός, άρτιος αριθμός, περιττός, τέλειος κ.λπ.), τα οποία στην συνέχεια θα ονομάζουμε μαθηματικές ατομικότητες,

- τις σχέσεις, οι οποίες υφίστανται μεταξύ των μαθηματικών ατομικοτήτων όπως π.χ. η ομοιότης και η ανομοιότης,¹⁴

- τις συναρτήσεις, οι οποίες ορίζονται επί συνόλων μαθηματικών ατομικοτήτων, όπως διαίρεση, ένωση κ.λπ.¹⁵

- κάθε διαδικασία ή μέθοδο μελέτης αυτών.

Αναφερόμαστε βεβαίως σε μέθοδο ή διαδικασία καθώς είναι σαφές πως κατά τον Ιάμβλιχο τα μαθηματικά αποτελούν επιστήμη.¹⁶ Τούτο έχει ως συνέπεια το γεγονός πως οι επιστήμη θα σχετίζεται άμεσα με γνώση, η οποία αποκτάται με την χρήση κριτηρίων και μεθόδων.¹⁷

Εδώ πρέπει να τονίσουμε ότι εγείρεται ένα σημαντικό θέμα, το οποίο σχετίζεται με το ποιά είναι η σχέση μεταξύ των μαθηματικών και της μαθηματικής ουσίας. Μήπως κάποια από τα χαρακτηριζόμενα ως μαθηματικά αποτελούν στοιχεία της μαθηματικής ουσίας και κατά συνέπεια η κατά παράθεση αναφορά του Ιαμβλίχου σ' αυτές τις δύο κατηγορίες αποτελεί εν μέρει πλεονασμό; Π.χ. θα μπορούσαμε να πούμε ότι οι μέθοδοι ή οι σχέσεις αποτελούν όψεις της μαθηματικής ουσίας; Ο Ιάμβλιχος δεν δίδει κάποια σαφή στοιχεία, τα οποία θα μας επετρέπαν να επιτύχουμε μια ικανοποιητική προσέγγιση του εν λόγω ζητήματος. Για τον λόγο αυτό στη συνέχεια θα αναφερόμαστε —κατά τρόπο ενιαίο— στην μαθηματική ουσία και τις εξατομικεύσεις της (μαθηματικά γένη κ.λπ.) με τον όρο μαθηματικά.

Το πλέον σημαντικό στοιχείο, το οποίο προσκομίζει το κείμενο (Α) είναι ο χαρακτηρισμός του ζεύγους πέρας —άπειρο ως αρχών. Στην συνέχεια θα προσπαθήσουμε να διερευνήσουμε το ζήτημα αυτό δίδοντας κάποια στοιχεία σχετικά προς το νοηματικό περιεχόμενο του όρου αρχή.

Αναφερόμενος στα: *εν και πλήθος, πέρας και άπειρο, ταυτόν και έτερον, ο Ιάμβλιχος λέγει πως όταν τα θεωρούμε ως αίτια και παράγοντες παραγωγής της μαθηματικής ουσίας και της περί αυτήν θεωρίας, τότε αυτά πρέπει να νοηθούν ως αρχές.*¹⁸ Από την θέση του αυτή γίνεται αντιληπτό πως όταν ο φιλόσοφος λέγει πως το πέρας και το άπειρο είναι αρχές της μαθηματικής ουσίας εννοεί πως αυτά τα δύο αποτελούν αίτια, τα οποία παράγουν (γεννούν ή φέρουν εις ύπαρξιν) τα μαθηματικά. Στο σημείο αυτό πρέπει να τονίσουμε ορισμένους χαρακτήρες αυτού το οποίο αποκαλείται αίτιο από τον Ιάμβλιχο. Το φιλοσοφικό σύστημα του Ιαμβλίχου —ό-

πως και εκείνο του Πλωτίνου— έχει ως ένα από τα χαρακτηριστικά του την σχέση της οντολογικής προτερότητας η οποία διατάσσει τα στοιχεία του παντός. Η ύπαρξη της εννοίας της οντολογικής προτερότητας γίνεται αντιληπτή στο έργο του Ιαμβλίχου από σωρεία όρων, οι οποίοι υποδηλώνουν την ύπαρξη διατάξεως στο σύνολο των στοιχείων του παντός. Τέτοιοι όροι είναι οι: **τάξις, πρότερος, ύστερος, καταδεέστερος, προηγείσθαι κ.λ.π.**¹⁹ Στο σύστημα του Ιαμβλίχου ισχύει πως **το αίτιο προηγείται οντολογικώς του αιτιατιού**. Υπέρ της απόψεως αυτής συνηγορεί το γεγονός του ότι, καθώς ο φιλόσοφος αναφέρεται στα μαθηματικά —ομιλώντας όμως με αφαιρετικό τρόπο, ο οποίος οδηγεί σε γενίκευση επί των πάντων— **λέγει:... αἴτια τε μᾶλλον τὰ πρότερα τῶν ὑστέρων...**²⁰ Κατά συνέπεια γίνεται αντιληπτό πως το πέρας και το άπειρον προηγούνται οντολογικώς των μαθηματικών.

II

Όσα ελέχθησαν στα προηγούμενα αφορούν σε μια γενική θεώρηση της σχέσεως του ζεύγους πέρας-άπειρον, ως αιτίου, και των μαθηματικών, ως αιτιατών. Στο έργο του Ιαμβλίχου συναντούμε όμως και ορισμένες θέσεις του, οι οποίες εξειδικεύουν το θέμα αυτής της σχέσεως. Στην συνέχεια θα ασχοληθούμε με τις θέσεις αυτές. Όπως λέγει ο φιλόσοφος:

(B): ...**ἀλλά τούτων ἐκάτερον οὐχ ἔνα /λόγον οὐδ'** ἐπί πάσης οὐσίας **τόν αὐτόν, ἀλλ'** ἐπί τῶν νοητῶν εἰδῶν καὶ τῶν ἀύλων ἄλλαι εἰσὶν/αἱ τοιαῦται ἀρχαὶ, νοηταὶ τε πάντη καὶ ἄνδοι καὶ καθ' /έαυτάς οὖσαι ἀμέριστοι, **ἐπί δέ τῶν μαθημάτων πλῆθος καὶ μεγέθους, διαρέσεώς τε καὶ διαστάσεως ἔσον/νται αἰτίαι, μεριστῆς τε φύσεως μεθέξουσι καὶ οἰκεῖα/ γένη λήψονται τα προσήκοντα τοις δλοις μαθήμασι,/συνθέσεώς τε μεταλήψονται καὶ ριθήσονται/έτέρα οὕση παρά τὴν κρίνουσαν δύναμιν τάς ἀπλᾶς/ καὶ ἀμερίστους καὶ νοεράς οὐσίας.**²¹

Το κείμενο αυτό αποτελεί συνέχεια του κειμένου (A) και αναφέρεται στο πέρας και στο άπειρο. Όπως βλέπουμε σε αυτό, ο Ιάμβλιχος θεωρεί πως όταν ομιλούμε για αυτά δεν πρέπει να θεωρούμε ένα λόγο σχετικά προς αυτά και μάλιστα τον **ίδιο** για κάθε ουσία. Σε σχέση προς τα νοητά είδη και τους αὐλους λόγους αυτές **οι αρχές** (δηλαδή το πέρας και το άπειρο) είναι διαφορετικές από τις ομώνυμες **τις σχετικές** προς τα μαθηματικά. Οι πρώτες είναι καθ' ολοκληρίαν νοητές και ἀϋλες και αμέριστες αυτές καθ' εαυτές. Οι δεύτερες είναι αιτίες πλήθους και μεγέθους, διαιρέσεως και διαστάσεως, μετέχουν μεριστής φύσεως και συνθέσεως και επενδύονται γένη, τα οποία αρμόζουν στα μαθηματικά. Τέλος προσεγγίζονται γνωσιακά με την διανόση, η οποία είναι διαφορετική από την —γνωσιακής φύσεως— δύναμη με την οποία προσεγγίζουμε τις απλές αμέριστες και νοερές ουσίες. **Σε** άλλο σημείο του έργου του ο Ιάμβλιχος λέγει:

(Γ): ...**τῶν μὲν οὖν ἐν τῷ νῷ ὑπαρχόντων διαφέρουσιν αἵ δε αἱ ἀρχαὶ τῷ διαιρέσεως καὶ πλήθους καὶ μεγέθους καὶ συνθέσεως ἐνδιδόνται τὴν/αἰτίαν ἀφ' έαυτῶν, τῶν δέ τῆς φύσεως καὶ τῶν τῆς/ψυχῆς λόγων χωρίζονται τῷ τε ἀκίνητοι εἰναι καὶ/διότι τῶν μεταξύ τεταγμένων μέσων ἀσωμάτων καθ' /έαυτάς ὑπάρχουσι κεχωρισμένοι τῆς ὕλης αἱ δε καὶ/τῆς ὕλης ἐφάπτονται...**²²

Και στο κείμενο αυτό επισημαίνει ότι οι αρχές πέρας και άπειρο οι ευρισκόμενες στον νου διαφέρουν από τις ομώνυμες αρχές των μαθηματικών κατά το ότι οι τελευταίες συνιστούν αφ' εαυτές αιτία διαιρέσεως, πλήθους, μεγέθους και συνθέσεως. Αυτές δε με την σειρά τους διακρίνονται από τους λόγους, οι οποίοι υπάρχουν στην φύση και στην ψυχή κατά το ότι είναι ακίνητοι, επιπλέον δε υπάρχουν καθ' εαυτές χωριστές από την ύλη, κάτι το οποίο δεν συμβαίνει με τους τελευταίους αφού εφάπτονται της ύλης.

Οι προαναφερθείσες θέσεις του Ιαμβλίχου εγείρουν πληθώρα ζητημάτων από τα οποία θα μας απασχολήσουν μόνον όσα έχουν σχέση προς την φύση και την λειτουργική παρουσία του εν λόγῳ ζεύγους των αρχών σε διάφορα οντολογικά επίπεδα. Πριν διαπραγματευθούμε αυτά, θα αναφερθούμε με συντομία σε ορισμένα στοιχεία του φιλοσοφικού συστήματός του και σε ορισμένους όρους, οι οποίοι εμφανίζονται στα προηγηθέντα κείμενα.

Είναι φανερό πως ο Ιάμβλιχος αποδέχεται τουλάχιστον τέσσερα οντολογικά επίπεδα στα οποία και αναφέρεται στα μελετώμενα κείμενα. Αυτά μπορούμε να τα ονομάσουμε:

- επίπεδο των νοητών,
- επίπεδο των μαθηματικών,
- ψυχή,
- επίπεδο των σωμάτων.

Το πρώτο επίπεδο απαρτίζεται από οτιδήποτε μπορεί να χαρακτηρισθεί στο σύστημα του Ιαμβλίχου ως νοητό, άϋλο, αμέριστο, απλό. Το δεύτερο απαρτίζεται από αυτά, τα οποία στα προηγούμενα τους αποδώσαμε τον χαρακτηρισμό μαθηματικά. Τα στοιχεία του είναι οντότητες ασώματες και υφιστάμενες αφ' εαυτές. Το τελευταίο επίπεδο απαρτίζεται από οτιδήποτε χαρακτηρίζεται ως αισθητό ή σώμα, δηλαδή κάτι το οποίο είναι εκτεταμένο, ένυλο, μεριστό, μεταβαλόμενο και φθειρόμενο έως απωλείας. Αν εξαιρέσουμε το επίπεδο των μαθηματικών τότε τα υπόλοιπα επίπεδα ουσιαστικά ταυτίζονται με τα ομώνυμα του φιλοσοφικού συστήματος του Πλωτίνου. Μπορούμε δε να πούμε ότι το επίπεδο των νοητών του Ιαμβλίχου ταυτίζεται προς τον *Nou* του Πλωτίνου, όπως φαίνεται και από την αναφορά του «...εν τω νω υπαρχόντων...» του κειμένου.

Σχετικά προς την ιεράρχηση των επιπέδων αυτών μπορούμε να παρατηρήσουμε τα ακόλουθα.

Τα στοιχεία του πρώτου επιπέδου προηγούνται οντολογικώς των στοιχείων των υπολοίπων επιπέδων.

Τα στοιχεία του δευτέρου και τρίτου επιπέδου προηγούνται οντολογικώς των στοιχείων του τελευταίου επιπέδου.

Τα ανωτέρω δικαιολογούν τον χαρακτηρισμό των μαθηματικών ως μέσων. Χαρακτηρισμό τον οποίον χρησιμοποιεί ο Ιάμβλιχος για να υποδηλώσει την οντολογική ένταξή τους μεταξύ των νοητών και των σωμάτων. Πρέπει να παρατηρήσουμε ότι ο φιλόσοφος δεν δίνει κάποια σαφή στοιχεία για την πιθανή οντολογικής φύσεως διάταξη μεταξύ των στοιχείων του δευτέρου και τρίτου επιπέδου. Θα μπορούσαμε να επιχειρηματολογήσουμε υπέρ της θέσεως πως τα μαθηματικά προηγούνται οντολογικώς των στοιχείων του επιπέδου της ψυχής. Κάτι τέτοιο όμως ευρίσκεται

μακράν του πλαισίου και των στόχων του παρόντος.²³

Στο σημείο αυτό κρίνουμε απαραίτητες ορισμένες διευκρινίσεις σχετικώς προς τον όρο λόγος, ο οποίος υπάρχει στα κείμενα τα παρατεθέντα ανωτέρω. Πρέπει να πούμε ότι η χρήση του από τον Ιάμβλιχο εγείρει ερμηνευτικά προβλήματα ουσιαστικώς ανυπέρβλητα. Ο όρος αυτός έχει μακράν ιστορία χρήσεως στο πλαίσιο της ελληνικής φιλοσοφίας με κομβικά σημεία εμφάνισής του τους Στωικούς (σπερματικοί λόγοι) και τον Φίλωνα τον Αλεξανδρέα. Εδώ θα δώσουμε μια ερμηνεία του όρου λόγος, η οποία θεωρούμε πως καλύπτει την χρήση του από τον Ιάμβλιχο. Η ερμηνεία αυτή αποτελεί μια πρόταση, η οποία εδράζεται συνολικά στην χρήση αυτού του όρου από τους προγενεστέρους του φιλοσόφου. Η γενικότητα της ερμηνείας αυτής μας επιτρέπει να δεχθούμε πως με αυτήν καλύπτεται νοηματικά κάθε πιθανή εννοιολογική διαφοροποίηση των, από τον Ιάμβλιχο, αποδιδομένων με τον εν λόγω όρο. Θεωρούμε λοιπόν ότι ο όρος λόγος, όταν χρησιμοποιείται σε σχέση με κάποια ατομικότητα, αποδίδει την αντανάκλαση της δομής ή φύσεως της ατομικότητας αυτής σε μια οποιαδήποτε οντολογική βαθμίδα. Αντανάκλαση, η οποία δεν αποτελεί απλή στατική εξεικόνιση αλλά ενέχει λειτουργικό ρόλο. Έτσι ο λόγος μιας νοητής ατομικότητας (πιθανόν μιας πλατωνικής ή νεοπλατωνικής Ιδέας) μπορεί να είναι:

- εξεικόνισή της στα μαθηματικά αντικείμενα,
- δυναμική παραγωγική αρχή στην βαθμίδα της ψυχής,
- μορφή ενός αισθητού,
- εμφάνισή της (δηλαδή ορισμός της) διά προφορικού γραπτού, ή άλλου είδους (π.χ. τέχνη) λόγου.

