ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΦΙΛΟΣΟΦΙΚΗ ΕΠΙΘΕΩΡΗΣΗ, 3 (1986), 135-153

ΟΙ ΣΥΛΛΟΓΙΣΤΙΚΟΙ ΤΡΟΠΟΙ ΚΑΤΑ ΤΑ *ΑΝΑΛΥΤΙΚΑ ΠΡΟΤΕΡΑ**

ΜΑΡΚΟΥ ΒΑΡΔΑΚΗ

Η προέλευση της αριστοτελικής θεωρίας της αποδείξεως από την πράξη της μαθηματικής επιστήμης γινόταν γενικά αποδεκτή από τους παλαιότερους αριστοτελιστές[1]. Ο F. Solmsen[2] χρησιμοποίησε αυτή την άποψη για να υποστηρίξει τη θέση του για χρονολογική προτεραιότητα των *Αναλυτικών υστέρων* και ταυτόχρονα ετόνισε τις σχέσεις της αριστοτελικής Συλλογιστικής με την πλατωνική διαιρετική μέθοδο. Η θέση του Solmsen για τη χρονολογική σειρά των Αναλυτικών απορρίφθηκε από τον W. D. Ross[3].

Το πρόβλημα της μαθηματικής προέλευσης της αποδεικτικής θεωρίας, ανεξάρτητα από οντολογικές εμπλοκές, ερευνήθηκε στη μεθοδολογική του διάσταση από τον H.D.P. Lee[4], ο οποίος και έδειξε προ πάντων την παραλληλία μεταξύ της αριστοτελικής και της ευκλείδειας αντίληψης των πρώτων αρχών[5]. Η σημαντικότερη συμβολή στην έρευνα των σχέσεων των αρχαίων Μαθηματικών με την αριστοτελική Λογική προήλθε από τον B. Einarson[6], που μελετώντας συστηματικά και σε όλη της την έκταση την παραλληλία ανάμεσα στην ορολογία των *Αναλυτικών* και των ελληνικών Μαθηματικών, κατέληξε στο συμπέρασμα, ότι ο Αριστοτέλης πρέπει να χρησιμοποίησε τρία τριγραμμικά διαγράμματα, ένα αντίστοιχα για κάθε συλλογιστικό σχήμα. Παραθέτω στην αγγλική το τελικό συμπέρασμα του Einarson, καθώς και τα διαγράμματα, που προτείνει:

"We may then reasonably conjecture that the form of the diagrams was that of horizontal lines of varying length placed one above the other, the longer line representing the μείζων ὅρος, the shorter the ἐλάττων, and that the diagrams for the three figures were as follows:

	First Figure		Second Figure		Third Figure
Α	major	Μ	middle	Π	major
Β	middle	Ν	major	Ρ	minor
Γ	minor	Ξ	minor	Σ	middle

There is a difficulty in the presentation of negative and particular predication, but we may suppose that for the purpose of a diagram, all predication was considered to be that of a predicate as a whole of a subject as a part, and therefore the predicate would be represented by the longer line..."[7].

Τα αποτελέσματα της έρευνας του Einarson υιοθέτησε ο W.D. Ross[8], χωρίς όμως να υπερβαίνει την δυσκολία, που ο Einarson επισημαίνει, δηλαδή την αδυναμία για αποφατικές προτάσεις, που προκύπτει από τα διαγράμματα αυτά. Η σχέση Μαθηματικών-Λογικής αντιμετωπίσθηκε με άλλο πνεύμα από τον E. Kapp[9] και όσους τον ακολούθησαν. Επειδή από την εποχή του Majer και του Solmsen η προέλευση της αριστοτελικής Συλλογιστικής από τα Μαθηματικά και τη διαιρετική μέθοδο είχε συνδεθεί με οντολογικές αξιώσεις, ο E. Kapp αμφισβήτησε την άμεση εξάρτηση της αριστοτελικής Λογικής από την πλατωνική διαιρετική μέθοδο και τόνισε την προέλευση του συλλογισμού από την πράξη της διαλεκτικής και της εριστικής της Ακαδημίας και των Σοφιστών. Αν όμως πρέπει να γίνει κέντρο της έρευνας αυτή η «Πραγματική» της προέλευσης της Συλλογιστικής, δεν πρέπει να αποκλειστεί η παραπέρα έρευνα για την «Πραγματική», που αφορά τη χρήση γεωμετρικών διαγραμμάτων στην ολοκληρωμένη ανάπτυξη των συλλογιστικών τρόπων. Ο G. Patzig[10] είχε σωστά προβάλει κατά του Ross την αντίρρηση, ότι οι σχέσεις πλάτους των όρων, που ισχύουν για το πρώτο σχήμα, δεν θα έπρεπε, με βάση τα γεωμετρικά διαγράμματα, να επεκταθούν και στα υπόλοιπα δύο σχήματα. Εάν όμως επιχειρηθεί η εφαρμογή ατομικών διαγραμμάτων για όλους τους ισχυρούς και μη ισχυρούς τρόπους των τριών σχημάτων, θα γίνει σαφές, ότι οι σχέσεις πλάτους, δηλαδή οι σχέσεις μεγέθους των γραμμών στα διαγράμματα, είναι για το 2ο και 3ο σχήμα άνευ σημασίας. Τα πλεονεκτήματα, που παρέχει μια επανάληψη της παραγωγής των 48 (ισχυρών και μη ισχυρών) συλλογιστικών τρόπων, προκύπτουν κυρίως από τη σύγκριση της αριστοτελικής γλωσσικής χρήσης με τα διαγράμματα αυτά. Με βάση αυτά τα πλεονεκτήματα, μπορεί να μελετηθεί παραπέρα η δυνατότητα για πιο πρόσφορες λύσεις σε θεωρητικά προβλήματα.

II

Αν συγκρίνει κανείς το *απόσπασμα* 68a25-b7 των *Αναλυτικών προτέρων* με τα αξιώματα της θεωρίας των παιγνίων[11], καταλήγει αβίαστα στο συμπέρασμα, ότι υπάρχει μια ομοιότητα, που θ' άξιζε να ερευνηθεί. Οι Neumann και Morgenstern πάντως δεν παραπέμπουν στον Αριστοτέλη· αναφέρουν όμως τον Ευκλείδη[12]. Για το ευκλείδειο θεώρημα που αντιστοιχεί στα αξιώματα της θεωρίας των παιγνίων εχρησιμοποιούντο γραμμικά διαγράμματα. Μπορεί λοιπόν κανείς να υποθέσει, ότι και το *απόσπασμα* *Αναλ. πρότ.* 68a25-b7 είχε παρασταθεί με παρόμοια διαγράμματα:

«Ὅταν δέ δυοῖν ὄντοιν τό Α τοῦ Β αἱρετώτερον ᾖι, ὄντων ἀντικειμένων, καί τό Δ τοῦ Γ ὡσαύτως, εἰ αἱρετώτερα τά ΑΓ τῶν ΒΔ, τό Α τοῦ Δ αἱρετώτερον».

Από: $A > B$, $\Delta > \Gamma$, $A + \Gamma > B + \Delta$ συνάγεται ότι: $A > \Delta$

Η μαθηματική έννοια «μεῖζον» αντικαθίσταται εδώ από την έννοια «αἱρετώτερον». Εκτός από αυτό, πραγματεύεται ο Αριστοτέλης τους όρους ΑΒ και ΓΔ ως αντικείμενα (διωκτόν-φευκτόν)[13].

Αυτή η συνάρτηση ενός λογικού νόμου με μια ατομική γραμμική παράσταση (δηλαδή για τη συγκεκριμένη περίπτωση και όχι για μια ομάδα συλλογιστικών τρόπων, όπως συμβαίνει με τα τρία διαγράμματα του Einarson, που αντιστοιχούν στα τρία σχήματα) επιτρέπει παραπέρα να τεθεί το ερώτημα, μήπως και στους γνωστούς 48 συλλογιστικούς τρόπους αντιστοιχούν ατομικά διαγράμματα.

III

Ο Αριστοτέλης χρησιμοποιεί ρητά μαθηματικές έννοιες στο 5ο βιβλίο των *Ηθικών Νικομαχείων*, για να θεμελιώσει τη θεωρία του για τη δικαιοσύνη. Αυτή η χρήση ανάγεται βέβαια στον Πλάτωνα και στους Πυθαγόρειους. Ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει η λεγόμενη «συνεχής αναλογία», λόγω της ομοιότητας, που παρουσιάζει με τον συλλογιστικό τρόπο Barbara:

1131a33-b3: «ἀλλά καί ἡ συνεχής (ἀναλογία ἐν τέτταρσιν ἐλαχίστοις)· τῶι γάρ ἑνί ὡς δυσί χρῆται καί δίς λέγει, οἷον ὡς ἡ τοῦ α πρός τήν τοῦ β, οὕτως ἡ τοῦ β πρός τήν τοῦ γ. δίς οὖν ἡ τοῦ β εἴρηται· ὥστ' ἐάν ἡ τοῦ β τεθῆι δίς, τέτταρα ἔσται τά ἀνάλογα.»

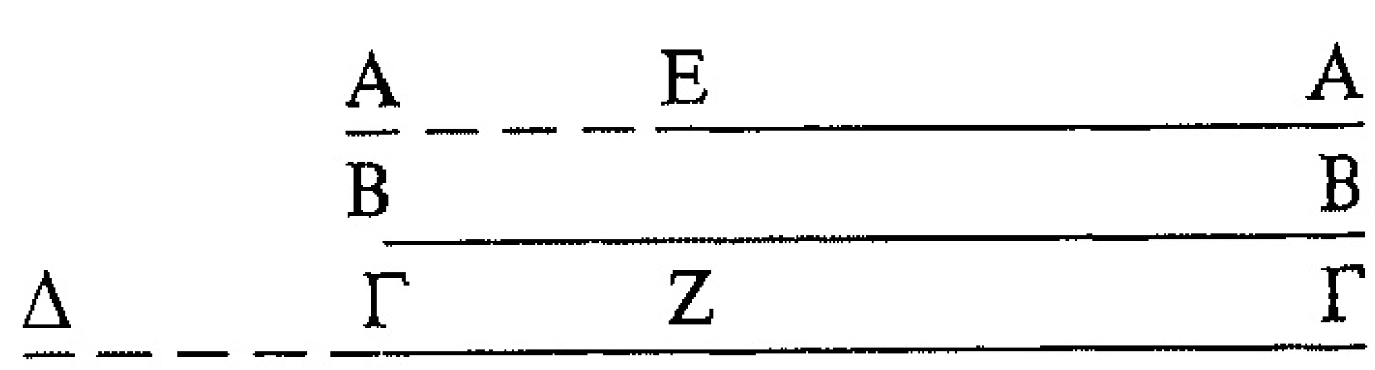
Εδώ είναι ο «λόγος» (ratio) α:β ίσος με τον «λόγο» β:γ. Οι αριθμοί όμως σε μια «συνεχή αναλογία» είναι ο ένας μετά τον άλλο τοποθετημένοι ως εξής: α>β>γ κλπ., που συνεπάγεται βέβαια: α>γ.

Αυτός ο μαθηματικός τύπος είναι ακριβώς η βάση των συλλογισμών του 1ου σχήματος (*Αναλ. πρότ.* 25b32-35). Ο τρόπος Barbara θα μπορούσε να παρασταθεί και ως εξής: εάν Α>Β και Β>Γ, τότε Α>Γ.