Όπως φαίνεται από τα κείμενα τα παρατεθέντα ανωτέρω, ο Ιάμβλιχος αναφέρεται σε πέρας και άπειρο σχετικά προς τα επίπεδα του νοητού, των μαθηματικών και των αισθητών, λέγοντας πως άλλες είναι οι αρχές αυτές για τα μεν και άλλες για τα δε. Δηλαδή κατά τον φιλόσοφο άλλο είναι π.χ. το άπειρο στο νοητό και άλλο στο επίπεδο των μαθηματικών. Ποιά είναι όμως η διαφορά των δύο απείρων; Κατ' αυτόν στο επίπεδο του νοητού το πέρας και το άπειρο είναι καθ' ολοκληρίαν νοητά, αυτά καθ' εαυτά, ενιαία και αμέριστα. Στο επίπεδο των μαθηματικών όμως οι αρχές αυτές:

- μετέχουν μεριστής φύσεως και συνθέσεως,
- επενδύονται γένη αρμόδιοντα στα μαθηματικά,
- κρίνονται με την διανόηση και όχι με ό,τι κρίνονται τα νοητά και αμέριστα.

Στην συνέχεια θα προσπαθήσουμε να εντοπίσουμε το ποιά είναι η σημασία της διαφοροποιήσεως των αρχών των μαθηματικών σε σχέση προς τα διάφορα επίπεδα. Θεωρούμε ότι ο Ιάμβλιχος ομιλεί για ένα μοναδικό άπειρο και ένα μοναδικό πέρας, τα οποία όμως εμφανίζονται με διαφορετικό τρόπο στο πρώτο επίπεδο και με διαφορετικό τρόπο στο επίπεδο των μαθηματικών ή στα άλλα δύο. Δηλαδή το πέρας στο επίπεδο των μαθηματικών δεν είναι μια ατομικότητα ανεξάρτητη από το πέρας του επιπέδου των νοητών αλλά είναι η εξατομίκευση του τελευταίου κάτω από τις συνθήκες τις υφιστάμενες στο επίπεδο των μαθηματικών. Αποτελεί τον τρόπο με τον οποίο εμφανίζεται ως λειτουργική μονάδα το νοητό πέρας σε ένα οντολογικώς υποδεέστερο επίπεδο. Την θέση μιας αυτή στηρίζουμε στον τρόπο με

τον οποίο εκφράζεται ο Ιάμβλιχος καθώς λέγει πως δεν έχουν τον ίδιο λόγο οι αρχές αυτές σε σχέση προς κάθε ουσία. Αν οι αρχές ήταν εντελώς διάφορες τότε δεν θα αναφερόταν σε διαφορετικό λόγο. Βεβαίως αναφέρεται στην διαφορά των αρχών στα δύο διάφορα επίπεδα με την έκφραση «...άλλαι εισίν...» αλλά θεωρούμε ότι τούτο πρέπει να δηλώνει την διαφορά στον τρόπο εμφανίσεως και όχι στην πλήρη οντολογική και ανεξαρτησία των εμφανίσεων των ομωνύμων αρχών στα διάφορα επίπεδα.

Λεπτομερέστερα μπορούμε να πούμε ότι ο Ιάμβλιχος, κάνοντας την προαναφερθείσα διάκριση σχετικώς προς τις αρχές, εννοεί τα ακόλουθα.

— Η φύση του επιπέδου του νοητού είναι τέτοια ώστε το πέρας και το άπειρο ως στοιχεία αυτού είναι μοναδικά ως φύση, ως λειτουργικότητα και ως παρουσία.

— Η φύση του επιπέδου των μαθηματικών είναι τέτοια ώστε οι δύο προαναφερθείσες αρχές εμφανίζονται σε αυτό επενδεδυμένες με τα στοιχεία, τα οποία χαρακτηρίζουν τα μαθηματικά. Συνέπεια της εμφανίσεως τους στο επίπεδο αυτό αποτελεί και το γεγονός πως θα είναι παρούσες με πολλούς τρόπους. Έτσι το άπειρο π.χ. εμφανίζεται στα στοιχεία διαφόρων ομαδοποιήσεων εννοιών των μαθηματικών. Τέτοιες περιπτώσεις μπορούμε να αναφέρουμε:

- την απειρία του συνεχούς,
- την απειρία των διακριτών πληθών,
- την απειρία των κανονικών πολυγώνων,
- την απειρία των τριγώνων, κ.ο.κ.

Επιπροσθέτως, στο πλαίσιο της ίδιας γενικής ομάδας μαθηματικών, το άπειρο εμφανίζεται επίσης με πολλούς τρόπους. Έτσι σχετικά με την απειρία των διακριτών πληθών έχουμε την απειρία των φυσικών αριθμών, την απειρία των κλασματικών μονάδων, την απειρία των λόγων, κ.ο.κ.

Τα ίδια ισχύουν για την παρουσία του πέρατος στα μαθηματικά.

Θεωρούμε ότι όσα ελέχθησαν εδώ ερμηνεύονται και την αναφορά του Ιαμβλίχου —στο κείμενο Α— σε άπειρο και πεπερασμένο και όχι πέρας. Κατ' αρχήν μια τέτοια αναφορά παραπέμπει άμεσα στην πανομοιότυπη ορολογία, την οποία —κατά τα σωζόμενα τουλάχιστον αποσπάσματα— χρησιμοποιούσε ο Φιλόλαος. Πέραν τούτου όμως μπορούμε να ισχυρισθούμε βασίμως ότι η χρήση του όρου πεπερασμένο οφείλεται στο γεγονός πως —κατά τον φιλόσοφο— οι αρχές των μαθηματικών δεν ταυτίζονται —τουλάχιστον κατά τους τρόπους με τους οποίους εμφανίζονται— με τις ομώνυμες αρχές οι οποίες συναντώνται στο οντολογικό επίπεδο το οποίο περιέχει τα νοητά. Όπως είδαμε υπάρχει μια διαφοροποίηση μεταξύ των αρχών, οι οποίες υφίστανται στο επίπεδο των νοητών και των αρχών σε σχέση προς το επίπεδο των μαθηματικών. Η διαφοροποίηση αυτή αποτελεί —όπως είπαμε στα προηγούμενα— το συνακόλουθο ενός οντολογικού υποβιβασμού ο οποίο σημειοδοτεί την μετάβαση από το ένα επίπεδο στο άλλο. Αν θεωρήσουμε ότι η μετάβαση αυτή αποτελεί την αλλαγή από την γενικότητα του κατηγορικού χαρακτήρα των αρχών, όπως αυτές συναντώνται στο επίπεδο των νοητών, στην προσδιορισμότητα των μερικών —διά δειγμάτων ή παραδειγμάτων— εμφανίσεών τους στο επίπεδο των μαθηματικών, τότε στην πραγματικότητα η προαναφερθείσα διαφοροποίηση βαίνει παραλλήλως προς την μετάβαση από το καθ' όλου στο επιμέρους, από το

κατηγορούμενο στο χαρακτηριζόμενο υποκείμενο. Έτσι δικαιολογείται η χρήση του όρου πέρας για να υποδηλωθεί η αρχή ως γενικότητα και του όρου πεπερασμένο για να υποδηλωθεί η χαρακτηριζόμενη από μερικότητα, εμφάνιση της εν λόγω αρχής στο επίπεδο των μαθηματικών.

III

Ο Ιάμβλιχος δίδει ορισμένες νύξεις, οι οποίες μας επιτρέπουν να αντιληφθούμε τον τρόπο με τον οποίο εννοεί την φύση και την λειτουργικότητα των δύο αρχών σε σχέση προς τα μαθηματικά αλλά και ευρύτερα όπου αυτές εμφανίζονται. Λέγει ο φιλόσοφος πως: «...η ιδέα του πέρατος συγκρατεί ή υπερισχύει εκείνης του απείρου περιορίζοντάς την. Γι' αυτό και πάντοτε υπάρχει ροή επ' άπειρον και προσδιορισμός από το πέρας...».²⁴

Οι θέσεις αυτές αποκαλύπτουν δύο γενικότατα χαρακτηριστικά της φύσεως των δύο αρχών.

Κατ' αρχήν υφίσταται μια —ούτως ειπείν— λειτουργικής φύσεως επικράτηση του πέρατος επί του απείρου, στο πλαίσιο της επί το ταυτό παρουσίας τους, η οποία έχει ως συνέπεια κάποιου είδους περιορισμό της απειρίας.

Κατά δεύτερο λόγο βλέπουμε ότι η απειρία σχετίζεται με την ατελεύτητο πρόοδο των πραγμάτων, δηλαδή τον δυναμικό —ποσοτικό άμα ποιοτικό— πολλαπλασιασμό των στοιχείων του παντός, ενώ το πέρας σχετίζεται με τον προσδιορισμό μιας ατομικότητας ως ενιαίο, σαφώς καθορισμένο στοιχείο, διάφορο των υπολογιών.

Με τα χαρακτηριστικά αυτά θα ασχοληθούμε στην συνέχεια λεπτομερέστερα.

'Οπως φαίνεται από τα κείμενα που παραθέσαμε στα προηγούμενα οι δύο αρχές, κατά τον Ιάμβλιχο, αποτελούν τις παραγωγικές αιτίες, οι οποίες δημιουργούν το πλήθος και το μέγεθος, την διαίρεση και την διάσταση. Η θέση αυτή του φιλόσοφου είναι ιδιαιτέρας σημασίας για την κατανόηση του δόγματός του για τον παραγωγικό ρόλο των αρχών πέρας και άπειρον. Για να γίνει αντιληπτό αυτό κρίνουμε απαραίτητη την παρουσίαση των θέσεων του Ιαμβλίχου των σχετικών προς το συνεχές και το διακριτό ή διηρημένο όπως το ονομάζει.

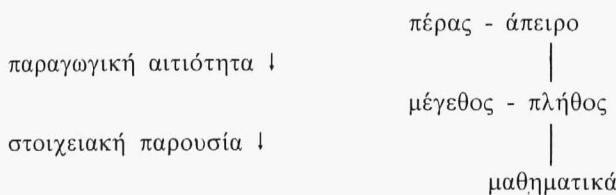
Ο φιλόσοφος δέχεται πως το συνεχές και το διακριτό συναντούνται σε όλα τα οντά, τα οποία αποτελούν τα στοιχεία του «...παντός κόσμου...».²⁵ Όπως αναφέρει κατά τρόπον ρητόν, ο κόσμος και όλα όσα ευρίσκονται σε αυτόν είναι εκ συνεχούς και διακριτού.²⁶ Το συνεχές συνήθως καλείται μέγεθος, το δε διακριτό πλήθος. Το μέγεθος χαρακτηρίζεται από το γεγονός πως είναι επ' άπειρον διαιρετό ενώ η αὐξησή του δεν μπορεί να υπερβεί ορισμένα όρια. Αντιθέτως με το πλήθος έχουμε την δυνατότητα της επ' άπειρον αυξήσεως αλλά η διαίρεσή του δεν μπορεί να υπερβεί ορισμένα όρια. Συνεπώς η φύση τους κατ' επίνοιαν είναι άπειρη, πράγμα το οποίο έχει σαν συνέπεια πως δεν είναι δυνατόν ως έχουν να μελετηθούν από επιστήμη. Έτσι θεωρούμε το πεπερασμένο πλήθος και το πεπερασμένο μέγεθος ώστε να είναι δυνατόν να περιληφθούν και να μελετηθούν από επιστήμη. Το μεν πεπερασμένο πλήθος το ονομάζουμε ποσό, το δε πεπερασμένο μέγεθος το ονομάζουμε πηλίκο. Το μεν πρώτο υπάγεται στην Αριθμητική το δε δεύτερο στην Γεωμετρία.²⁷

Από όσα αναφέρθηκαν εδώ γίνεται αντιληπτό πως, κατά τον Ιάμβλιχο, οτιδήποτε υπάρχει στον κόσμο συνίσταται από ποσό και μέγεθος πράγμα το οποίο προφανώς συμβαίνει και για τα μαθηματικά. Δηλαδή η οποιαδήποτε αισθητή ή μαθηματική ατομικότητα θα έχει ως στοιχείο της τουλάχιστον ένα από τα δύο προαναφερθέντα. Με άλλα λόγια το ανωτέρω ζεύγος εννοιών αποτελεί ένα δίπολο το οποίο συνιστά κατηγορηματικής φύσεως διαμέριση του αισθητού και μαθηματικού σύμπαντος.

Επανερχόμενοι στο ζεύγος πέρας —άπειρο και στην σχέση τους προς τα μαθηματικά επισημαίνουμε το γεγονός πως ο Ιάμβλιχος θεωρεί πως το πέρας και το άπειρο αποτελούν το αίτιο του πλήθους και του μεγέθους, τα οποία συναντούμε στα μαθηματικά όπως και το αίτιο της διαιρέσεως και της διαστάσεως. Δηλαδή —ανεξαρτήτως του αν θεωρήσουμε ότι το ζεύγος των εν λόγω παραγωγικών αρχών είναι διαφορετικό από το ομώνυμό του το ευρισκόμενο στο επίπεδο των νοητών ή είναι ο τρόπος με τον οποίο εμφανίζεται το τελευταίο στο επίπεδο των μαθηματικών —το πλήθος και το μέγεθος δημιουργούνται από το ζεύγος αυτό. Συνεπώς έχουμε κατά τον Ιάμβλιχο την ακόλουθη σειρά παραγωγής μαθηματικών:

το πέρας και το άπειρο αποτελούν το δημιουργικό αίτιο του μεγέθους και του πλήθους, τα οποία με την σειρά τους συνιστούν τα στοιχεία των μαθηματικών ατομικοτήτων.

Σχηματικά η σειρά αυτή μπορεί να αισθητοποιηθεί με τον ακόλουθο τρόπο.



Σε σχέση προς όσα προηγήθηκαν μπορούμε να παρατηρήσουμε τα ακόλουθα.

— Τα ανωτέρω αναφερθέντα ζεύγη αντιστοιχούν άμεσα στο ζεύγος διακριτό ποσόν —συνεχές ποσόν, το οποίο συναντάται στο πλαίσιο της ελληνικής φιλοσοφίας και επιστήμης και το οποίο αποτελεί μια διαμέριση της κατηγορίας του ποσού.²⁸ Είναι σαφές πως ο Ιάμβλιχος αντλεί ορισμένες από τις θέσεις του σχετικώς προς το ζεύγος πλήθος - μέγεθος από τις θέσεις του Αριστοτέλους τις αφορώσες στα δύο είδη του ποσού. Θα λέγαμε ότι τυπικώς οι θέσεις του ταυτίζονται ενώ σημασιολογικώς αποκλείνονται εφ' όσον ο Ιάμβλιχος θεωρεί πως το πλήθος και το μέγεθος είναι έννοιες, οι οποίες αντιστοιχούν σε στοιχεία μιας πραγματικότητας, η οποία είναι οντολογικώς ανεξάρτητη προς εκείνη του περιβάλλοντος κόσμου των αισθητών ατομικοτήτων.

— Η διαίρεση και η διάσταση αποτελούν ένα ζεύγος, του οποίου τα στοιχεία αντιστοιχούν προς εκείνα του προηγουμένου. Για την ακρίβεια η διαίρεση αντιστοιχεί προς το πλήθος και η διάσταση προς το μέγεθος.

— Η διαίρεση ως έννοια σχετίζεται με την δυνατότητα διακρίσεως διαφοροποιημένων ατομικοτήτων στο πλαίσιο ενός ευρυτέρου συνόλου. Αποτελεί το οντο-

λογικής φύσεως υπόβαθρο της δυνατότητας θεωρήσεως της πολλαπλότητας των φυσικών αριθμών.

— Η διάσταση ως έννοια σχετίζεται με την δυνατότητα θεωρήσεως δύο διαφόρων σημείων στο πλαίσιο του φυσικού ή του αφηρημένου χώρου. Αποτελεί το οντολογικής φύσεως υπόβαθρο της δυνατότητας θεωρήσεως της εκτατότητας του μεγέθους.