Δεν μπορεί λοιπόν ν' αποκλεισθεί, ότι ο Αριστοτέλης είχε χρησιμοποιήσει στη Λογική τις μεταβλητές και τους όρους της θεωρίας των αναλογιών. Οι μαθηματικές σχέσεις μεγέθους αντικαθίστανται στον τρόπο Barbara από σχέσεις πλάτους των εννοιών.

Ο Αριστοτέλης χρησιμοποιεί στα *Ηθικά Νικομάχεια* (1132b2 κ.ε.) ένα γεωμετρικό διάγραμμα, για να δώσει παραστατικά την αντίληψή του για το λεγόμενο «ἐπανορθωτικόν δίκαιον», που βασίζεται στην αριθμητική αναλογία.

Υπάρχουν τρεις όροι ή γραμμές: το «ὑπερέχον», το «μέσον» και το «ὑπερεχόμενον» ή «ἔλαττον»:



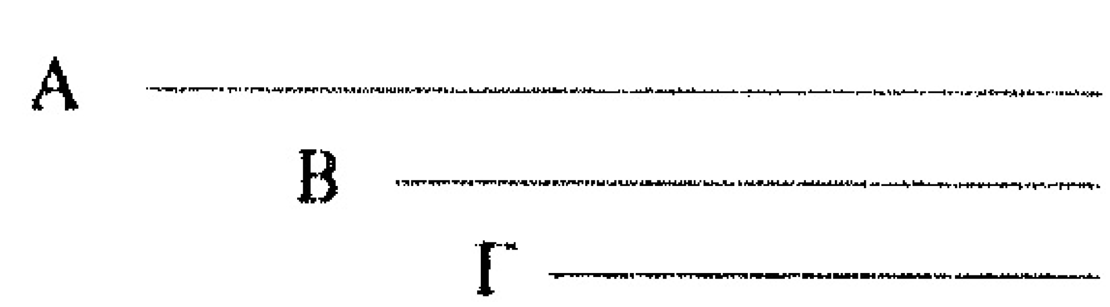
ΕΑ = ΑΑ – ΑΕ ὑπερεχόμενον, ἔλαττον
ΑΑ = ΒΒ = ΓΓ μέσον
ΔΓΖΓ = ΑΕ + ΓΓ ὑπερέχον

Η απόσταση ΒΒ είναι το «μέσον» (πρβλ. «μέσος ὅρος»), όπου τίποτε δεν λείπει και τίποτε δεν έχει προστεθεί. Η απόσταση ΕΑ είναι το «ἔλαττον» (πρβλ. «ἐλάττων ὅρος»), όπου λείπει το τμήμα ΑΕ. Η απόσταση ΔΓΖΓ είναι το «ὑπερέχον» (πρβλ. «μείζων ὅρος»), όπου έχει προστεθεί το τμήμα ΔΓ. Η διατύπωση των εννοιών σ' αυτή τη γεωμετρική παράσταση προέρχεται βέβαια από τη Γεωμετρία, είναι όμως παρεμφερής ή και ταυτόσημη με τη σχετική ορολογία της Συλλογιστικής. Ας συγκριθεί επίσης, ότι ο «μέσος όρος» (β) στην συνεχή αναλογία (*Ηθ. Νικ.* 1131a32-b2), ακριβώς όπως ο «μέσος ὅρος» (Β) στους τρόπους του πρώτου σχήματος εμφανίζεται δύο φορές και ότι η έκφραση «τούτωι (τῶι μέσωι) ἄρα γνωριοῦμεν τί τε ἀφελεῖν δεῖ ἀπὸ τοῦ πλέον ἔχοντος, καὶ τί προσθεῖναι τῶι ἔλαττον ἔχοντι» (*Ηθ. Νικ.* 1132b2-4) αντιστοιχεί στην έκφραση των *Αναλυτικών προτέρων* (47b13-14) «τῆι τοῦ μέσου θέσει γνωριοῦμεν τὸ σχῆμα».

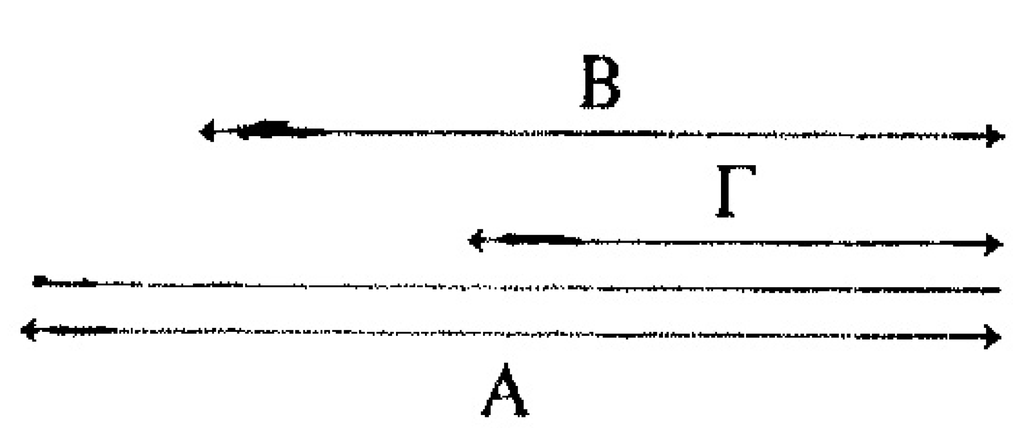
Εκτός από τις ομοιότητες στην ορολογία, συγγένεια με τα διαγράμματα της Λογικής υπάρχει και στην διαδικασία σύγκρισης του μεγέθους των γραμμών με βάση την επικάλυψη ή μη επικάλυψή τους αμοιβαία, εν όλω ή εν μέρει. Είναι προφανές, ότι έτσι γίνεται δυνατή μια μεγάλη ποικιλία διαγραμμάτων, που θα μπορούσαν ν' αντιστοιχούν στους συλλογιστικούς τρόπους. Η επικάλυψη θα αντιστοιχούσε εδώ με την καταφατική κατηγόρηση, η μη επικάλυψη με την αποφατική κατηγόρηση. Παρόμοια θα διαμορφώνονταν οι περιπτώσεις της μερικής (καταφατικής ή αποφατικής) κατηγόρησης. Εάν υπάρχει αυτή η αντιστοιχία, θα πρέπει να διατηρηθεί από τα διαγράμματα του Einarson μόνο το πρώτο, για το πρώτο σχήμα, και μόνο για τον τρόπο Barbara, που μπορεί βέβαια να παρασταθεί και με ένα μονογραμμικό διάγραμμα. Για τους υπόλοιπους 47 τρόπους απαιτούνται αντίστοιχα διαγράμματα, που μπορούν ν' αναπτυχθούν ως ένα υποθετικό πρότυπο, με βάση τις σκέψεις, ότι, όπως ήδη δείχτηκε για το απόσπασμα *Αναλ. προτ.* 68a25-b7, η χρήση ατομικών διαγραμμάτων φαίνεται να προκύπτει από το κείμενο, και ότι η δυσκολία του Einarson να εξηγήσει τις περιπτώσεις της αποφατικής και μερικής κατηγόρησης μπορεί να ξεπεραστεί, αν η διαδικασία επικάλυψης ή μη των γραμμών στα διαγράμματα είναι παρόμοια με την *παράσταση* στο *Ηθικά Νικομάχεια.*

IV
ΠΡΩΤΟ ΣΧΗΜΑ

1. Barbara (25b37-40)

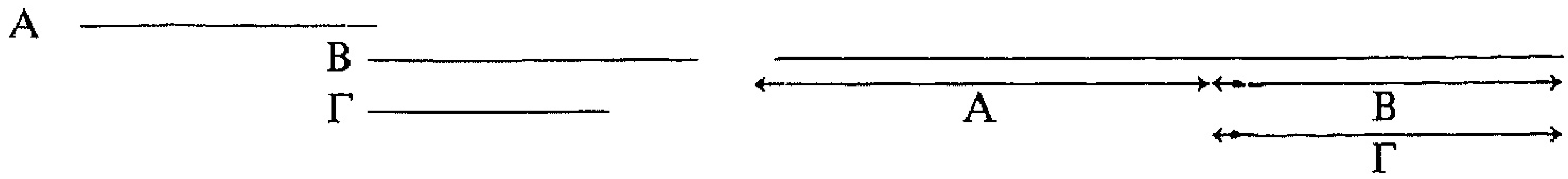


Το αυτό διάγραμμα μπορεί ν' αποδοθεί μονογραμμικά:



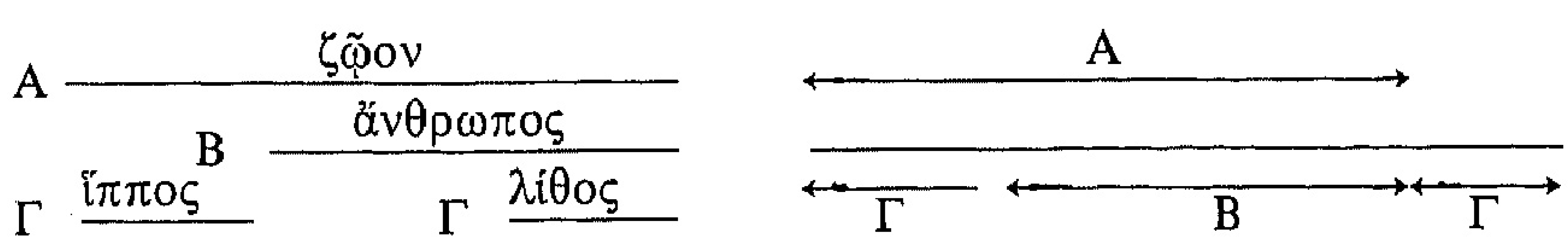
Στο πρώτο διάγραμμα γίνεται αντιληπτό τι εννοείται με τη φράση του Αριστοτέλη, ότι «τὸ μέσον... καὶ τῆι θέσει γίνεται μέσον». Η ολική επικάλυψη της γραμμής Γ από τη γραμμή Β και της γραμμής Β από τη γραμμή Α αντιστοιχεί σε καθολική καταφατική κατηγόρηση (α) και συνεπάγεται την ολική επικάλυψη της γραμμής Γ από τη γραμμή Α, που αντιστοιχεί στην καθολική καταφατική πρόταση (α), που είναι το συμπέρασμα του συλλογισμού. Στη μονογραμμική απόδοση φαίνεται σαφέστερα, πώς εννοούνται οι φράσεις, «τὸν ἔσχατον ἐν ὅλωι εἶναι τῶι μέσωι» και «τὸν μέσον ἐν ὅλωι τῶι πρώτωι...».