Στην συνέχεια ας μας επιτραπεί να προβούμε σε μια σύντομη παρουσίαση ορισμένων θεμάτων σχετικών προς τις έννοιες, τις οποίες εξετάσαμε στα προηγούμενα, χρησιμοποιούντες σύγχρονη ορολογία. Τούτο κρίνεται απαραίτητο για την κατανόηση των θέσεων του Ιαμβλίχου αλλά και για την αποτίμηση της επιστημονικής και φιλοσοφικής αξίας τους.

Η κατηγορία του ποσού —είτε ως πολλαπλότητα είτε ως έκταση— εμφανίζεται σε ένα οποιοδήποτε πεδίο αναφοράς, το οποίο στην συνέχεια θα ονομάζω κόσμο, εφ' όσον υπάρχει η δυνατότητα οντολογικής διάκρισης γνησίου μέρους του κόσμου αυτού. Κατά συνέπεια η έννοια του ποσού και εκείνη της σχέσεως γνησίου μέρους προς όλο συνδέονται κατά τρόπο άμεσο. Η θεώρηση, από πλευράς μελετητή, ενός οποιουδήποτε μέρους του κόσμου και κατά συνέπεια μιας οποιασδήποτε ατομικότητας συνδέεται άμεσα με την θεώρηση μιας πολλαπλότητας μονάδων, οι οποίες συνιστούν τα στοιχεία αυτού. Αδράς ομιλούντες σημειώνουμε εδώ πως συνήθως είναι απαραίτητοι δύο παράγοντες για να γίνει δυνατή η επιστημολογικής φύσεως προσέγγιση ενός μέρους του κόσμου. Από την μια πλευρά χρειάζεται μια ιδιότητα βάσει της οποίας προσδιορίζεται το εν λόγῳ μέρος κατά τρόπον αναλυτικό με την έννοια πως: κάτι θα αποτελεί στοιχείο αυτού όταν και μόνον όταν ικανοποιεί την ιδιότητα αυτή. (Στην πραγματικότητα η ιδιότητα αυτή είναι η —ούτως ειπείν— σύζευξη ικανού αριθμού επιμέρους ιδιοτήτων). Από την άλλη πλευρά χρειάζεται μια τουλάχιστον διμελής σχέση, η οποία δρα τουλάχιστον επί της ολότητας των ζευγών όλων των στοιχείων, τα οποία μπορούν να θεωρηθούν σε σχέση προς το προαναφερθέν μέρος του κόσμου διατάσσοντάς το με κάποιο τρόπο.²⁹ Στην συνέχεια θα συμβολίζω την ιδιότητα καθορισμού των στοιχείων του μελετωμένου τμήματος του κόσμου με το \mathfrak{L} την δε σχέση με το \mathfrak{M} και θα λέγω ότι το ζεύγος $\mathfrak{L} = (\mathfrak{J}, \mathfrak{K})$ συνιστά μια δομή ή μια δομημένη ατομικότητα. Θα ονομάζω στοιχεία της ατομικότητας \mathfrak{L} εκείνα, τα οποία ικανοποιούν την ιδιότητα \mathfrak{L} . Η σχέση \mathfrak{M} δρώσα επί ενός ζεύγους στοιχείων διαχωρίζει αυτά σε πρότερο και ύστερο. (Αν είναι α και β δύο στοιχεία, τότε το γεγονός του ότι το ζεύγος (α, β) ικανοποιεί την \mathfrak{M} —ή του ότι η \mathfrak{M} δρα επί του (α, β) — συμβολίζεται με $\mathfrak{M}(\alpha, \beta)$). Σε αυτήν την περίπτωση το πρότερο είναι α και το ύστερο είναι β). Η διάκριση αυτή αποτελεί υπόβαθρο της γνωσιακής φύσεως προσέγγισης του \mathfrak{L} από μέρους μελετητή, η οποία είναι δυνατόν να επιτευχθεί με την νοητικής φύσεως διαγραφή των στοιχείων του κατά την «διεύθυνση»: πρότερο — > ύστερο ή αντιστρόφως.

Ομιλούντες κατά τρόπο εντελώς γενικό θα ορίζουμε ως πέρας μιας ατομικότητας ($\mathfrak{J}, \mathfrak{K}$) ένα στοιχείο της, πέραν του οποίου δεν συναντούμε κανένα άλλο επίσης στοιχείο της. Κατά συνέπεια το πέρας αποτελεί παράγοντα προσδιορισμού ενός πράγματος ως ατομικότητας αφού συντελεί εις την διάκριση αυτού από το περιβάλλον του.

Ο όρος πέραν, ο οποίος χρησιμοποιήθηκε στον ανωτέρω ορισμό του πέρατος είναι πολύσημος και κατά συνέπεια πρόξενος ασάφειας. Είναι συνεπώς απαραίτητο να προσδιορισθεί ένας νόμος βάσει του οποίου θα είναι δυνατόν να αποφανθούμε περί του τι αποτελεί το ένθεν ή το εντός της ατομικότητας και του τι αποτελεί το πέραν αυτής. Το ζήτημα αυτό είναι βεβαίως ιδιαιτέρως πολύπλοκο καθώς αναφέρεται στην ουσιαστικώς ατέρμονα ποσοτική και ποιοτική ποικιλία του περιεχομένου του ανθρωπίνου επιστητού. Κατά συνέπεια είναι πρακτικώς αδύνατον να αντιμετωπισθεί κατά τρόπον τυπικώς ενιαίο. Εδώ θα δώσουμε μια μερική περίπτωση προσδιορισμού της εννοίας του πέρατος μιας ατομικότητας με την βοήθεια της σχέσεως \mathfrak{R} .

Θα λέμε ότι το \mathfrak{L} έχει άνω πέρας κατά την \mathfrak{R} ή ότι υπάρχει άνω πέρας σχετικά προς την ιδιότητα \mathfrak{R} κατά την \mathfrak{R} , όταν και μόνον όταν υπάρχει στοιχείο του α τέτοιο ώστε δεν υπάρχουν άλλα στοιχεία του \mathfrak{L} διάφορα του α και ύστερα αυτού α κατά την \mathfrak{R} . Συμβολικά:

$$(\exists x) \{ \mathfrak{R}(x) \wedge (\forall y) [\mathfrak{R}(y) \wedge y \neq x \rightarrow \neg \mathfrak{R}(x, y)] \}.$$

Αναλόγως ορίζεται το κάτω πέρας.

Θα λέμε ότι η ατομικότητα \mathfrak{L} θα είναι \mathfrak{R} —ακράσπεδη όταν και μόνον όταν απουσιάζει ένα τουλάχιστον πέρας από αυτήν. Π.χ. στην περίπτωση όπου δεν έχει άνω πέρας το να είναι η \mathfrak{L} \mathfrak{R} -ακράσπεδη θα σημαίνει ότι για κάθε στοιχείο της \mathfrak{L} θα υπάρχει άλλο στοιχείο διάφορον και ύστερον —κατά την \mathfrak{R} — αυτού. Συμβολικώς:

$$(\forall x) \{ \mathfrak{R}(x) \rightarrow (\exists y) [\mathfrak{R}(y) \wedge y \neq x \wedge \mathfrak{R}(x, y)] \}.$$

Θα λέμε ότι μια ατομικότητα \mathfrak{L} είναι άπειρη όταν και μόνον όταν υπάρχει μια οικογένεια κλάσεων απαρτιζομένων από στοιχεία της \mathfrak{L} , η οποία είναι τέτοια ώστε για κάθε μέλος της υπάρχει άλλο μέλος της, το οποίο είναι γνήσια υποκλάση αυτού. (Tarski).

Πρέπει να σημειώσουμε εδώ ότι η ιδιότητα του \mathfrak{R} -ακράσπεδον είναι —ούτως ειπείν— μια α-πειρία κατά διάταξιν ενώ η τελευταία αποτελεί απειρία κατά πληθικότητα. Η δε κατά διάταξιν απειρία δεν συνεπάγεται υποχρεωτικώς την κατά πληθικότητα απειρία μιας ατομικότητας. Κάτι τέτοιο συμβαίνει υπό ορισμένες προϋποθέσεις. Επίσης η ύπαρξη ενός πέρατος κατά την σχέση \mathfrak{R} δεν συνεπάγεται υποχρεωτικώς το γεγονός πως η \mathfrak{L} δεν θα είναι άπειρη.

Σε μια ατομικότητα $\mathfrak{L} = (\mathfrak{A}, \mathfrak{R})$ η σχέση \mathfrak{R} έχει διάφορες ιδιότητες αναλόγως των μελετουμένων συστημάτων. Οι συχνότερα συναντώμενες ιδιότητες είναι:

— η μεταβατική, συμβολικώς:

$$(\forall x) (\forall y) (\forall z) [\mathfrak{R}(x, y) \wedge \mathfrak{R}(y, z) \rightarrow \mathfrak{R}(x, z)]$$

— ολικώς μη ανακλαστική, συμβολικώς:

$$(\forall x) [\neg \mathfrak{R}(x, x)]$$

— επάλληλος, συμβολικώς:

$$(\forall x) (\forall y) [x \neq y \Rightarrow (x, y) \vee (y, x)]$$

IV

Με την βοήθεια των προηγηθέντων ας προσπαθήσουμε να προσεγγίσουμε το θέμα του πώς είναι δυνατόν να θεωρηθεί ότι το πέρας και το άπειρο παράγουν το πλήθος και το μέγεθος και κατά συνέπεια του πώς ο Ιάμβλιχος έχει αποδεχθεί μια τέτοια θέση.

Προς τούτο κατ' αρχήν ας εξετάσουμε το πώς συναντώνται τα δύο αυτά στο πλήθος και στο μέγεθος. Ὅπως λέγει ο Ιάμβλιχος, το ηνωμένο —δηλαδή το συνεχές, το μέγεθος— είναι τέτοιο ώστε η διαδικασία τομής του —εκκινώντας από οπουδήποτε εντός αυτού— βαίνει επ' ἄπειρον.³⁰ Ο φιλόσοφος δέχεται επίσης πως το σημείο είναι πέρας του μονοδιαστάτου μεγέθους.³¹ Τέλος δέχεται —όπως έχουμε ήδη πει— πως η ιδέα του πέρατος υπερισχύει εκείνης του απείρου περιορίζοντάς την εν εαυτή, διά τούτο υφίσταται επ' ἄπειρον πρόοδος, η οποία περιορίζεται υπό του έχοντος την ικανότητα να περατώνει.³² Εδώ πρέπει να σημειώσουμε ότι αυτό το οποίο περαίνει γενικώς φέρει το όνομα πέρας. Ἐτσι μας λέγει ότι η αρχή και το τέλος —τα οποία προφανώς αποτελούν τα περαίνοντα το οτιδήποτε τα επιδέχεται— καλούνται πέρατα.³³

Από τις ανωτέρω θέσεις του φιλοσόφου συνάγουμε τα ακόλουθα.

— Τα περαίνοντα, τα οποία φέρουν το όνομα πέρας, περιορίζουν την επ' ἄπειρον πρόοδο εις αναλογίαν προς την ιδεατή —νοητής φύσεως— σχέση της αρχής πέρας προς την αρχή ἄπειρο. Κατά συνέπεια οτιδήποτε φέρει το όνομα πέρας αντιπροσωπεύει, δι' αυτού και διά των συνακολούθων της παρουσίας του, την αρχή πέρας. Θεωρούμε πως η θέση αυτή ερμηνεύει την αναφορά του φιλοσόφου συμφώνως προς την οποία οι προαναφερθείσες αρχές στο επίπεδο των μαθηματικών θα μεθέξουν μεριστής φύσεως και συνθέσεως και θα λάβουν γένη, τα οποία ταιριάζουν στα μαθηματικά.³⁴ Την ερμηνεύει δε με την παραδοχή πως όταν ο Ιάμβλιχος λέγει πως οι αρχές πέρας και ἄπειρον μετέχουν μεριστής φύσεως ή συνθέσεως δεν εννοεί την μέθεξη με την πλατωνική ή νεοπλατωνική σημασία. Κάτι τέτοιο δεν είναι δυνατόν να το αποδέχεται ο φιλόσοφος αφού θα έχει ως συνέπεια το γεγονός πως κάτι το οντολογικώς ανώτερο —δηλαδή οι νοητής φύσεως αρχές πέρας και ἄπειρο— θα μετέχει οντολογικώς κατωτέρων πραγμάτων —δηλαδή μαθηματικών γενών κ.λ.π. —πράγμα το οποίο είναι άτοπο. Θεωρούμε πως η μέθεξη έχει την έννοια της παρουσίας— ή της με κάποιο τρόπο εξεικονίσεως — των εν λόγω αρχών σε ένα επίπεδο οντολογικώς επόμενο εκείνου των νοητών.

Συνεπώς μπορούμε βασιμώς να θεωρήσουμε πως οτιδήποτε φέρει το όνομα πέρας στα μαθηματικά αποτελεί κάτι το οποίο εξεικονίζει ή αντιπροσωπεύει την αρχή πέρας, είναι κάτι με το οποίο η αρχή αυτή είναι παρούσα στα μαθηματικά. Ανάλογες παρατηρήσεις μπορούμε να κάνουμε για την αρχή ἄπειρο.

— Το γεωμετρικό σημείο θα αποτελεί έναν από τους τρόπους με τους οποίους εμφανίζεται η αρχή πέρας στο επίπεδο των μαθηματικών.

— Μια άλλη εξεικόνιση της αρχής σε επίπεδο μαθηματικών αποτελεί αυτό, το οποίο ο Ιάμβλιχος ονομάζει μονάδα. Ὅπως λέγει: «...η μονάδα ορίζει και περατώνει και μορφοποιεί...».³⁵ Ανάλογο ρόλο παίζει το είδος αφού και αυτού η παρουσία έχει ως συνέπεια τον οντολογικό προσδιορισμό αυτού επί του οποίου θεωρείται.³⁶

— Η γραμμή επίσης εξεικονίζει την αρχή πέρας καθώς περιορίζει, περιβάλλει,

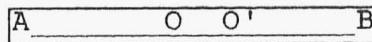
προσδιορίζει τα επίπεδα σχήματα.³⁷

— Βάσει των προηγηθέντων μπορούμε να πούμε ότι το πέρας ως αρχή χαρακτηρίζεται λειτουργικά ως παράγοντας προσδιορισμού της οποιασδήποτε ατομικότητας. Εξεικονίζεται δε από οτιδήποτε με την παρουσία του προσδιορίζει την ατομικότητα διαχωρίζοντάς την από το περιβάλλον.

Η αναφορά του Ιαμβλίχου στο γεγονός πως υφίσταται επ' άπειρον πρόδος η οποία περιορίζεται από το πέρας μας επιτρέπει να θεωρήσουμε ότι η αρχή άπειρον αποτελεί τον παράγοντα τον παρέχοντα την δυνατότητα εμφανίσεως διαφοροποιήσεως και κατά συνέπεια πολλαπλότητας. (Εδώ πρέπει να τονίσουμε ότι η αρχή αυτή δεν πρέπει να θεωρηθεί ως ένα δοχείο από το οποίο λαμβάνονται ατερμόνως διάφορα στοιχεία αλλά αυτή η ίδια η αιτία της διαφοροποιήσεως).

Θεωρούμε πως τα, από τον ίδιον τον Ιάμβλιχο, μνημονευόμενα παραδείγματα της δυνατότητας ατερμόνου τομής του μεγέθους και ατελευτήτου αυξήσεως του αριθμού είναι δυνατόν να κάνουν σαφή όσα προαναφέρθηκαν. Επί πλέον καταδεικνύουν το γεγονός πως οι θέσεις του φιλοσόφου, όσο και αν φαντάζουν παράδοξες, δεν είναι ασύμβατες προς τις θεωρήσεις των συγχρόνων μαθηματικών. Στην συνέχεια θα ασχοληθούμε με το πρώτο από τα παραδείγματα αυτά ως αντιπροσωπευτικό των μελετωμένων θεμάτων.