2. Celarent (25b40-26a2)



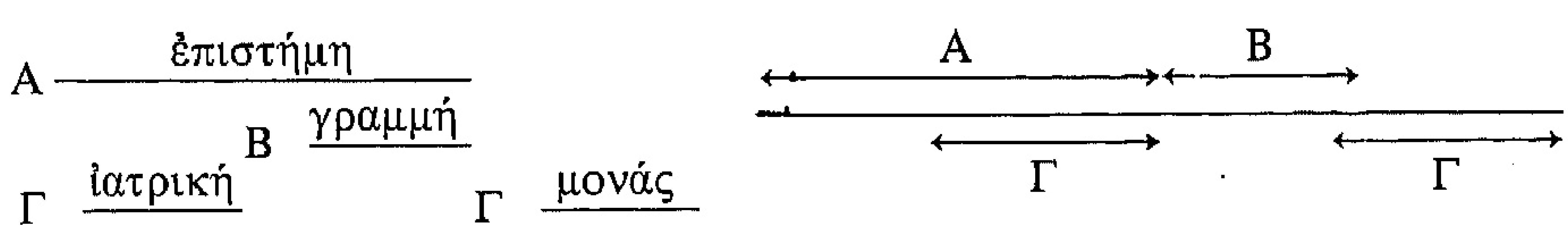
Ο χωρισμός των γραμμών Β και Γ από την γραμμή Α παρέχει ένα προφανές πλεονέκτημα: επειδή η γραμμή Β δεν επικαλύπτεται από την γραμμή Α (πρώτη προκείμενη: ε, δηλ. καθολική αποφατική κατηγόρηση) και η γραμμή Γ επικαλύπτεται πλήρως από την γραμμή Β (δεύτερη προκείμενη: α, δηλ. καθολική καταφατική κατηγόρηση), συνεπάγεται, ότι η γραμμή Γ δεν επικαλύπτεται από την γραμμή Α. (συμπέρασμα: ε, δηλ. καθολική αποφατική κατηγόρηση). Το αυτό είναι προφανές και με μονογραμμική απόδοση.

3. αε (26a2-9)



Η γραμμή Γ, η οποία δεν επικαλύπτεται από την γραμμή Β (ε: καθολική αποφατική κατηγόρηση), πρέπει να ευρίσκεται είτε αριστερά (ἵππος) είτε δεξιά (λίθος). Αυτό σημαίνει ότι οι προκείμενες α ε στο πρώτο σχήμα μπορούν να έχουν και καταφατικό («ὅροι τοῦ παντί ὑπάρχειν, ζῷον-ἄνθρωπος-*ἵππος*») και αποφατικό (τοῦ μηδενί: ζῷον-ἄνθρωπος-*λίθος*) συμπέρασμα. Δεν υπάρχει λοιπόν τίποτε αναγκαίο (26a4-5: «οὐδέν γάρ ἀναγκαῖον συμβαίνει τῶι ταῦτα εἶναι» (και αυτός ο τρόπος είναι μη ισχυρός. Δεν υπάρχει αναγκαία σύλ-ληψη («συλ-λογισμός») των γραμμών Α και Γ («τῶν ἄκρων» 26a3-4).

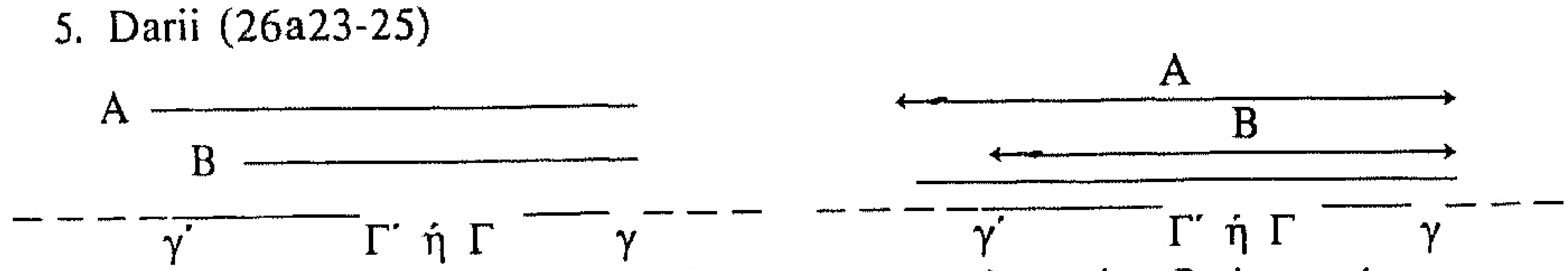
4. εε (26a9-13)



΄Οπως συμβαίνει και στον παραπάνω μη ισχυρό τρόπο αε, η γραμμή Γ, που δεν επικαλύπτεται από τη γραμμή Β (ε), μπορεί να ευρίσκεται είτε αριστερά (ἰατρική) είτε δεξιά (μονάς). Από τις προκείμενες εε μπορεί συνεπώς να εξαχθεί είτε καταφατικό (ὅροι τοῦ ὑπάρχειν: ἐπιστήμη-γραμμή-*ἰατρική*) είτε αποφατικό (τοῦ μή ὑπάρχειν: ἐπιστήμη-γραμμή-*μονάς*) συμπέρασμα. Η γραμμή Γ δηλαδή μπορεί είτε να επικαλύπτεται είτε να μην επικαλύπτεται από την γραμμή Α.

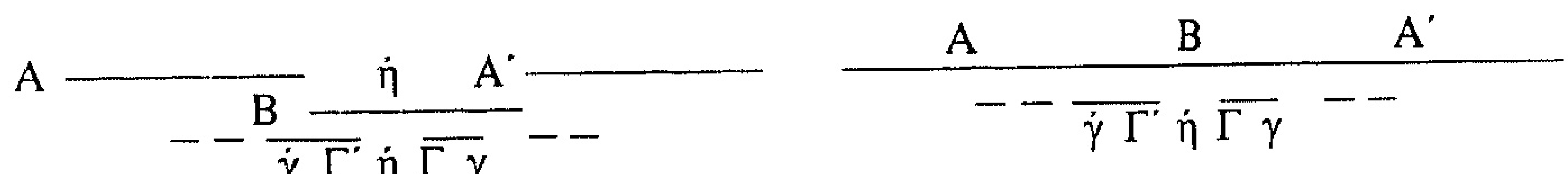
Έτσι εξαντλεί ο Αριστοτέλης τους 4 συνδυασμούς με καθολικές (καταφατικές ή αποφατικές) προκείμενες: αα, εα, αε, εε (ανακεφαλαίωση: 26a13-16), και ακολούθως περνά σε μια άλλη ομάδα από διαγράμματα, στα οποία οι γραμμές επικαλύπτονται αμοιβαία είτε ολικά είτε μερικά (σύνοψη εις: 26a17-21), οι προκείμενες δηλαδή είναι είτε καθολικές είτε μερικές (καταφατικές ή αποφατικές). Η έκφραση «ἔλαττον δέ τό *ὑπό* τό μέσον» (26a22), που έρχεται σε αντίθεση με την έκφραση: «τόν ἔσχατον *ἐν* ὅλωι εἶναι τῶι μέσωι» (25b32-33) σημαίνει πιθανόν, ότι στην ομάδα των διαγραμμάτων των τρόπων αι έως εο η γραμμή Γ (δηλαδή: ο «ἐλάττων ὅρος») ευρίσκεται απλώς *κάτω* από την γραμμή Β («μέσος ὅρος»). Αυτό καθιστά τώρα δυνατή και ορατή τόσο την πλήρη, όσο και την μερική επικάλυψη (δηλ. τόσο την καθολική, όσο και την μερική κατηγόρηση). Η πρόθεση «ἐν» δεν είναι εδώ κατάλληλη, διότι στην περίπτωση της μερικής κατηγόρησης η επικάλυψη των γραμμών δεν είναι πλήρης. Το μονογραμμικό διάγραμμα, που ήταν δυνατό στους 4 πρώτους τρόπους (αα, εα, αε, εε) είναι τώρα ανεπαρκές. Απαιτείται ένα τουλάχιστον διγραμμικό διάγραμμα. Παρακάτω θα δίνεται παράλληλα και η ανεπτυγμένη του μορφή με τρεις γραμμές.

5. Darii (26a23-25)



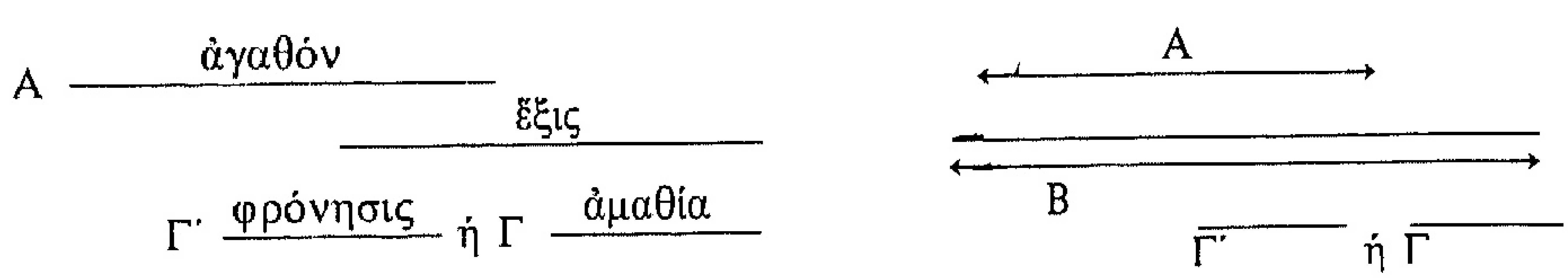
Ο όρος Γ ευρίσκεται, όπως ήδη ελέχθη, κάτω από τον όρο Β. Δεν υπάρχει συνεπώς περιορισμός, όσον αφορά τις σχέσεις πλάτους των όρων Β και Γ, διότι η γραμμή Γ μπορεί βέβαια να συνεχισθεί είτε προς τα δεξιά είτε προς τα αριστερά. Αυτό που οπωσδήποτε προκύπτει από τις προκείμενες α ι, είναι η μερική επικάλυψη της γραμμής Γ από την γραμμή Α (δηλ. οι αποστάσεις Γγ είτε Γ'γ'): αυτό εκφράζεται με τη φράση: «ἀνάγκη τό Α τινί τῶι Γ ὑπάρχειν»(26a24-25).

6. Ferio (26a25-28)



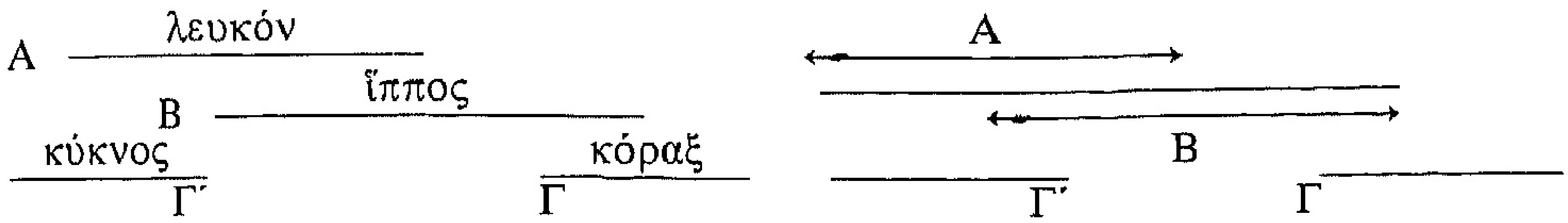
Όπως και στον τρόπο Darii, ο «ἔλαττων ὅρος» Γ βρίσκεται κάτω από τη μεσαία γραμμή Β. Ανεξάρτητα από το αν η γραμμή Γ συνεχίζεται προς τα δεξιά ή προς τα αριστερά και αν η γραμμή Α ευρίσκεται αριστερά ή δεξιά σε σχέση προς τη γραμμή Β, είναι αναγκαίο (με βάση τις προκείμενες ε ι), ότι οι αποστάσεις Γγ είτε Γ'γ' δεν επικαλύπτονται από τη γραμμή Α («ἀνάγκη τό Α τινί τῶι Γ μή ὑπάρχειν»).

7. ι α και 8.οα (26a33-36)



Οι μη ισχυροί τρόποι ι α και ο α δίνονται από κοινού, διότι και για τους δυο είναι το αυτό διάγραμμα απαραίτητο. Η πρόταση του κειμένου «τό Α *τινί* τῶι Β *ὑπάρχει* ἤ *μή ὑπάρχει*» συμπεριλαμβάνει προκείμενες δύο τρόπων (ι και ο), γιατί αυτές μπορούν να παρασταθούν με ένα κοινό διάγραμμα: η γραμμή Β δηλαδή χρησιμεύει τόσο για μερική κατάφαση, όσο και για μερική άρνηση. Ομοίως η πρόταση του κειμένου «τό Β παντί τῶι Γ ὑπάρχει» είναι και για τους δύο αυτούς τρόπους (ια και οα) κοινή, διότι και εδώ είναι η αυτή γραμμή (Γ ή Γ') απαραίτητη. Για τους ίδιους λόγους δίδονται και για τους δύο τρόπους οι ίδιοι «ὅροι» (τοῦ ὑπάρχειν: ἀγαθόν-ἕξις-φρόνησις, τοῦ μή ὑπάρχειν: ἀγαθόν-ἕξις-ἀμαθία), επειδή δηλαδή για τους δύο τρόπους υπόκειται κοινό διάγραμμα.

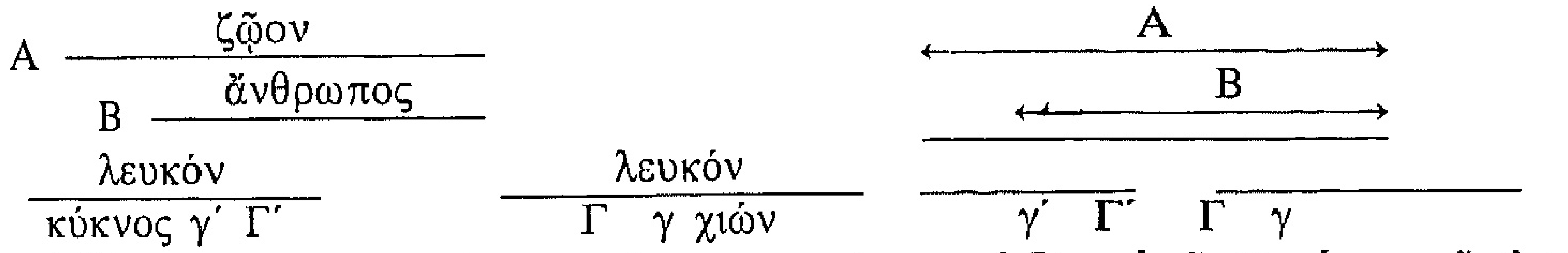
9. ι ε και 10. ο ε (26a36-39)



Και εδώ είναι ένα κοινό διάγραμμα απαραίτητο για δύο μη ισχυρούς τρόπους. Οι τρεις δυνατότητες, που εκφράζει η φράση: «τό δέ Α *τινί* τῶι Β ἤ *ὑπάρχει* ἤ μή *ὑπάρχει* ἤ *μή παντί* ὑπάρχει», παρίστανται εδώ από κοινού με την ίδια γραμμή (Β). Ας προσεχθεί και η σύνταξη: κατ' αρχήν τίθεται το «τινί» γενικά, και ακολούθως το «ὑπάρχει ἤ μή ὑπάρχει» (δηλαδή: καταφατική ή αποφατική μερικότητα). Η περίπτωση «μή παντί» υπάγεται μόνιμα κάτω από την περίπτωση «τινί» (βλ. και παρακάτω τον τρόπο Baroco), γιατί και για τις δύο αυτές μορφές μερικότητας είναι η ίδια γραμμή απαραίτητη. Εδώ δίνονται και πάλι οι ίδιοι «ὅροι» για δύο τρόπους (λευκόν-ἵππος-κύκνος, λευκόν-ἵππος-κόραξ), γιατί υπόκειται κοινό διάγραμμα. (Οι «ἀδιόριστοι ὅροι» παρίστανται επίσης με τις γραμμές της μερικότητας: πρβλ. 26a28-30, a39, 26b3, b23-24, 27b38, 29ab, a27-29).

Στο χωρίο 26a39-b3 διατυπώνονται από κοινού οι μη ισχυροί τρόποι αο και εο. Όπως προκύπτει από τις παραστάσεις, που ακολουθούν, είναι το ζεύγος γραμμών ΒΓ κοινό για τις δύο περιπτώσεις.

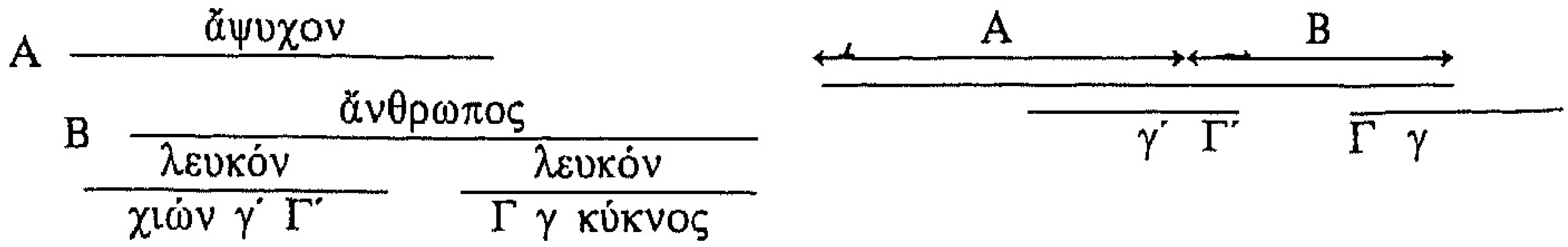
11. αο (26b3-10)



Εδώ απαιτείται η αυτή γραμμή για τις φράσεις «τό Β *τινί* τῶι Γ *μή*» και «ἤ εἰ *μή παντί* ὑπάρχει».

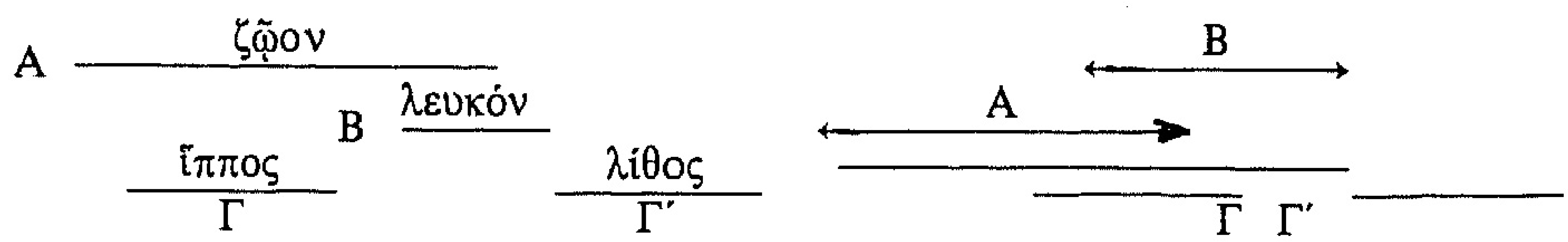
Η γραμμή Γ είναι γενικά το λευκόν. Στην περίπτωση Γ (δεξιά) δεν επικαλύπτεται η χιών από την γραμμή Α (ζῶιον), ενώ στην περίπτωση Γ' αντίθετα επικαλύπτεται πλήρως ο κύκνος από τη γραμμή Α (ζῶιον). Συνεπώς δεν υπάρχει τίποτε αναγκαίο.

12. εο (26b10-21)



Αυτό το διάγραμμα διακρίνεται από το διάγραμμα του τρόπου αο μόνο από τη θέση της γραμμής Α (ἄψυχον, αντί για ζῷον, στον τρόπο αο). Για το ζεύγος γραμμών ΒΓ δίνονται οι ίδιοι «ὅροι». Σε αντίθεση προς τον τρόπο αο, καλύπτεται εδώ μόνο η απόσταση χιών της γραμμής Γ΄ από την γραμμή Α, η οποία ακριβώς στον τρόπο αο δεν καλυπτόταν.

13. ιι και 14. οο και 15. ιο και 16. οι (26b21-25)



Εδώ δίδονται τέσσερις μη ισχυροί τρόποι από κοινού, διότι απαιτείται γι' αυτούς κοινό διάγραμμα (πρβλ. παραπάνω τα ζεύγη ια,οα και ιε,οε). Με τη φράση «ἄμφω τα διαστήματα» εννοείται προφανώς α)ο χώρος ανάμεσα στο Α και Β, και β)ο χώρος ανάμεσα στο Β και Γ (κάθετα).

ΔΕΥΤΕΡΟ ΣΧΗΜΑ

Όπως και στο χωρίο 25b32-37, η περιγραφή στο χωρίο 26b34-39 αφορά μια πρώτη ομάδα από 4 τρόπους, στους οποίους οι δύο προκείμενες είναι καθολικές (καταφατικές ή αποφατικές) προτάσειςς εα, αε, αα, εε (27b5-25). Αυτό συνάγεται από το χωρίο 26b34-35: «τῶι μέν παντί τῶι δέ μηδενί... ἢ ἑκατέρωι παντί ἢ μηδενί». Η μερικότητα αναφέρεται κατά πρώτον στο χωρίο 27a26 κ.ε. είτε σε σύνδεση με την καθολικότητα (ει, αο, οα, ιε, εο, αι, οε, ια) είτε μόνη (27b36-39: ιι, οο, ιο, οι). Αυτή η διαδικασία αντιστοιχεί προς τις προϋποθέσεις των διαγραμμάτων: αρχικά εξετάζεται ο συνδυασμός από ακέραιες, ακολούθως ο συνδυασμός από ακέραιες και διακεκομμένες, και τέλος ο συνδυασμός από αποκεκομμένες γραμμές.

Η περιγραφή των όρων στο χωρίο 26b36-39 αντιστοιχεί γενικά στο διάγραμμα:

μέσον Μ ————————
μεῖζον ἄκρον Ν ————————
ἔλαττον ἄκρον Ξ ————————

1) μέσον: «τό κατηγορούμενον ἀμφοῖν», δηλαδή το μέσον Μ ευρίσκεται επάνω.

2) ἄκρα: «καθ' ὧν λέγεται τοῦτο», δηλαδή οι όροι Ν και Ξ πρέπει να είναι κάτω.

Κατ' αυτών κατηγορείται το Μ, δηλαδή η γραμμή Μ επικαλύπτει είτε όχι τις γραμμές Ν και Ξ.

3) «μεῖζον ἄκρον το *πρός* τῶι μέσωι κείμενον»: η γραμμή Ν ευρίσκεται πλησιέστερα προς τη γραμμή Μ.

4) «ἔλαττον δέ τό *πορρωτέρω* τοῦ μέσου»: η γραμμή Ξ ευρίσκεται μακρύτερα από τη γραμμή Μ (εννοείται: πορρωτέρω ἤ τό μεῖζον ἄκρον).

5) «τίθεται δέ τό μέσον *ἔξω* μέν τῶν ἄκρων, *πρῶτον* δέ τῆι θέσει»: η γραμμή Μ ευρίσκεται εκτός των γραμμών ΝΞ, στην πρώτη θέση (άνω).

Οι σχέσεις πλάτους είναι για το δεύτερο, όπως και για το τρίτο σχήμα (βλ. παρακάτω), αδιάφορες. Είναι όμως σαφές και από τη γλωσσική χρήση του κειμένου, ότι σ' αντίθεση με το πρώτο σχήμα, έχομε στο 2ο και στο 3ο σχήμα τριγραμμικά διαγράμματα. Η αναγωγή λοιπόν των συλλογιστικών τρόπων από το 2ο και το 3ο προς το 1ο σχήμα, και μάλιστα στους τρόπους Barbara και Celarent, που τόσο σημαντικό ρόλο φαίνεται να παίζει για τον Αριστοτέλη (βλ. π.χ. *Αναλ. προτ.* 29b1-25), είναι ταυτόχρονα αναγωγή στην προφάνεια των μονογραμμικών διαγραμμάτων (που είναι αυταπόδεικτα). Αυτή η διαδικασία ενδέχεται να αποτελεί κάποια κληρονομία από την γνωστή στην πλατωνική θεωρία του αγαθού αναγωγή της πολλότητας στην ενότητα, που παριστανόταν και γεωμετρικά ως αναγωγή από τις τρεις στις δύο διαστάσεις, από εκεί στη μία διάσταση και στην πρώτη μονάδα. Εξ άλλου η χρήση αποκλειστικά τριγραμμικών διαγραμμάτων είχε ως συνέπεια να μπορεί να τεθεί το μέσον κατά σειράν σε τρεις θέσεις (μέσον-άνω-κάτω) και να υπάρχουν επομένως μόνον τρία σχήματα. Μετά την ανάπτυξη των γνωστών 48 συλλογιστικών τρόπων αναφέρει ο Αριστοτέλης στο χωρίο 29a23-26 συνοπτικά τους τρόπους Fesapo και Fresison του 4ου σχήματος, με τις μεταβλητές του πρώτου σχήματος (ΑΒΓ πρβλ. επίσης 53a3 κ.ε.), πράγμα που ασφαλώς συντέλεσε αργότερα στην ένταξη των ισχυρών τρόπων του 4ου σχήματος στο 1ο σχήμα.

17. Cesare (27a5-9)

(αντιστροφή εις Celarent)

```
M ————————                              N ————————
          N ————————            M ————————
   Ξ ————                          Ξ ————
```

Ο τρόπος Cesare «αποδεικνύεται» δι' αντιστροφής στον τρόπο Celarent. Η βάσει διαγραμμάτων προέλευση της Συλλογιστικής εξηγεί επίσης, γιατί ο Αριστοτέλης χρησιμοποίησε ορισμένες τεχνικές «αποδείξεων», προκειμένου να καταδείξει την ισχύ των ισχυρών τρόπων του 2ου και του 3ου σχήματος (η λέξη «ἀπόδειξις» πάντως στα *Αναλυτικά πρότερα* δεν έχει χρησιμοποιηθεί με την αυστηρή έννοια, που έχει η απόδειξη στα *Αναλυτικά ύστερα*). Εδώ, στην περίπτωση του τρόπου Cesare, είναι οφθαλμοφανές, ότι η «ἀντιστροφή» (ανταλλαγή θέσεων) των γραμμών ΜΝ οδηγεί κατ' ευθείαν στον τρόπο Celarent. Επειδή όμως αυτός ο τρόπος, όπως και όλοι οι τρόποι του 1ου σχήματος, είναι «εξ ορισμού» ισχυρός (βλ. 25b39-40, 26a24, 26a27. πρβλ. και *Ρητορ.* 1398a15-27), αποδεικνύεται έτσι και η ισχύς του τρόπου Cesare.

18. Camestres (27a9-15)

(αντιστροφή εις Celarent)

M ———— N ————
N ———— M ————
Ξ ———— Ξ ————

Εδώ γίνεται πάλι ανταλλαγή θέσεων των γραμμών ΜΝ, για να σχηματισθεί ο τρόπος Celarent. Επιπρόσθετα αναφέρεται η δυνατότητα μιας απαγωγής εις άτοπον (reductio ad impossibile), διότι είναι βέβαια πάλι οφθαλμοφανές, ότι η μεταφορά της γραμμής Ξ κάτω από την γραμμή Ν οδηγεί στο διάγραμμα του τρόπου Barbara.

19. αα (27a18-20)

M ——οὐσία——
N ——ζῷον——
Ξ ——ἄνθρωπος, ἀριθμός——

Οι όροι που δίδονται εδώ για τη γραμμή Ξ (άνθρωπος είτε αριθμός) αντιστοιχούν προφανώς στις δύο δυνατότητες συμπεράσματος (τοῦ ὑπάρχειν: *ἄνθρωπος*, διότι αυτό το τμήμα της γραμμής Ξ επικαλύπτεται («κατηγορείται») από την γραμμή Ν· τοῦ μὴ ὑπάρχειν: *ἀριθμός*, διότι αυτό το τμήμα της γραμμής Ξ δεν επικαλύπτεται (δεν «κατηγορείται») από την γραμμή Ν).

20. εε (27a20-23)

M ——γραμμή——
N ——ζῷον——
Ξ ——ἄνθρωπος, λίθος——

Για τους όρους της γραμμής Ξ 1) τοῦ ὑπάρχειν: ἄνθρωπος, 2) τοῦ μὴ ὑπάρχειν: λίθος, ισχύει το αυτό, όπως και για τον παραπάνω τρόπο αα.

21. Festino (27a32-37)

(αντιστροφή εις Ferio)

M ———— N ————
N ———— M ————
———— Ξ ή Ξ ———— ———— ————

Με την αντιστροφή των γραμμών ΜΝ οδηγείται κανείς κατ' ευθείαν στον τρόπο Ferio του 1ου σχήματος. Ο Αριστοτέλης προφανώς εξέτασε αρχικά αυτή την αντιστροφή, γιατί με αυτήν η γραμμή Μ (μέσος ὅρος) έρχεται στο μέσον, όπως συμβαίνει στο 1ο σχήμα.

22. Baroco (27a36-b3)

απαγωγή εις άτοπον (Barbara)

M
N
Ξ ή Ξ

M
N
Ξ

Στον τρόπο Baroco η πρόταση ΜΝ είναι καθολική καταφατική (α) και η απ' ευθείας αντιστροφή της θα μπορούσε να οδηγήσει μόνο σε μερική-καταφατική πρόταση (ι). Μία πρόταση ι όμως δεν μπορεί να είναι προκείμενη ενός τρόπου του 1ου σχήματος. Γι' αυτό το λόγο αποκλείστηκε εδώ η αντιστροφή ως τεχνική αποδείξεως. Μετά ταύτα είναι όμως οφθαλμοφανές, ότι μπορεί κανείς εδώ τη γραμμή Ξ (μερικότητα) έτσι ν' αντικαταστήσει, ώστε να φθάσει απ' ευθείας στον τρόπο Barbara (μέσω μιας απαγωγής εις άτοπον). Εδώ βέβαια γίνεται η γραμμή Ν μέσος όρος. Στο χωρίο 27b1-3 επαναλαμβάνει ο Αριστοτέλης τη διατύπωση του τρόπου Baroco: εδώ όμως υπάρχει «μή παντί» αντί για «τινί μή». Η δεύτερη αυτή παραλλαγή του τρόπου Barοco χρειάζεται τώρα «την ίδια απόδειξη» («ἀπόδειξις δ' ἡ αὐτή»). Ο G. Patzig (ε.α. σ. 161 κ.ε.) υποθέτει, ότι ο Αριστοτέλης κατά τη διαδικασία της απαγωγής εις άτοπον χρησιμοποίησε νόμους προτασιακής λογικής. Αλλά η κοινότης των δύο παραλλαγών του τρόπου Barοco οφείλεται κυρίως στο ότι ο Αριστοτέλης στην πράξη του σχηματισμού των συλλογιστικών τρόπων πραγματεύεται πάντα τις τρεις περιπτώσεις μερικότητας (τινί, τινί μή, μή παντί) από κοινού, δηλαδή με βάση τις ίδιες γραμμές (πρβλ. ανωτέρω τους τρόπους ιε, οε του 1ου σχήματος). Επειδή λοιπόν και εδώ υπόκειται προφανώς το αυτό διάγραμμα για τις δύο παραλλαγές του τρόπου Barοco, ισχύει επίσης και για την δεύτερη παραλλαγή του τρόπου αυτού η ίδια απόδειξη, που ισχύει για την πρώτη παραλλαγή (δηλαδή η απαγωγή εις άτοπον βάσει του τρόπου Barbara). Πρέπει πάντως να παρατηρηθεί, ότι κατά την παράσταση των διαγραμμάτων δεν τίθεται μόνον το θέμα να διαπιστωθούν οι σχέσεις των γραμμών (όρων) μεταξύ των, αλλά επίσης οι σχέσεις των *διαστημάτων* μεταξύ των γραμμών, δηλαδή των προτάσεων. (πρβλ. π.χ. 26b21 και τις διατυπώσεις στα χωρία: 27b10-11, 34-35: ὅταν δέ *ὁμοιο/σχήμονες* ὦσιν αἱ προτάσεις..., 28a8-9: ἀντιστραφείσης της ΡΣ προτάσεως και 28b35: τῆς ΡΣ προτάσεως ἀντιστραφείσης).

23. οα (27b4-6)

ζῷον
Σ
λευκόν
N ή N
ουσία

Ξ
κόραξ

24. ιε (27b6-8)

Μ ζῷον

Ν οὐσία

Ξ μονάς επιστήμη

25. εο (27b14-23)

Μ μέλαν

Ν χιών

Ξ ζῷον

(ἀδιόριστον)

Για τη δυσκολία του να δώσει «ὅρους τοῦ παντί ὑπάρχειν» παραπέμπει ο Αριστοτέλης προφανώς στον τρόπο εε (ανωτέρω 27a20-23), ανάγοντας τη μερική άρνηση (τινί μή) σε καθολική άρνηση (μηδενί). Έτσι, με βάση την μη ισχύ του τρόπου εε συμπεραίνει την μη ισχύ του τρόπου εο.

26. αι (27b23-28)

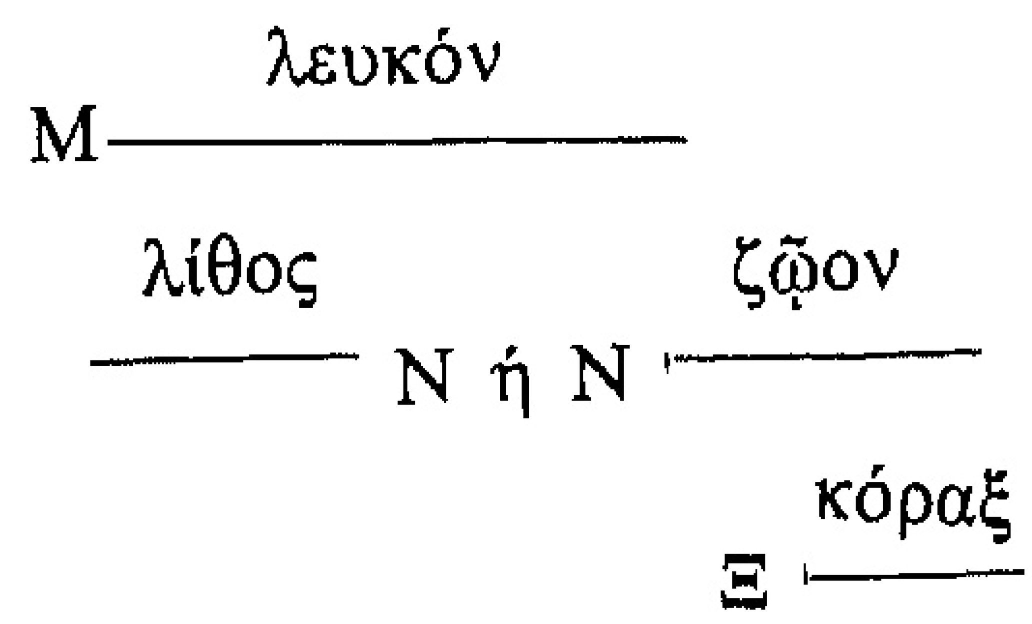
Μ λευκόν

Ν κύκνος

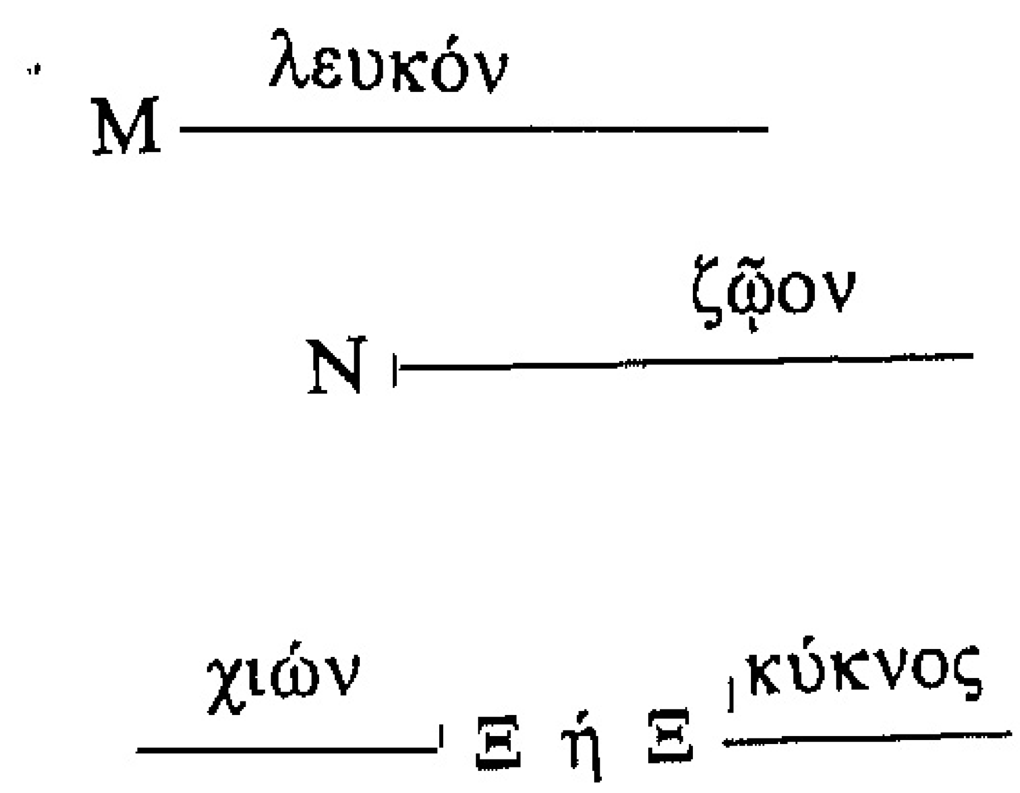
Ξ λίθος

Παραπέμπει και πάλι στον τρόπο εε.

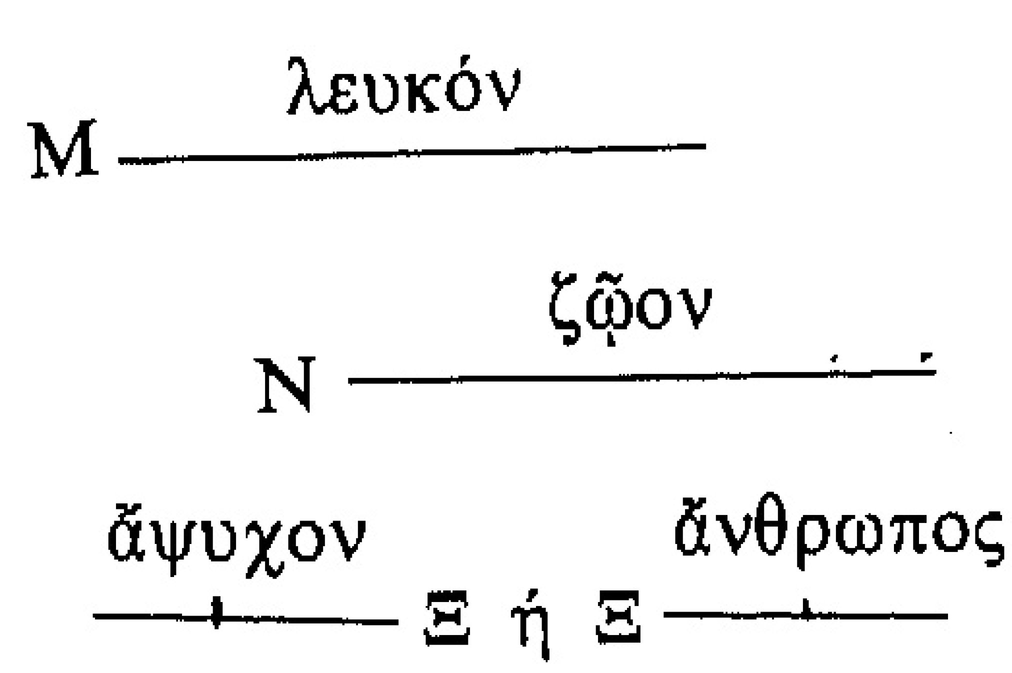
27. οε (27b28-32)



28. ια (27b32-34)



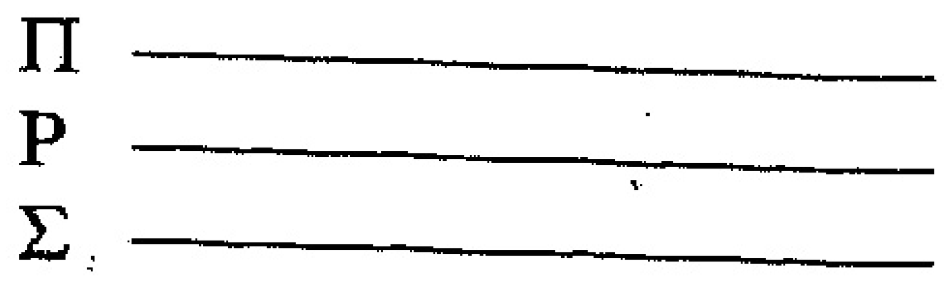
29. ιι και 30. οο και 31. ιο και 32. οι (27b36-39)



΄Οπως και στο 1ο σχήμα (26b21-25) δίδονται επίσης κι εδώ 4 τρόποι του 2ου σχήματος *από κοινού,* με τους ίδιους όρους, διότι υπόκειται το αυτό διάγραμμα.

ΤΡΙΤΟ ΣΧΗΜΑ

΄Οπως και κατά την περιγραφή του δευτέρου σχήματος, αφορά και πάλιν η περιγραφή του τρίτου σχήματος την πρώτη ομάδα από 4 τρόπους, στους οποίους και οι δύο προκείμενες είναι καθολικές (καταφατικές είτε αποφατικές) προτάσεις: αα, εα, αε, εε (28a17-b4). Αυτό συνάγεται και πάλι σαφώς από τη διατύπωση (εις 28a10-11: τό μέν παντί, τό δέ μηδενί... ἤ ἄμφω παντί ἤ μηδενί). Η μερικότητα αναφέρεται κατά πρώτον εις 28b5 κ.ε. (δεύτερη ομάδα τρόπων: 28b5-29a6: ια, αι, οα, αο, ει, ιε, οε, εο. Τρίτη ομάδα τρόπων: 29a6-10: ιι, οο, ιο, οι). Η περιγραφή των όρων (γραμμών) στο χωρίο 28a12-15 αντιστοιχεί γενικά στο εξής διάγραμμα:



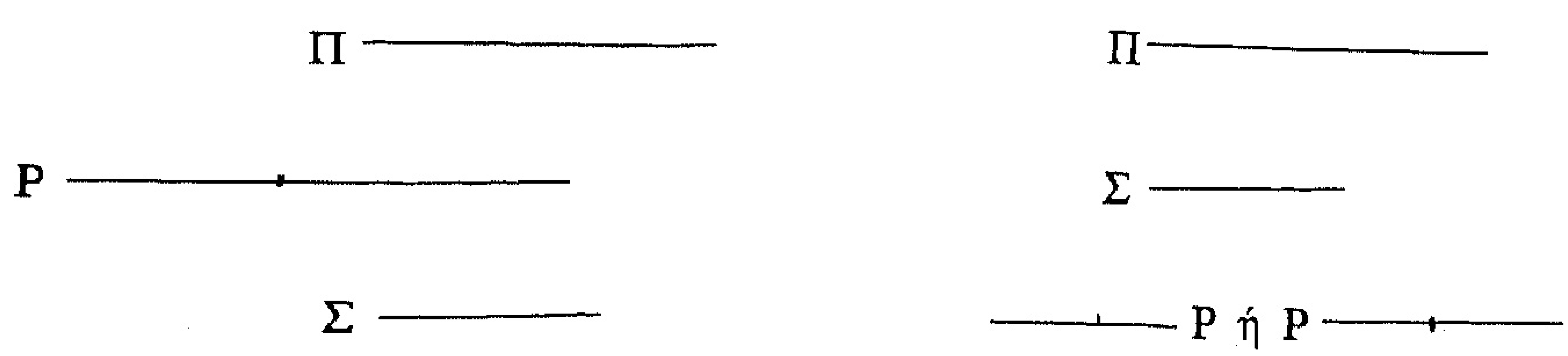
1) μέσον: καθ' οὗ ἄμφω τά κατηγορούμενα: δηλαδή η γραμμή Σ είναι ο μέσος όρος και βρίσκεται κάτω, επικαλύπτεται (κατηγορείται) είτε όχι από τους δύο άλλους όρους (γραμμές).

2) ἄκρα: τά κατηγορούμενα: οι γραμμές Π και Ρ.

3) μεῖζον ἄκρον τό *πορρώτερον* τοῦ μέσου: η γραμμή Π είναι η πλέον απομακρυσμένη από τη γραμμή Σ. Εννοείται: πορρώτερον ἤ τό ἔλαττον ἄκρον.

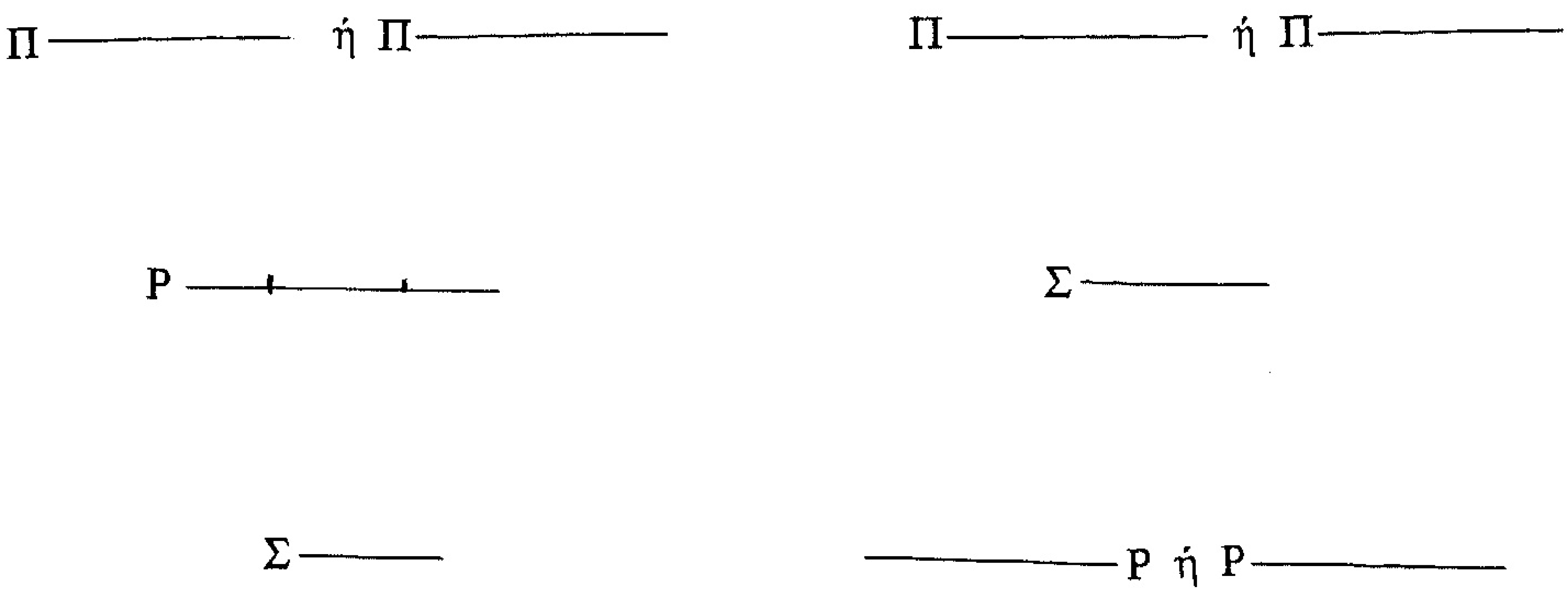
4) ἔλαττον δέ *τό ἐγγύτερον:* η γραμμή Ρ ευρίσκεται πλησιέστερα προς τη γραμμή Σ. Εννοείται: ἐγγύτερον ἤ τό μεῖζον ἄκρον.

33. Darapti (28a17-26) (αντιστροφή εις Darii)



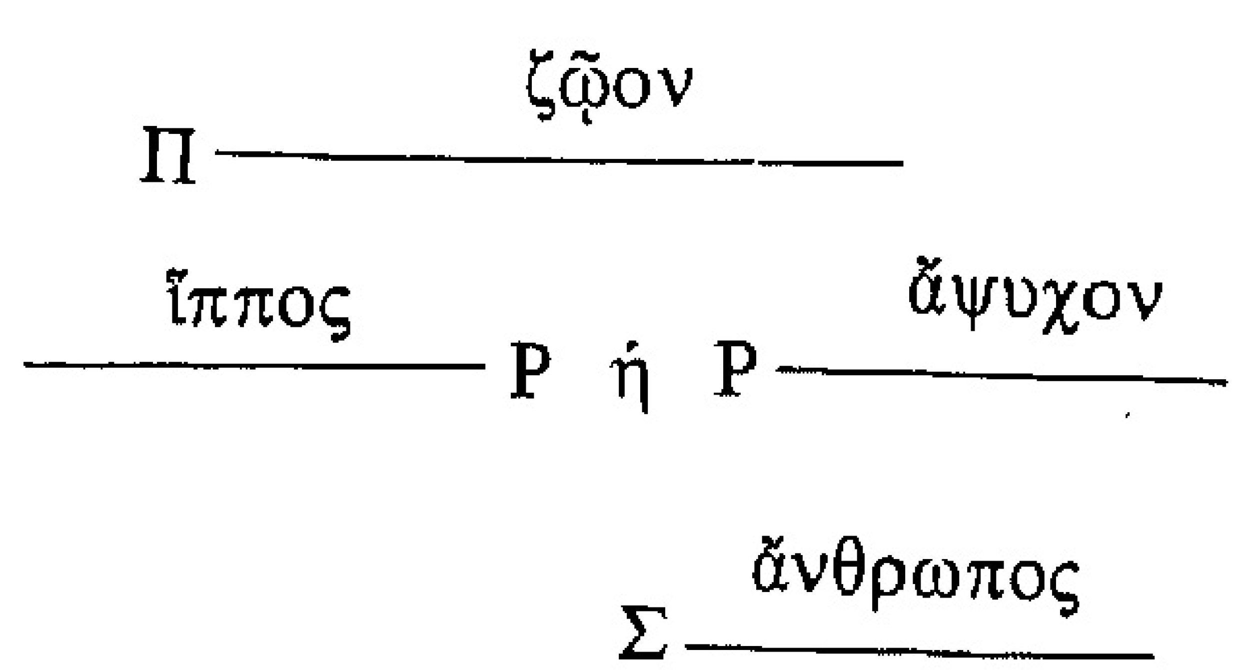
Ο τρόπος Darapti «αποδεικνύεται» με αντιστροφή της πρότασης ΡΣ, δηλαδή με ανταλλαγή θέσεων των γραμμών Ρ και Σ. Επειδή όμως το «διάστημα» μεταξύ των γραμμών Ρ και Σ είναι «κατηγορικόν» (α), φθάνει κανείς με την αντιστροφή σε πρόταση ι, δηλαδή η γραμμή Ρ εκφράζει τώρα μερικότητα. Έτσι σχηματίζεται ο τρόπος Darii του πρώτου σχήματος. (Κατά την απόδειξη της ισχύος των τρόπων του 3ου σχήματος εξετάζεται αρχικά, αν η γραμμή Σ (ο μέσος όρος) μπορεί να μεταφερθεί εις το μέσον, στην θέση δηλαδή της γραμμής Ρ, εξετάζεται δηλαδή αν είναι μεταξύ τους αντιστρέψιμοι οι όροι της προτάσεως). Με μια μικρή μεταβολή του δοθέντος για τον τρόπο Darapti διαγράμματος (εἰ ἄμφω παντί τῶι Σ ὑπάρχει) οδηγείται κανείς στον τρόπο Barbara και κερδίζει έτσι μια απαγωγή εις άτοπον είτε μια «έκθεση».

34. Felapton (28a26-30) (αντιστροφή εις Ferio)

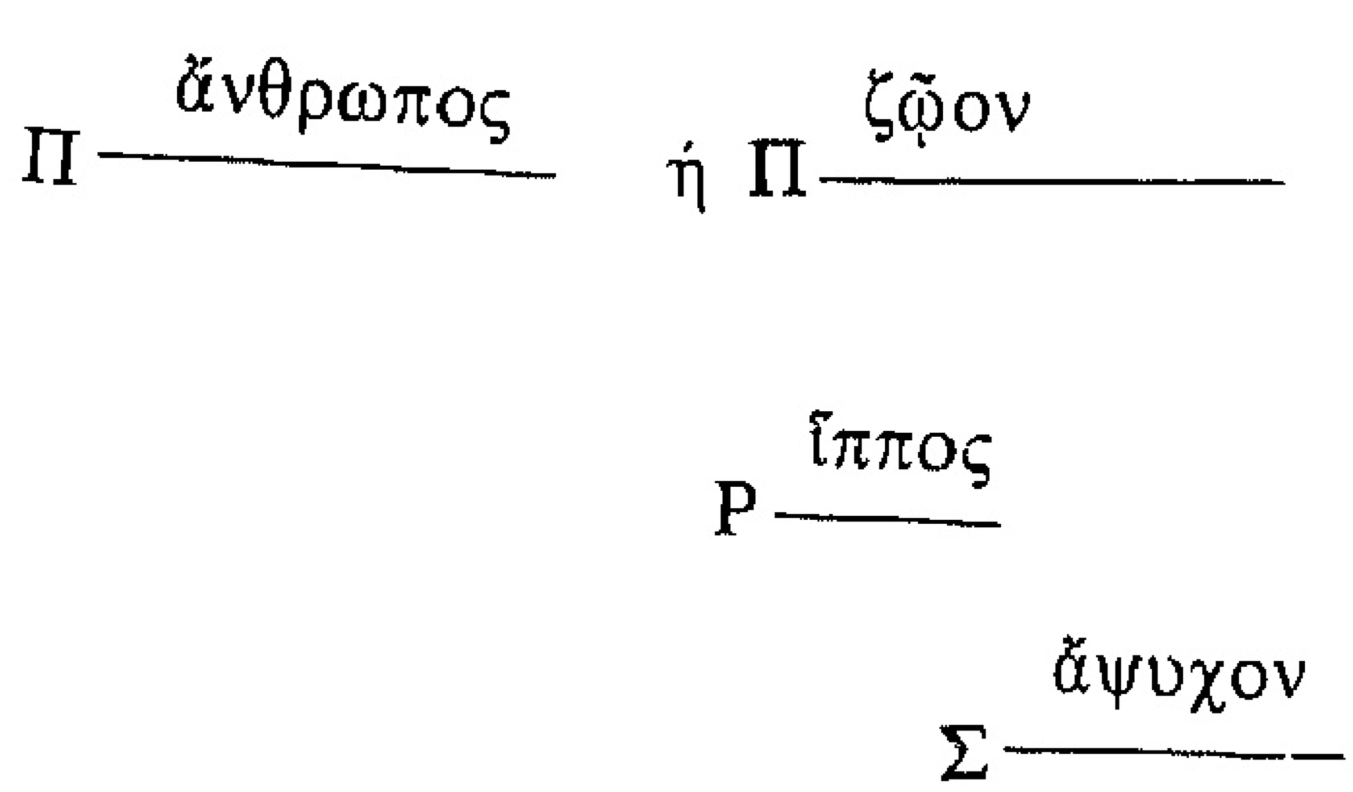


Ο τρόπος Felapton αποδεικνύεται με αντιστροφή των όρων της προτάσεως ΡΣ. Έτσι κερδίζει κανείς και πάλι μια πρόταση ι στη θέση μιας προτάσεως α, και οδηγείται στο διάγραμμα του ισχυρού τρόπου Ferio του πρώτου σχήματος. Η απαγωγή εις άτοπον είναι κι εδώ απ' ευθείας από το διάγραμμα σαφής (χρειάζεται απλώς να συνεχισθεί η γραμμή Π, ώστε να επικαλύψει πλήρως τις γραμμές Ρ και Σ).

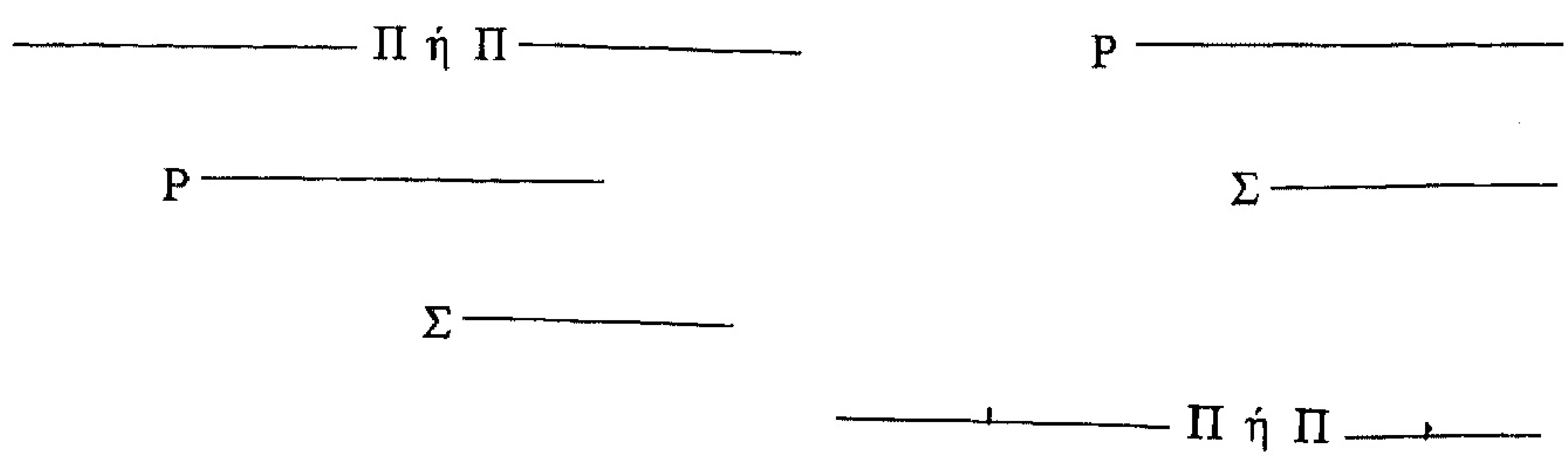
35. αε (28a30-33)



36. εε (28a33-36)

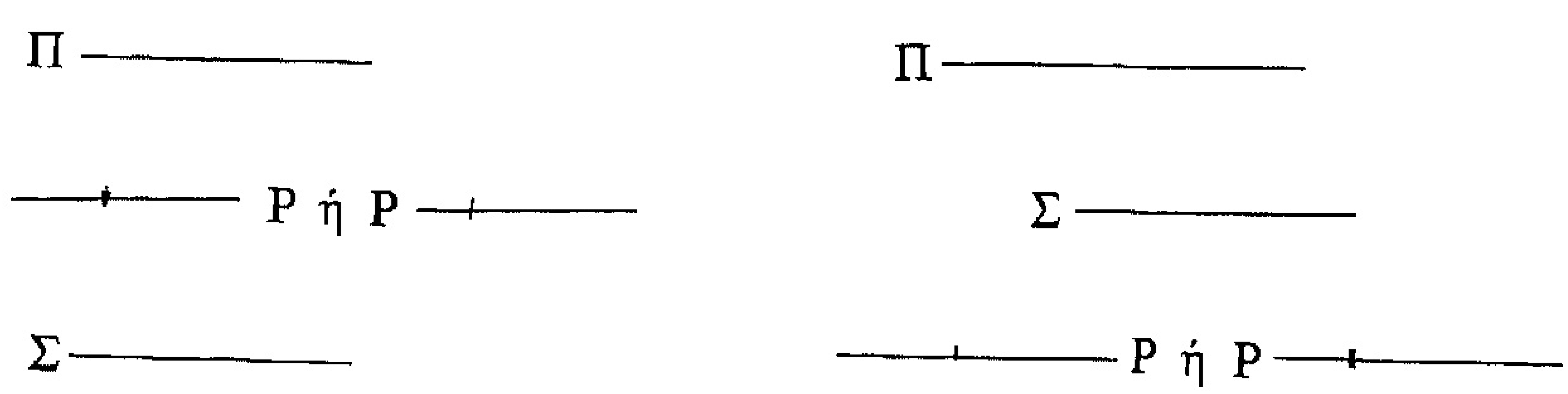


37. Disamis (28b7-11) (αντιστροφή εις Darii)



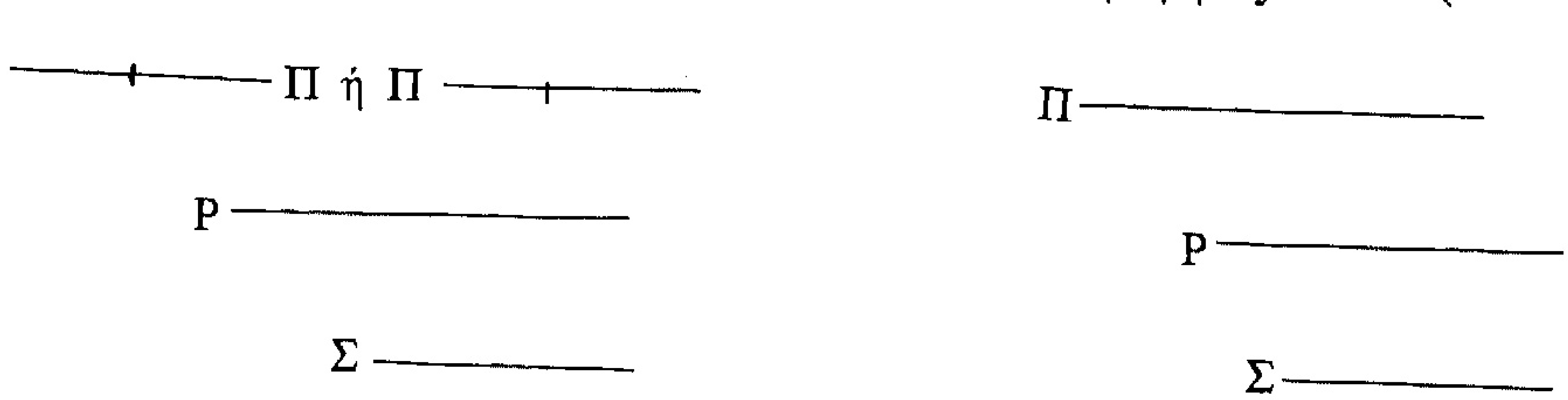
Η αντιστροφή αφορά εδώ την πρόταση ΠΣ (και πάλι ι στην θέση ι προτάσεως). Για να φθάσει κανείς στον τρόπο Darii αλλάζει η θέση όλων των γραμμών (και της γραμμής Π, σε αντίθεση με την απόδειξη του τρόπου Darapti).

38. Datisi (28b11-15) (αντιστροφή εις Darii)



Εδώ είναι οφθαλμοφανές, ότι η αντιστροφή των γραμμών ΡΣ οδηγεί στον τρόπο Darii. Γι' αυτό δεν χρειάστηκε ο Αριστοτέλης καν να εξηγήσει αυτή την αντιστροφή. Η απαγωγή εις άτοπον και η έκθεσις προκύπτουν επίσης σαφώς από το διάγραμμα: χρειάζεται απλώς να θέσει κανείς στη θέση της γραμμής Ρ (μερική κατηγόρηση) μία καθολική κατηγόρηση. Ας συγκριθούν επίσης τα διαγράμματα των τρόπων Darii και Baroco (ο τρόπος Baroco αποδεικνύεται επίσης με απαγωγή εις άτοπον).

39. Bocardo (28b15-21) απαγωγή εις άτοπον (Barbara)



Ο τρόπος αυτός αποδεικνύεται επίσης με απαγωγή εις άτοπον. Από το διάγραμμα προκύπτει σαφώς, ότι με τη συνέχιση της γραμμής Π φθάνει κανείς σε καθολική κατηγόρηση, και επομένως στον τρόπο Barbara του πρώτου σχήματος. Όσον αφορά τα υπόλοιπα, ισχύει ό,τι έχει λεχθεί παραπάνω για τον τρόπο Baroco.

40. αο (28b22-31)

ἔμψυχον
Π ————————

ἄνθρωπος
Ρ ———— ή Ρ — — —

ζῷον
Σ————————

Όπως και με τους τρόπους εο και αι του πρώτου σχήματος, έχει ο Αριστοτέλης εδώ την ίδια δυσκολία. Παραπέμπει προφανώς στον (σχηματικά όμοιο) τρόπο αε (28a30-33).

41. Ferison (28b31-35) (αντιστροφή εις Ferio)

— ————Π ή Π———— ————Π ή Π————

Σ————

————Ρ ή Ρ————

Σ———— ————Ρ ή Ρ————

Με μια εντελώς προφανή αντιστροφή (των γραμμών ΡΣ) φθάνει κανείς στο διάγραμμα του τρόπου Ferio του πρώτου σχήματος. Ας προσεχθεί η διατύπωση: ἀντιστραφείσης της ΡΣ προτάσεως. Ο Αριστοτέλης λαμβάνει το ζεύγος γραμμών ΡΣ ομού, ως μία πρόταση, δηλαδή στην πράξη λειτουργεί με τις προτάσεις ως λογικές μονάδες.

42. ιε (28b36-38)

ζῷον
Π ————————

ἄνθρωπος ἐπιστήμη
————Ρ ή Ρ————

ἄγριον
Σ————

43. οε (28b38-29a2)

ζῷον
Π

ἄνθρωπος ἐπιστήμη
Ρ ή Ρ

ἄγριον
Σ

Στους τρόπους ιε και οε υπόκειται το ίδιο διάγραμμα και γι' αυτό δίδονται οι ίδιοι όροι. Η διαφορά ευρίσκεται μόνο στο ότι η γραμμή Π (μερικότητα) στον τρόπο ιε νοείται καταφατικά, ενώ στον τρόπο οε αρνητικά.

44. εο (29a2-6)

κόραξ
Π

χιών
Ρ ή Ρ

λευκόν
Σ

Πρβλ. παραπάνω 28b22-31 και 28a30-33

45. ιι και 46. οο και 47. ιο και 48. οι (29a6-10)

ζῷον
Π

ἄνθρωπος ἄψυχον
Ρ ή Ρ

λευκόν
Σ

Τέσσερις τρόποι δίδονται και πάλι από κοινού, γιατί σ' αυτούς υπόκειται το αυτό διάγραμμα (πρβλ. παραπάνω 1ο σχήμα: 26b21-25, 2ο σχήμα: 27b36-39).

ΣΗΜΕΙΩΣΕΙΣ

* Ιδιαίτερη αναφορά στο χωρίο 25b32-29a18.
1. H. Maier *Die aristotelische Syllogistik*, II, 2, 201.
2. F. Solmsen *Die Entwicklung der aristotelischen Logik und Rhetorik*, Berlin 1929, 53 κ.ε.
3. W.D. Ross *Aristotle's Prior and Posterior Analytics*, Oxford 1949.
4. H.D.P. Lee "Geometrical method and Aristotle's account of first principles", *Class. Quart.* 1935, 113-124.
5. Βλ. όμως: A. Gomez-Lobo: "Aristotle's hypothesis and the Euclidean postulates", *Rev. of Metaph.* 30, 1977, 430-439.
6. B. Einarson "On certain mathematical methods in Aristotle's Logic", *Am. J. Phil.* 57, 1936.
7. Σελ. 168.
8. Ε.α. σελ. 301-2.
9. E. Kapp, Syllogistik 1931, *R(eal) E(nzyklopaidie)*, 1066 κ.ε.
10. *Die aristotelische Syllogistik*, 3. Auflage, Göttingen 1969, 16.
11. J.v. Neumann-O. Morgenstern *Spieltheorie und wirtschaftliches Verhalten*, Würzburg 1961.
12. Ε.α. σελ. 24.
13. Βλ. και: Euklides *Elementa*, Ed. E.J. Stamatis, Band II, Teubner, Leipzig 1970, Buch V, Euklid *Die Elemente*, Hrsg. von C. Thaer, Darmstadt 1973, 432-3.

ΜΑΡΚΟΣ ΒΑΡΔΑΚΗΣ