Ας θεωρήσουμε ένα ευθύγραμμο τμήμα AB , το οποίο αποτελεί την απλούστερη μορφή (μαθηματικού) μεγέθους.



Είναι φανερό ότι τα σημεία τα δυνάμενα να θεωρηθούν επί του τμήματος αυτού διατάσσονται με μια σχέση \mathfrak{A} , η οποία διαισθητικά θεωρούμενη μας λέγει ποιό από δύο σημεία ευρίσκεται δεξιά από το άλλο. Ακριβέστερα η σχέση αυτή μπορεί να ορισθεί με τον ακόλουθο τρόπο:

θα λέμε ότι ισχύει (O, O') — για δύο σημεία O, O' του AB — όταν και μόνον όταν το AO είναι μέρος του AO' .

Είναι προφανές πως η σχέση αυτή είναι μεταβατική, ολικώς μη ανακλαστική και επάλληλος. Τούτο αποτελεί κοινό τόπο στην ελληνική σκέψη. Στοιχεία για την αποδοχή αυτών των ιδιοτήτων συναντούμε στα πλατωνικά και στα αριστοτελικά κείμενα.

Η διαίρεση του τμήματος αυτού γίνεται κατά σημεία, τα οποία δεν είναι μέρη του AB και δεν έχουν τα ίδια μέρη, όντας αδιάστατα.³⁸ Αν θεωρήσουμε ένα σημείο O του τμήματος αυτού τότε μεταξύ αυτού και του A υφίσταται μια απειρία σημείων-δυνατών τομών. Η απειρία αυτή γίνεται αντιληπτή με δύο τρόπους. Κατ' αρχήν θεωρούντες όλα τα σημεία τα οποία προηγούνται του O κατά την σχέση \mathfrak{A} αυτά δεν έχουν άνω πέρας και κατά συνέπεια η ατομικότητα η αντιστοιχούσα στο AO — χωρίς το σημείο O — δεν έχει άνω πέρας κατά την \mathfrak{A} και κατά συνέπεια είναι \mathfrak{A} -ακράσπεδη. Από την άλλη πλευρά αποδεικνύεται ότι λόγω των ιδιοτήτων της \mathfrak{A} η εν λόγω ατομικότητα είναι άπειρη (κατά Tarksī). Παρατηρούμε λοιπόν πως αυτό το οποίο ο Ιάμβλιχος αναφέρει ως απειρία σε σχέση προς το μέγεθος αντιστοιχεί σε αυτό το οποίο ονομάζουμε απειρία στα σημερινά μαθηματικά.

Ανάλογες παρατηρήσεις μπορούν να γίνουν για το τμήμα OB .

Εδώ πρέπει να πούμε ότι η παρουσία του Ο ως σημείου-πέρατος του ΑΟ ή του ΟΒ δεν σημαίνει ότι καταργεί την εμφάνιση της απειρίας όπως την εννοούσε ο Ιάμβλιχος ή όπως την εννοούμε σήμερα. Η επισύναψή του στην μια ή την άλλη ατομικότητα— δηλαδή στα προαναφερθέντα τμήματα ΑΟ και ΟΒ —καταργεί το ~~Ω~~— ακράσπεδον αλλά όχι και την απειρία. Η παρουσία του σημειοδοτεί την εμφάνιση του πέρατος, η οποία δεν αποκλείει την απειρία από το να το περιβάλλει. Το Ο αφορίζει δύο διάφορα τμήματα — ουσιαστικά συνεισφέρει στην υποστασιοποίησή τους — στα οποία εξακολουθεί να εμφωλεύει η απειρία. Συνεπώς παρατηρούμε ότι οποιδήποτε επί του ΑΒ συνυπάρχουν το σημείο ως εκπρόσωπος του πέρατος και το εκτασιακό υπόβαθρό του ως εκπρόσωπος της απειρίας. Εντούτοις μια ενδελεχέστερη εξέταση του ζητήματος καταδεικνύει ότι η επικέντρωση της προσοχής του μελετητή οπουδήποτε επί του μεγέθους αποκαλύπτει πως το σημείο —το οποίο αισθητοποιεί αυτό το «οπουδήποτε»— αποτελεί ένα στοιχείο, το οποίο εκπροσωπεί τον προσδιορισμό και συγχρόνως ένα στοιχείο, το οποίο εκπροσωπεί την δυνατότητα θεώρησης του ως εκ πολλών, η οποία με την σειρά της εδράζεται επί της απειρίας του μεγέθους. Με τούτο θέλουμε να πούμε ότι η απειρία συνιστά το υπόβαθρο της δυνατότητας θεωρήσεως του σημείου και το πέρας συνιστά τον παράγοντα προσδιορισμού του σημείου ως ατομικότητος. Δηλαδή μπορούμε να πούμε ότι ακόμη και το ίδιο το σημείο —κύριος εκπρόσωπος του πέρατος— αποτελεί με την σειρά του στοιχείο, του οποίου η υποστασιοποίηση ή η θεώρησή του απαιτεί την επί το ταυτό παρουσία πέρατος και απειρίας. Ανάλογες παρατηρήσεις μπορούν να γίνουν για την οποιουδήποτε είδους γραμμή, για την οποιουδήποτε είδους επιφάνεια, για τον αριθμό κ.λπ.

Θεωρούμε πως τα ανωτέρω, σχετικά προς την δομή του συνεχούς, είχαν γίνει έως κάποιου σημείου αντιληπτά από τον Ιάμβλιχο. Έτσι η διαπίστωση πως η απειρία και το πέρας είναι απαραίτητοι παράγοντες για την υποστασιοποίηση των στοιχειωδών συνιστώσων των μαθηματικών όπως π.χ. του σημείου, της γραμμής κ.λπ. οδήγησε τον φιλόσοφο στο να παραδεχθεί πως τα μαθηματικά παράγονται από τις δύο αυτές αρχές.

Αν θεωρήσουμε ότι:

— είναι δυνατόν να αποδώσουμε τον χαρακτηρισμό αρχή, ή αιτία, της ατομικότητας α σε οτιδήποτε πράγμα β είναι τέτοιο ώστε αν δεν υφίσταται σε ένα κόσμο τότε δεν υφίσταται και το α στον κόσμο αυτό, (πράγμα το οποίο δέχεται και ο Ιάμβλιχος για την αιτία).

— είναι δυνατόν να δεχθούμε ότι το χαρακτηριζόμενο ως πέρας είναι η έννοια, η οποία αποτελεί το νοηματικό αρχέτυπο του οτιδήποτε περατώνει μιαν ατομικότητα αισθητή ή αφηρημένη,

— είναι δυνατόν να δεχθούμε ότι το χαρακτηριζόμενο ως άπειρο είναι η έννοια, η οποία αποτελεί το νοηματικό αρχέτυπο του οτιδήποτε αποτελεί υπόβαθρο διάκρισης εις πολλαπλότητα.

Τότε μπορούμε να πούμε χωρίς καμμία επιφύλαξη ότι το πέρας και το άπειρο αποτελούν αρχές των μαθηματικών. Το ζήτημα του αν οι σχετικές θέσεις του Ιάμβλιχου υποκρύπτουν μια αντίληψη των πραγμάτων όπως αυτή που διαπιστώσαμε εδώ νομίζουμε πως θα μείνει χωρίς απάντηση.

ΣΗΜΕΙΩΣΕΙΣ

1. Για την σύνταξη της παρούσης εργασίας χρησιμοποίησα την τράπεζα πληροφοριών TLG (Thesaurus Linguae Graecae), η οποία περιέχεται σε οπτικό δίσκο (CD ROM C) ιδιοκτησίας University of California Irvine (1987). Η σήμανση των παρατιθεμένων κειμένων είναι εκείνη της ανωτέρω τράπεζας πληροφοριών. Τα βασικά έργα του Ιαμβλίχου επί των οποίων στηρίζω την επιχειρηματολογία μου είναι το *Περί της κοινής μαθηματικής επιστήμης* (Κοιν. μαθ.) και το *Περί της Νικομάχου αριθμητικής εισαγωγῆς* (Νικ. εισ.).
2. Κοιν. μαθ. 3, 5-8.
3. Διογ. Λαέρτ. VIII, 85: «...ἄφεσις δ' ἐν τῷ κόσμῳ ἀρμόχθῃ ἐξ ἀπείρων τε καὶ περαινόντων, καὶ ὅλος <δ> κόσμος καὶ τά ἐν αὐτῷ πάντα...».
4. Σταβ. Ανθολ. I, 21, 7α: «...ἔκ περαινόντων τε καὶ ἀπείρων δὲ τοῦ κόσμους καὶ τά ἐν αὐτῷ συναρμόχθη. δῆλοι δέ καὶ τά ἐν τοῖς ἔργοις, τά μὲν γάρ αὐτῶν ἐκ περαινόντων περαίνοντι, τά δ' ἐξ ἀπείρων περαίνοντι τε καὶ οὕ περαίνοντι, τά δ' ἐξ ἀπείρων ἀπειρα φανέονται...» Πρ. αντ. I, 21, 7d.
5. Μετά τα Φυσ. 986a22.
6. Φιλ. 16c.
7. Αυτ. 16d-17a.
8. Πρ. αντ. 23c, 27b, 30c.
9. Λεπτομερή διαπραγμάτευση σχετικά με την παρουσία ενός τέτοιου ζεύγους στον μέσο πλατωνισμό καθώς και σχετικά με τον λειτουργικό ρόλο των στοιχείων του ζεύγους και των ονομάτων με τα οποία εμφανίστηκαν στα διάφορα συστήματα ευρίσκουμε στο έργο: J. Dillon: The Middle Platonists. (Duckworth, 1977).
10. Αριθμ. Εισ. Βιβλ. II, ιη', 4. (R. Hoche, Lipsiae).
11. Αριστ. Μετά τα Φυσ. 1017b, 23-26. Πρ. αντ. κεφάλαια Ζ και Η καθώς και Κατηγ. κεφ. 5.
12. Κοιν. μαθ. 3, 21-22: «...βέλτιον δέ τὴν μὲν ψυχὴν ἐν ἑτέρῳ γένει τῆς οὐδίας τιθέναι...»
13. Αυτ. 1, 11-13: «...καθ' ἔκαστον δέ τῶν εἰρημένων παρα-/δείξουμεν τὴν οὐσίαν περὶ ἣν ἔκαστον γένος καὶ εἶδος/ τῶν μαθηματικῶν ἐνυπάρχει...»
14. Αυτ. 14, 1-3: «Περί δέ οὐδοιότητος καὶ ἀνομοιότητος, ὡς | μέν πολλῇ τίς ἔστιν ἐν τοῖς μαθήμασι καὶ ἐπὶ τῆς/μαθηματικῆς οὐσίας...»
15. Αυτ. 14, 48-50.
16. Αυτ. 1, 52-59, κλπ.
17. Αυτ. κεφ. 8, 11, 12, 14 κλπ.
18. Αυτ. 13, 28-30: «...ὅταν μὲν οὖν ταῦτα ὡς αἴτια θεωρᾶμεν καὶ ποιητικά/τῆς δλης μαθηματικῆς οὐσίας καὶ τῆς περὶ αὐτῆν/θεωρίας, ἀρχαί νοείσθωσαν αἱ νῦν εἰρημέναι αἴτιαι.»
19. Αυτ. 4, 6-14, 2, 21-23, 8, 165-166, 12, 55-64, 14, 61-65, κλπ.
20. Αυτ. 26, 67-68.
21. Αυτ. 3, 8-18.
22. Αυτ. 3, 30-37.
23. Το ζήτημα τούτο εξετάζεται εκτενώς στο έργο: P. Merlan, From Platonism to Neoplatonism. (Martinus Nijhoff, third edition, revised, 1975) [σελ. 11-58, 96-140 και 221-231.]
24. Αυτ. 3, 27-30: «...κρατούσης ἀεὶ τῆς τοῦ πέρατος/ιδέας τοῦ ἀπείρου καὶ περιοριζούσης αὐτήν ἐν ἑαυτῇ/διό καὶ πρόσεισι μέν ἐπι·τό ἀπειρον ἀεὶ, ὁρίζεται δέ/ὑπό τοῦ περαίνοντος...»
25. Νικ. εισ. 7, 3-18.
26. Αυτ. 9, 14-19.
27. Αυτ. 7, 8 — 9. Τα προαναφερθέντα αποτελούν σχόλια του Ιαμβλίχου επί των θέσεων του Νικομάχου του Γερασηνού. (Αριθμ. Εισ. 4, 13-5, 12). Εδώ βεβαίως εγείρεται το θέμα του αν όντως απηχούν πυθαγορικές δοξασίες περί των μαθηματικών και ποιά είναι η πηγή από τις οποίες αντλούνται οι σχετικές πληροφορίες. Αποτελεί το έργο του Νικομάχου την μόνη πηγή του Ιαμβλίχου ή αντλούν και ο δύο από μια κοινή παράδοση τις θέσεις τους; Τούτο είναι ένα ζήτημα στο οποίο νομίζω πως δεν είναι δυνατόν να δωθεί μια τεκμηριωμένη απάντηση.
28. Ενδιαφέρουσα αναφορά στο ποσό και τις δύο κατηγορίες του συναντούμε στο έργο του Αριστοτέλη.

Βλ. Των Μετά τα Φυσικά 1020α, 7-32.

29. Στην πραγματικότητα η σχέση αυτή είναι η σχέση μέρους προς όλο ή κάποια η οποία προκύπτει κατά τρόπο άμεσο από αυτήν. Το θέμα της φύσεως της σχέσεως αυτής είναι βεβαίως ιδιαιτέρως σημαντικό αλλά δεν είναι δύνατόν να εξετασθεί εδώ ούτε κατά τον πλέον αδρό τρόπο. Για περαιτέρω μελέτη αυτού παραπέμπω στα έργα: D. Bostoc: Logic and Arithmetic (Clarendon Press, vol. 2, 1979) [κεφ. 2, σελ. 89-166.] και G. Martin: Parts. A study in Ontology, (Clarendon Press, Oxford, 1987) [κεφ. 1, 5, 6 και 9].
30. Νικ. εισ. 7, 18-29: «... ἀλλά τοῦ μὲν /ῆνωμένου ἐπ' ἄπειρον μέν ἐκ παντός ἔστιν ἡ τομῇ, ἥ/δ' αὕξησις ἐπὶ ὥρισμένον...»
31. Αυτ. 94, 21-23: «...ἀπλοῦν/μέν γάρ το σημειόν ἔστι πέρας ὃν τοῦ ἐφ' ἐν διαστα/τοῦ μεγέθους...»
32. Κοιν. μαθ. 3, 27-30.
33. Νικ. εισ. 11, 3-4: «...ἐπεί ἐκάστου καὶ ἀρχῆς καὶ τέλος πέρας καλεῖται...».
34. Κοιν. μαθ. 3, 12-18.
35. Νικ. εισ. 78, 25.
36. Αυτ. 77, 26-78, 1. «...τό μέν γίνεσθαι/καί τόδε τι εἶναι καί ἐν εἶναι ἔκαστον ἔχοντα παρά τό/εἰδος...»
37. Αυτ. 61, 8-9, «...διότι τε ὑπό μιᾶς/γραμμῆς δέ κύκλος περιέχεται...»
38. Αυτ. 57, 12-22.

ΔΡ ΑΠΟΣΤΟΛΟΣ Κ. ΔΕΜΗΣ
ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΔΕΥΤΕΡΟΒΑΘΜΙΟΥ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΕΩΣ